

Un bipolo costituito dalla serie di un resistore da $10\ \Omega$ e da un induttore di $1/25\ \text{H}$ è attraversato dalla corrente $i(t) = 5 \cos(100\pi t)$. Determinare le tensioni $v_R(t)$ e $v_L(t)$

Determinare il bipolo caratterizzato dai fasori $\bar{V} = 1\ \text{V}$ e $\bar{I} = j\ 3\ \text{A}$ alla pulsazione di $1000\ \text{rad/s}$

Determinare l'impedenza di un bipolo sapendo che $v(t) = 40 \cos(100t + 10^\circ)$ e $i(t) = 2 \sin(100t + 70^\circ)$. Quanto vale la sua reattanza?

Determinare la suscettanza di un bipolo costituito dal parallelo di un resistore da $20\ \Omega$ con un condensatore da $1\ \text{mF}$ sottoposto alla tensione $v(t) = 10 \cos(100t + 30^\circ)$

Determinare la corrente $i(t)$ che attraversa i seguenti bipoli sapendo che $v(t) = 2 \cos(100\pi t - 45^\circ)$

- a) Resistore da $4\ \Omega$
- b) Condensatore da $1/4\ \text{F}$
- c) Induttore da $2\ \text{mH}$

Determinare i fasori delle seguenti correnti

- a) $i_1(t) = 4 \cos(100t - \pi/3)$ b) $i_2(t) = \cos(10t - 6\pi^\circ)$ c) $i_3(t) = 10 \cos[4(t + 5^\circ)]$

Determinare ampiezza e fase iniziale delle sinusoidi corrispondenti ai seguenti fasori

- a) $\bar{A} = 3 + j\ 4$ b) $\bar{B} = 40 - j\ 30$ c) $\bar{C} = -3 + j\ 5$ d) $\bar{D} = -4 - j\ 4$

Determinare le tensioni rappresentate dai seguenti fasori alla frequenza di $50\ \text{Hz}$

- a) $\bar{V}_1 = 10 \angle -140^\circ$ b) $\bar{V}_2 = -80 + j\ 75$ c) $\bar{V}_3 = 60 - j\ 80$

Determinare i fasori delle seguenti tensioni

- a) $v_1(t) = 5 \cos(30^\circ - 100t)$ b) $v_2(t) = 30 \sin(25^\circ - 10t)$ c) $v_3(t) = 2 \sin t + 3 \cos t$

NB Tutti i bipoli citati sono caratterizzati dalla convenzione di segno degli utilizzatori

1) $\begin{array}{c} R \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} L \\ \text{---} \end{array}$ $R = 10 \Omega$ $i(t) = 5 \cos 100\pi t$ $\bar{I} = 5A$
 $L = \frac{1}{25} H$ $V_R? V_L?$ $\bar{V}_R = R \bar{I} = 10 \Omega \cdot 5A = 50V$
 $\bar{V}_L = \bar{Z}_L \bar{I} = j\omega L \bar{I} = j100\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 5 = j20\pi V = 20\pi \angle 90^\circ$
 $V_R(t) = 50 \cos(100\pi t)$
 $V_L(t) = 20\pi \cos(100\pi t + 90^\circ)$

2) $\begin{array}{c} \bar{I} \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{c} \bar{V} = 1V \\ \bar{I} = j3A \\ \omega = 1000 \text{ rad/s} \end{array}$ $\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{1V}{j3A} = -j\frac{1}{3} \Omega$ $\bar{Z} = jX$ $X = -\frac{1}{3} \Omega$ $X = -\frac{1}{\omega C}$ $C = 3 \text{ mF}$
 $C = -\frac{1}{\omega X} = -\frac{1}{10^3 \cdot (-\frac{1}{3})} = 3 \text{ mF}$

3) $\begin{array}{c} \bar{I} \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{c} \bar{V} \\ \bar{I} \end{array}$ $V(t) = 40 \cos(100t + 10^\circ)$ $\bar{V} = 40 \angle 10^\circ$
 $i(t) = 2 \sin(100t + 70^\circ)$ $\bar{I} = -j2 \angle 10^\circ = 2 \angle (10^\circ - 90^\circ) = 2 \angle -80^\circ$ $\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{40 \angle 10^\circ}{2 \angle -80^\circ} = 20 \angle 90^\circ$
 $\bar{Z} = 20 \angle 90^\circ = 20(j1) = j20 \Omega$ $X = \text{Im}(\bar{Z}) = 20 \Omega$

