SEGNALE PERIODICO — VALOR MEDIO / VALORE EFFICACE

VALOR MEDIO DI UN SEGNALE PERIODICO $v(t)$

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_T v\,dt \qquad V_0 = \frac{1}{T} A_T[v]$$

$A_T[v]$
AREA DELLA fdO IN UN PERIODO

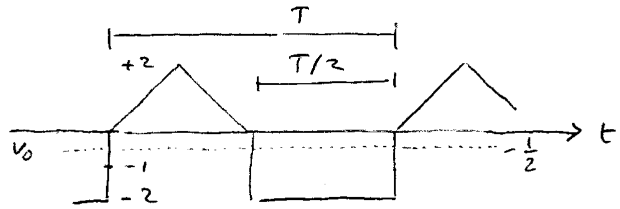
VALORE EFFICACE DI UN SEGNALE PERIODICO $v(t)$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T v^2\,dt} \qquad V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A_T[v^2]}$$

$A_T[v^2]$
AREA DEL QUADRATO DELLA fdO IN UN PERIODO

— · — · —

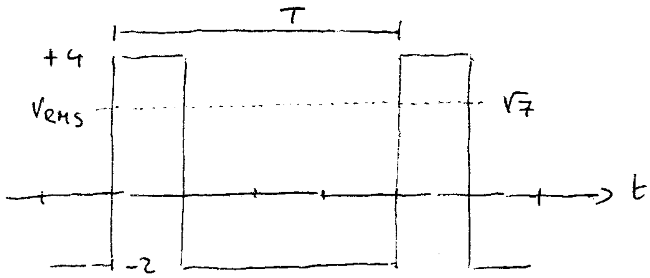
ES. CALCOLO VALOR MEDIO



$$A_T[v] = \frac{1}{2}\cdot 2 \cdot \frac{T}{2} - 2\cdot\frac{T}{2} = -\frac{T}{2} \qquad V_0 = \frac{1}{T}A_T[v] = \frac{1}{T}\left(-\frac{T}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

L'AREA DELLA fdO SOPRA LA LINEA A V_0 È = ALL'AREA DELLA fdO AL DI SOTTO DI TALE LINEA

ES. CALCOLO VALORE EFFICACE



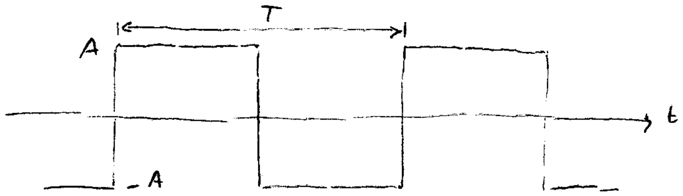
$$A_T[v^2] = 4^2 \cdot \frac{1}{4}T + (-2)^2 \cdot \frac{3}{4}T = 4T + 3T = 7T$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}A_T[v^2]} = \sqrt{\frac{1}{T}\cdot 7T} = \sqrt{7}$$

UN SEGNALE CONTINUO DI AMPIEZZA PARI A V_{RMS}, APPLICATO AD UNA RESISTENZA R, PRODUCE GLI STESSI EFFETTI TERMICI DEL SEGNALE PERIODICO IN FIGURA.

FORME D'ONDA ALTERNATE (fdo A VALOR MEDIO NULLO)

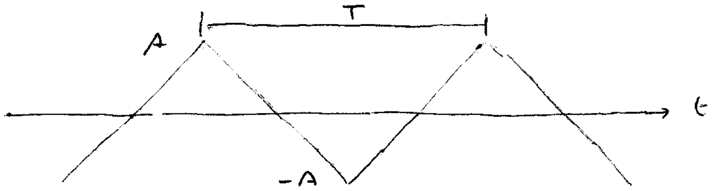
ES 1 ONDA QUADRA



$$A_T[v] = A \cdot \frac{T}{2} - A \cdot \frac{T}{2} = 0 \qquad V_0 = \frac{1}{T} A_T[v] = 0$$

$$A_T[v^2] = A^2 \cdot \frac{T}{2} + A^2 \cdot \frac{T}{2} = A^2 T \qquad V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A^2 T} = A$$

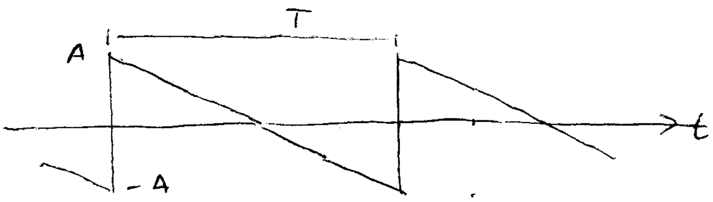
ES 2 ONDA TRIANGOLARE



$$A_T[v] = \frac{A}{2} \cdot \frac{T}{2} - \frac{1}{2} A \cdot \frac{T}{2} = 0 \qquad V_0 = \frac{1}{T} A_T[v] = 0$$

$$A_T[v^2] = \frac{A^2}{3} T \qquad V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A_T[v^2]} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{1}{3} A^2 T} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

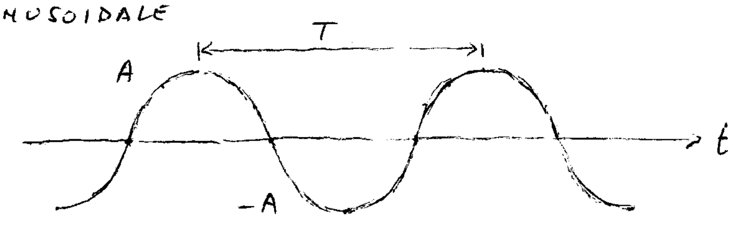
ES 3 ONDA A DENTE DI SEGA

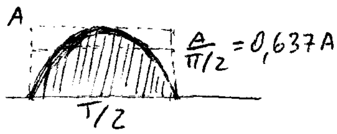


$$A_T[v] = \frac{1}{2} A \cdot \frac{T}{2} - \frac{1}{2} A \cdot \frac{T}{2} = 0 \qquad V_0 = \frac{1}{T} A_T[v] = 0$$

$$A_T[v^2] = \frac{A^3}{3} T \qquad V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A_T[v^2]} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{1}{3} A^2 T} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

ES 4 ONDA SINUSOIDALE





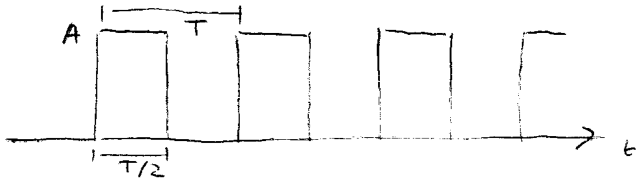
$$A_{T/2}[v] = \frac{A \cdot T/2}{\pi/2}$$

$$A_T[v] = \frac{A \cdot T/2}{\pi/2} - \frac{A \cdot T/2}{\pi/2} = 0 \qquad V_0 = \frac{1}{T} A_T[v] = 0$$

$$A_T[v^2] = \frac{1}{2} A^2 T \qquad V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A_T[v^2]} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{1}{2} A^2 T} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

FORMA D'ONDA NON ALTERNATA (fdO A VALOR MEDIO $\neq 0$)

ES. 5 FORMA D'ONDA IMPULSIVA



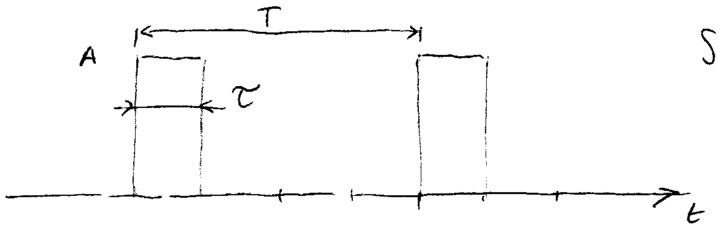
$A_T[v] = A \cdot T/2$

$A_T[v^2] = A^2 \cdot T/2$

$V_0 = \frac{1}{T} A_T[v] = \frac{1}{T} A \cdot \frac{T}{2} = \frac{A}{2}$

$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A_T[v^2]} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot A^2 \frac{T}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$