4) $R \left\{ \begin{array}{c} R = 20 \Omega \\ C = 1 \text{ mF} \\ V(t) = 10 \cos(100t + 30^\circ) \end{array} \right.$ $\text{Susce. } B?$ $\bar{Y} = G + jB = \frac{1}{20} + j\omega C$ $B = \omega C = 100 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ mS}$

5) $V(t) = 2 \cos(100\pi t - 45^\circ)$
 a) $\begin{array}{c} \text{---} \\ \leftarrow \end{array} R = 4 \Omega$ $i_R(t) = \frac{V(t)}{R} = \frac{2}{4} \cos(100\pi t - 45^\circ) = 0,5 \cos(100\pi t - 45^\circ) A$
 b) $C = \frac{1}{4} F$ $i_C(t) = \omega C \cdot 2 \cos(100\pi t - 45^\circ + 90^\circ) = 100\pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cos(100\pi t + 45^\circ) = 50\pi \cos(100\pi t + 45^\circ) A$
 c) $L = 2 \text{ mH}$ $i_L(t) = \frac{1}{\omega L} \cdot 2 \cos(100\pi t - 45^\circ - 90^\circ) = \frac{1}{100\pi \cdot 2} \cdot 2 \cos(100\pi t - 135^\circ) = \frac{1}{100\pi} \cos(100\pi t - 135^\circ) A$

6) $i_1(t) = 4 \cos(100t - \pi/3)$ $\rightarrow \bar{I}_1 = 4 \angle -\pi/3 = 4 \cos 60^\circ - j4 \sin 60^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} - j4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - j2\sqrt{3}$
 $i_2(t) = \cos(10t - 6\pi)$ $\rightarrow \bar{I}_2 = 1 \angle -6\pi = \cos(6\pi) - j \sin(6\pi) = 0,9464 + j0,3231$
 $i_3(t) = 10 \cos[4(t + 5^\circ)] = 10 \cos(4t + 20^\circ) \rightarrow \bar{I}_3 = 10 \angle 20^\circ = 10 \cos 20^\circ + j10 \sin 20^\circ = 10 \cdot 0,9397 + j10 \cdot 0,3420 = 9,397 + j3,420$

7) $\bar{A} = 3 + j4$ $A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ $\phi_A = \arctan(\frac{4}{3}) = 53,13^\circ$ 1° quadr.
 $\bar{B} = 40 - j30$ $B = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$ $\phi_B = -\arctan(\frac{30}{40}) = -36,87^\circ$ 4° quadr.
 $\bar{C} = -3 + j5$ $C = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5,831$ $\phi_C = -\arctan(\frac{5}{3}) + 180^\circ = 120,96^\circ$ 2° quadr.
 $\bar{D} = -4 - j4$ $D = 4\sqrt{2}$ $\phi_D = -135^\circ$ $\{ \arctan 2 - 180^\circ \}$ 3° quadr.
 $\omega = 2\pi \cdot f$ $f = 50 \text{ Hz}$ $\omega = 314 \text{ rad/s}$

8) $\bar{V}_1 = 10 \angle -140^\circ$ $V_1(t) = 10 \cos(\omega t - 140^\circ)$ $\bar{V}_2 = -80 + j75$ $V_2 = 109,66 \angle 136,85^\circ$ $V_2(t) = 109,66 \cos(100\pi t + 136,85^\circ)$
 $\bar{V}_3 = 60 - j180$ $V_3 = 188,35 \angle -71,57^\circ$ $V_3(t) = 188,35 \cos(100\pi t - 71,57^\circ)$

9) $V_1(t) = 5 \cos(30^\circ - 100t)$ $[\cos d = \cos(-d)]$ $V_1(t) = 5 \cos(100t - 30^\circ)$ $\bar{V}_1 = 5 \angle -30^\circ = 4,33 - j2,5$
 $V_2(t) = 30 \sin(25^\circ - 10t)$ $[\sin d = \cos(90^\circ - d)]$ $V_2(t) = 30 \cos(90^\circ - 25^\circ + 10t) = 30 \cos(10t + 65^\circ)$ $\bar{V}_2 = 30 \angle 65^\circ = 12,68 + j27,19$
 $V_3(t) = 2 \cos 10t + 3 \sin 10t$ $\bar{V}_3 = 3 - j2$