ES. 6



$\delta = \frac{\tau}{T}$ DUTY CYCLE

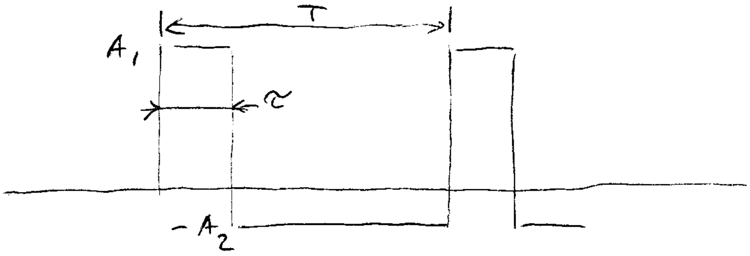
$A_T[v] = A\tau$

$A_T[v^2] = A^2\tau$

$V_0 = \frac{1}{T} A_T[v] = \frac{1}{T} A\tau = A \frac{\tau}{T} = A\delta$

$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A_T[v^2]} = \sqrt{\frac{1}{T} A^2\tau} = \sqrt{A^2 \frac{\tau}{T}} = A\sqrt{\delta}$

ES. 7



$A_T[v] = A_1\tau - A_2[T-\tau]$

$A_T[v^2] = A_1^2\tau + A_2^2[T-\tau]$

$V_0 = \frac{1}{T} A_T[v] = \frac{1}{T}\{A_1\tau - A_2[T-\tau]\}$

$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A_T[v^2]} = \sqrt{\frac{1}{T}\{A_1^2\tau + A_2^2(T-\tau)\}}$

FORME D'ONDA NON ALTERNATE (fdO A VALOR MEDIO $\neq 0$)

LE fdO NON ALTERNATE POSSONO ESSERE SCOMPOSTE NELLA SOMMA DI 2 fdO :

- UNA COMPONENTE CONTINUA (VALOR MEDIO DELLA fdO) V_0

\+ - UNA FORMA D'ONDA ALTERNATA $V_\alpha(t)$

$$V(t) = V_0 + V_\alpha(t)$$

VALORE EFFICACE DELLA FORMA D'ONDA NON ALTERNATA $V(t) = V_0 + V_\alpha(t)$

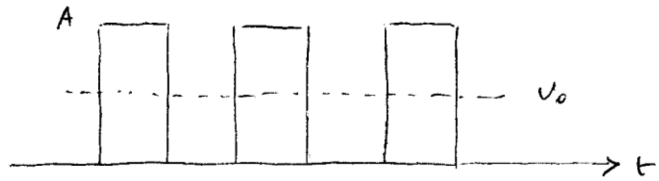
$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMS}^2}$$

V_{RMS} : VALORE EFFICACE DELLA fdO NON ALTERNATA

V_0 : VALOR MEDIO DELLA fdO (NON ALTERNATA)

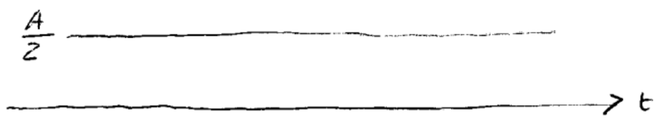
$V_{\alpha RMS}$: VALORE EFFICACE DELLA fdO ALTERNATA

ES. 8 ONDA QUADRA CON VALOR MEDIO



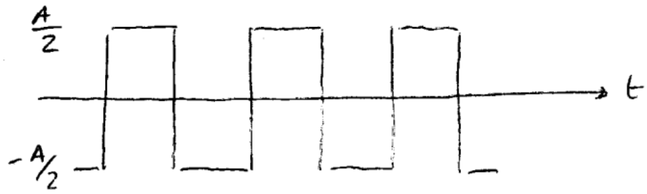
$V = V_0 + V_\alpha$

=



$V_0 = A/2$

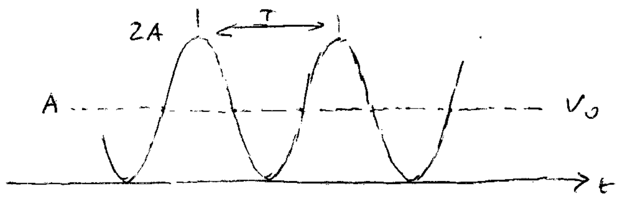
\+



$V_{\alpha RMS} = \frac{A}{2}$ V. ES. 1

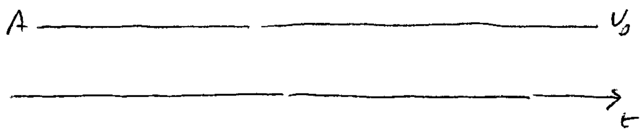
$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMS}^2} = \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{A}{2}\right)^2} = A\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$ V. ES. 5

ES 9 SINUSOIDE CON VALOR MEDIO $\neq 0$



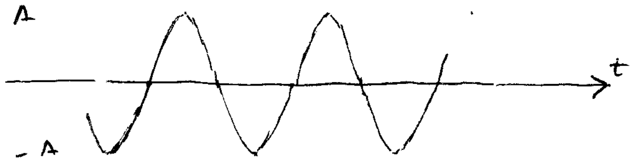
$$V = V_0 + V_\alpha$$

=



$$V_0 = A$$

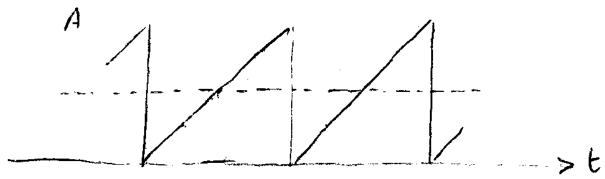
+



$$V_{\alpha RMS} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$ v ES 4

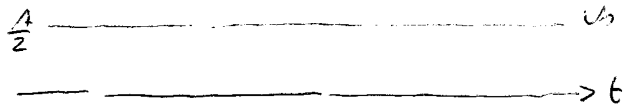
$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMS}^2} = \sqrt{A^2 + \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2} = A\sqrt{\frac{3}{2}}$$

ES 10 ONDA A DENTE DI SEGA CON VALOR MEDIO $\neq 0$



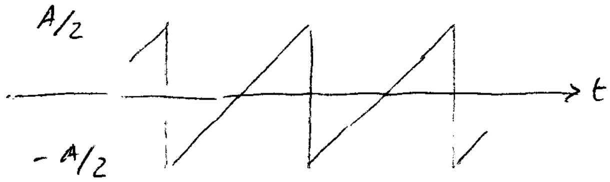
$$V = V_0 + V_\alpha$$

=



$$V_0 = A/2$$

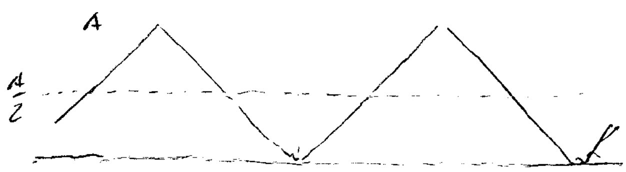
+



$$V_{\alpha RMS} = \frac{A/2}{\sqrt{3}}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMS}^2} = \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{A/2}{\sqrt{3}}\right)^2} = A\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = A\sqrt{\frac{4}{12}} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

ES. 11 ONDA TRIANGOLARE CON VALOR MEDIO $\neq 0$



STESSI RISULTATI DEL. ES. PRECEDENTE.

ES. 12 SEGNALE PERIODICO CON COMPONENTE CONTINUA

UN SEGNALE PERIODICO HA VALOR MEDIO $V_0 = -3V$ E VALORE EFFICACE $V_{RMS} = 5V$
DETERMINARE IL VALORE EFFICACE DELLO STESSO SEGNALE

a) TRASLATO VERSO L'ALTO DI 5V

b) TRASLATO VERSO IL BASSO DI 5V.

SOLUZ.