NOME

CLASSE 4

Determinare la suscettanza di un bipolo costituito dal parallelo di un resistore da 30Ω con un condensatore da 2mF sottoposto alla tensione $v(t) = 10 \cos(100t + 60^\circ)$

Un bipolo costituito dalla serie di un resistore da 25Ω e da un induttore di $1/10 \text{ H}$ è attraversato dalla corrente $i(t) = 2 \cos(100\pi t)$. Determinare le tensioni $v_R(t)$ e $v_L(t)$

Determinare l'impedenza di un bipolo sapendo che $v(t) = 40 \cos(100t + 30^\circ)$ e $i(t) = 2 \sin(100t + 75^\circ)$. Quanto vale la sua reattanza?

Determinare il bipolo caratterizzato dai fasori $\bar{V} = 2 \text{ V}$ e $\bar{I} = j 3 \text{ A}$ alla pulsazione di 1000 rad/s

Determinare la corrente $i(t)$ che attraversa i seguenti bipoli sapendo che $v(t) = \cos(100\pi t - 60^\circ)$

- a) Resistore da 4Ω
- b) Condensatore da $1/5 \text{ F}$
- c) Induttore da 2 mH

Determinare ampiezza e fase iniziale delle sinusoidi corrispondenti ai seguenti fasori

- a) $\bar{A} = -3 + j 4$
- b) $\bar{B} = 80 - j 60$
- c) $\bar{C} = 3 + j 5$
- d) $\bar{D} = -1 - j$

Determinare i fasori delle seguenti correnti

- a) $i_1(t) = 2 \cos(100t - \pi/3)$
- b) $i_2(t) = \cos(10t - 9\pi^\circ)$
- c) $i_3(t) = 10 \cos[6(t + 5^\circ)]$

Determinare i fasori delle seguenti tensioni

- a) $v_1(t) = 5 \cos(30^\circ - 10t)$
- b) $v_2(t) = 30 \sin(25^\circ - t)$
- c) $v_3(t) = 3 \sin t - 4 \cos t$

Determinare le tensioni rappresentate dai seguenti fasori alla frequenza di 150 Hz

- a) $\bar{V}_1 = 10 \angle 140^\circ$
- b) $\bar{V}_2 = 75 - j 80$
- c) $\bar{V}_3 = -40 - j 30$

NB Tutti i bipoli citati sono caratterizzati dalla convenzione di segno degli utilizzatori

1) $R = 30 \Omega$ $C = 2 \text{ mF}$ $v(t) = 10 \cos(100t + 60^\circ)$ $\vec{Y} = G + jB = \frac{1}{30} + j\omega C$ $B = \omega C = 100 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 200 \text{ mS}$

2) $R = 25 \Omega$ $L = \frac{1}{10} \text{ H}$ $i(t) = 2 \cos(100\pi t)$ $\vec{I} = 2 \text{ A}$
 $\vec{V}_R = R \vec{I} = 25 \Omega \cdot 2 \text{ A} = 50 \text{ V}$
 $\vec{V}_L = \vec{Z}_L \cdot \vec{I} = j\omega L \vec{I} = j100\pi \cdot \frac{1}{10} \cdot 2 = j20\pi \text{ V} = 20\pi \angle 90^\circ$
 $v_R(t) = 50 \cos(100\pi t)$
 $v_L(t) = 20\pi \cos(100\pi t + 90^\circ)$

3) $\vec{V} = 40 \angle 30^\circ$ $\vec{I} = 2 \angle 75^\circ$ $\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \frac{40 \angle 30^\circ}{2 \angle 75^\circ} = 20 \angle -45^\circ$
 $\vec{Z} = 20 \angle -45^\circ = 20(\cos 45^\circ - j \sin 45^\circ) = 20 \frac{\sqrt{2}}{2} - j 20 \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} - j 20\sqrt{2}$ $X = \text{Im}(\vec{Z}) = -20\sqrt{2} \Omega$