INDICATO CON $V(t)$ IL SEGNALE PERIODICO CON COMPONENTE CONTINUA

CON V_0 IL SUO VALOR MEDIO (COMPONENTE CONTINUA)

CON $V_d(t)$ IL SEGNALE PERIODICO A VALOR MEDIO NULLO (SEGNALE ALTERNATO)

RISULTA
$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 + V_{dRMS}^2}$$

QUINDI
$$V_{dRMS}^2 = V_{RMS}^2 - V_0^2$$
(QUADRATO DEL VALORE EFFICACE DEL SEGNALE ALTERNATO

SOSTITUENDO
$$V_{dRMS}^2 = 5^2 - (-3)^2 = 16\ V^2$$

a) TRASLATO VERSO L'ALTO DI 5V IL VALOR MEDIO DIVENTA

$$V_0' = -3 + 5 = +2V$$

$$V_{RMS}' = \sqrt{V_0'^2 + V_{dRMS}^2} = \sqrt{2^2 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\ V$$

b) TRASLATO VERSO IL BASSO DI 5V IL NUOVO VALOR MEDIO DIVENTA

$$V_0'' = V_0 - 5 = -3 - 5 = -8V$$

$$V_{RMS}'' = \sqrt{V_0''^2 + V_{dRMS}^2} = \sqrt{(-8)^2 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}\ V$$

ES. 12 (CONTINUA)

RELATIVAMENTE ALL'ES. 12 (DI PAG. PRECEDENTE), NELLE CONDIZIONI INIZIALI CON $V_0 = -3V$

1. DETERMINARE VALORE MINIMO E MASSIMO DEL SEGNALE PERIODICO DATO, NELL'IPOTESI CHE SI TRATTI DI

   a) FORMA D'ONDA TRIANGOLARE O A DENTE DI SEGA
   b) FORMA D'ONDA SINUSOIDALE
   c) FORMA D'ONDA QUADRA

2. NEL CASO DI FORMA D'ONDA QUADRA, RICALCOLARE IL VALORE EFFICACE UTILIZZANDO LA DEFINIZIONE

SOLUZ.

1. ESSENDO $V_{RMS} = 5V$ E $V_0 = -3V$ $\rightarrow V_{\alpha RMS} = 4V$ VALORE EFFICACE DELLA fdO ALTERNATA

   LE RELAZIONI TRA VALORE EFFICACE E AMPIEZZA DI UN SEGNALE ALTERNATO SONO:

   a) ONDA TRIANGOLARE E A DENTE DI SEGA

   $V_{\alpha RMS} = \frac{A}{\sqrt{3}} \rightarrow A = \sqrt{3}\, V_{\alpha RMS} = \sqrt{3} \cdot 4 = 6{,}93V \rightarrow$ $V_{MAX} = V_0 + A = -3 + 6{,}93 = 3{,}93V$; $V_{MIN} = V_0 - A = -3 - 6{,}93 = -9{,}93V$

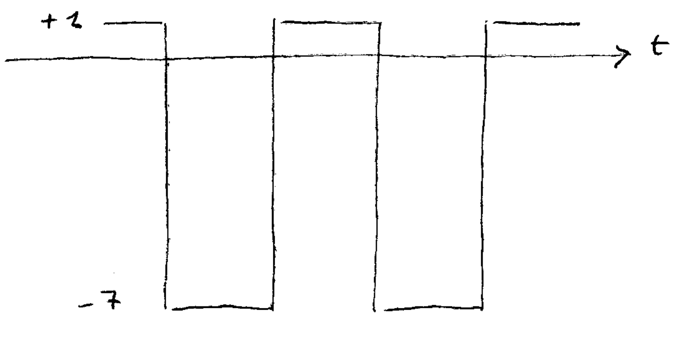
   b) ONDA SINUSOIDALE

   $V_{\alpha RMS} = \frac{A}{\sqrt{2}} \rightarrow A = \sqrt{2} \cdot V_{\alpha RMS} = \sqrt{2} \cdot 4 = 5{,}66V \rightarrow$ $V_{MAX} = -3 + 5{,}66 = 2{,}66V$; $V_{MIN} = -3 - 5{,}66 = -8{,}66V$

   c) ONDA QUADRA

   $V_{\alpha RMS} = A \rightarrow A = 4V$ $V_{MAX} = V_0 + A = -3 + 4 = 1V$; $V_{MIN} = V_0 - A = -3 - 4 = -7V$

2.



$A_T[V^2] = 1 \cdot \frac{T}{2} + (-7)^2 \cdot \frac{T}{2} = 50\frac{T}{2} = 25T$ $V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} A_T[V^2]} = \sqrt{\frac{1}{T} 25T} = 5V$ CVD.

SEGNALE COMPOSTO / VALORE EFFICACE

- SEGNALE SEMPLICE : SEGNALE CONTINUO O SINUSOIDALE
- SEGNALE COMPOSTO : SEGNALE NON SEMPLICE

ES. DI SEGNALE COMPOSTO

$$v(t) = \underbrace{2}_{V_0} + \underbrace{4 \sin(\omega_1 t + 30^\circ) + 3 \sin(\omega_2 t - 15^\circ)}_{V_\alpha(t)} \qquad v(t) = V_0 + V_\alpha(t)$$

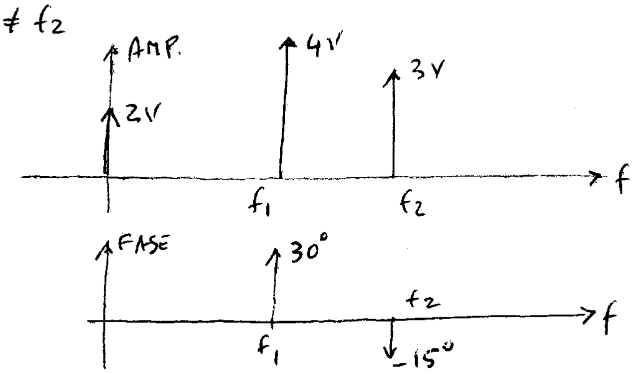
- LA COSTANTE RAPPRESENTA IL VALOR MEDIO DEL SEGNALE
- LA SOMMA DELLE SINUSOIDI DÀ COME RISULTATO UN SEGNALE ALTERNATO $V_\alpha(t)$ (SEGNALE A VALOR MEDIO NULLO)

SPETTRO DEL SEGNALE

, LO SPETTRO È COSTITUITO DA 2 GRAFICI CHE RAPPRESENTANO L'AMPIEZZA E LA FASE DELLE COMPON. IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA –

BISOGNA DISTINGUERE I 2 CASI : $1^\circ \ \omega_1 \neq \omega_2 \rightarrow f_1 \neq f_2$ $\qquad f = \frac{\omega}{2\pi}$
$2^\circ \ \omega_1 = \omega_2 \rightarrow f_1 = f_2$

1° CASO CON $f_1 \neq f_2$



- AMPIEZZA E FASE SONO RAPPRESENTATE CON UNA FRECCIA DI LUNGHEZZA PROPORZIONALE AL VALORE DATO IN CORRISPONDENZA DEL VALORE DI FREQUENZA
- PER LA COMPONENTE CONTINUA NON SI INDICA LA FASE

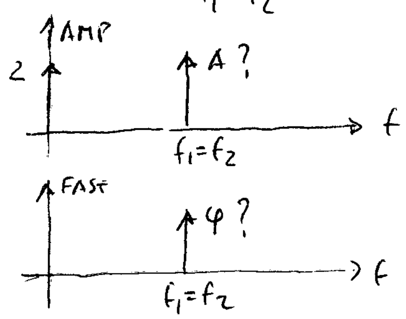
(DALLA RAPPRESENTAZIONE DEGLI SPETTRI È IMMEDIATO RICAVARE L'ESPRESSIONE ANALITICA DEL SEGNALE)

CALCOLO DEL VALORE EFFICACE

BASTA LO SPETTRO DELLE AMPIEZZE (LO SPETTRO DELLE FASI NON SERVE)

$$V_{RMS} = \sqrt{2^2 + \frac{1}{2}(4^2 + 3^2)} = \sqrt{4 + \frac{25}{2}} \simeq 4{,}06\,V$$

NEL 2° CASO CON $f_1 = f_2$



LA SOMMA DELLE 2 SINUSOIDI DI UGUALE FREQUENZA CHE COSTITUISCONO IL SEGNALE ALTERNATO DÀ COME RISULTATO UNA SINUSOIDE CON LA STESSA FREQUENZA DELLE SINUSOIDI SOMMATE.