4) $\vec{V} = 2 \text{ V}$ $\vec{I} = j3 \text{ A}$ $\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \frac{2}{j3} = -j\frac{2}{3} \Omega$ $\vec{Z} = jX$ $X = -\frac{2}{3} < 0$ reactance capacitive $X = -\frac{1}{\omega C}$
 $C = -\frac{1}{\omega X} = -\frac{1}{10^3(-\frac{2}{3})} = \frac{3}{2} \text{ mF} = 1,5 \text{ mF}$

5) $v(t) = \cos(100\pi t - 60^\circ)$
a) $R = 4 \Omega$ $i_R(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{1}{4} \cos(100\pi t - 60^\circ) = 0,25 \cos(100\pi t - 60^\circ) \text{ A}$
b) $C = \frac{1}{5} \text{ F}$ $i_C(t) = \omega C v(t) = 100\pi \cdot \frac{1}{5} \cos(100\pi t - 60^\circ + 90^\circ) = 20\pi \cos(100\pi t + 30^\circ) \text{ A}$
c) $L = 2 \text{ mH}$ $i_L(t) = \frac{1}{\omega L} v(t) = \frac{1}{100\pi \cdot 2} \cos(100\pi t - 60^\circ - 90^\circ) = \frac{1}{200\pi} \cos(100\pi t - 150^\circ)$
 $= \frac{5}{\pi} \cos(100\pi t - 150^\circ)$

6) $\vec{A} = -3 + j4$ $A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ $\phi_A = -\arctan(\frac{4}{3}) + 180^\circ = 126,87^\circ$ 2° quadr.
 $\vec{B} = 80 - j60$ $B = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100$ $\phi_B = -\arctan(\frac{60}{80}) = -36,87^\circ$ 4° quadr.
 $\vec{C} = 3 + j5$ $C = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5,831$ $\phi_C = \arctan(\frac{5}{3}) = 59,04^\circ$ 1° quadr.
 $\vec{D} = -1 - j$ $D = \sqrt{2}$ $\phi_D = -135^\circ$ 3° quadr.

7) $i_1(t) = 2 \cos(100t - \pi/3) \rightarrow \vec{I}_1 = 2 \angle -\pi/3 = 2 \cos 60^\circ - j 2 \sin 60^\circ = 1 - j\sqrt{3}$
 $i_2(t) = \cos(10t - 9\pi) \rightarrow \vec{I}_2 = 1 \angle -9\pi = \cos(9\pi) - j \sin(9\pi) = 0,8807 + j 0,4737$
 $i_3(t) = 10 \cos[6(t + 5^\circ)] = 10 \cos(6t + 30^\circ) \rightarrow \vec{I}_3 = 10 \angle 30^\circ = 10 \cos 30^\circ + j 10 \sin 30^\circ = 8,6602 + j 5$

8) $v_1(t) = 5 \cos(30^\circ - 10t) [\cos \alpha = \cos(-\alpha)]$ $v_1(t) = 5 \cos(10t - 30^\circ)$ $\vec{V}_1 = 5 \angle -30^\circ = 4,33 - j 2,5$
 $v_2(t) = 30 \sin(25^\circ - t) [\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)]$ $v_2(t) = 30 \cos(90^\circ - 25^\circ - t) = 30 \cos(t + 65^\circ)$ $\vec{V}_2 = 30 \angle 65^\circ = 12,68 + j 27,19$
 $v_3(t) = 3 \sin t - 4 \cos t$ $\vec{V}_3 = -4 - j 3$

9) $\vec{V}_1 = 10 \angle 140^\circ$ $v_1(t) = 10 \cos(\omega t + 140^\circ)$ $\omega = 2\pi f$ ($f = 150 \text{ Hz}$) $\omega = 942,5 \text{ rad/s}$
 $\vec{V}_2 = 75 - j 80$ $\vec{V}_2 = 109,66 \angle -46,85^\circ$ $v_2(t) = 109,66 \cos(300\pi t - 46,85^\circ)$
 $\vec{V}_3 = -40 - j 30$ $\vec{V}_3 = 50 \angle -143,13^\circ$ $v_3(t) = 50 \cos(300\pi t - 143,13^\circ)$