L'AMPIEZZA E LA FASE DELLA RISULTANTE SI DETERMINA CON IL METODO DEI FASORI.

$$\bar{V}_s = 4 e^{j30^\circ} + 3 e^{-j15^\circ} = 6{,}48 \angle 10{,}9^\circ \qquad A = 6{,}48\,V \quad \varphi = 10{,}9^\circ$$

ES. A

1) Considerando lo sviluppo in serie di Fourier, relativamente alle forme d'onda quadra, triangolare e a dente di sega, si determini il valore efficace (approssimato) Vαapp delle 3 forme d'onda alternate, tenendo conto solo delle prime tre armoniche (si consideri A=1).
Per le 3 fdo, si confronti il risultato ottenuto con quello che si otterrebbe tenendo conto di tutte le armoniche che li compongono, eseguendo il rapporto tra i due valori, approssimato e non approssimato, del valore efficace Vαapp/Vαrms.

Gli sviluppi in serie delle fdo quadra, triangolare e a dente di sega sono riportati in seguito

$$\mathrm{sq(t)} = \frac{4\,A}{\pi}\left[cos\omega t - \frac{1}{3}cos3\omega t + \frac{1}{5}cos5\omega t - \cdots\right]$$

$$\mathrm{st(t)} = \frac{8\,A}{\pi^2}\left[cos\omega t + \frac{1}{3^2}cos3\omega t + \frac{1}{5^2}cos5\omega t + \cdots\right]$$

$$\mathrm{sd(t)} = \frac{2\,A}{\pi}\left[sin\omega t + \frac{1}{2}sin2\omega t + \frac{1}{3}cos3\omega t + \cdots\right]$$

2) Quante armoniche bisogna considerare affinché l'errore commesso nel calcolo del valore efficace non sia superiore al 3%?

$$\varepsilon\% = (1 - \frac{\mathrm{V\alpha app}}{\mathrm{V\alpha rms}})\cdot 100$$

3) Quante armoniche bisogna considerare affinché l'errore commesso nel calcolo del valore efficace del segnale ad onda quadra sia non sia superiore all'1%?

4) Stesse richieste dei primi 2 punti per le forme d'onda con l'aggiunta di un valor medio pari all'ampiezza del segnale alternato (A=1).

ES. B

Si determini il valore efficace delle 3 forme d'onda, quadra, triangolare e a dente di sega, sapendo che il valore minimo di queste è pari a 0 V e l'ampiezza della prima armonica è pari a 2V (A_1=2).

Gli sviluppi in serie delle fdo quadra, triangolare e a dente di sega sono riportati in seguito

$$\mathrm{sq(t)} = \frac{4\,A}{\pi}\left[cos\omega t - \frac{1}{3}cos3\omega t + \frac{1}{5}cos5\omega t - \cdots\right]$$

$$\mathrm{st(t)} = \frac{8\,A}{\pi^2}\left[cos\omega t + \frac{1}{3^2}cos3\omega t + \frac{1}{5^2}cos5\omega t + \cdots\right]$$

$$\mathrm{sd(t)} = \frac{2\,A}{\pi}\left[sin\omega t + \frac{1}{2}sin2\omega t + \frac{1}{3}cos3\omega t + \cdots\right]$$

1) SOLUZ. ES. 1

i VALORI APPROSSIMATI DEI VALORI EFFICACI DELLE f d O ALTERNATE, ~~CONSIDERANDO~~ TENENDO CONTO SOLO DELLE PRIME 3 ARMONICHE (CON AMPIEZZA = 1)
SI OTTIENE ~~SOMMANDO~~ DALLA SEZ. RELAZIONI. (RADICE DELLA Σ DEI QUADRATI DEI V. EFFICACI DELLE ~~SUE~~ COMPONENTI SPETTRALI / ARMONICHE CONSIDERATE

$$V_{\alpha APP} = \sqrt{\left(\frac{A_1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{A_3}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{A_1^2+A_2^2+A_3^2}{2}} = E.$$

ONDA QUADRA
$$V_{\alpha APPq_3} = \frac{\sqrt{\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{4}{\pi}\cdot\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{\pi}\cdot\frac{1}{5}\right)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\pi\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}} = 0{,}96595$$

ONDA TRIANG.
$$V_{\alpha APPt_3} = \frac{\sqrt{\left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 + \left(\frac{8}{\pi^2}\cdot\frac{1}{3^2}\right)^2 + \left(\frac{8}{\pi^2}\cdot\frac{1}{5^2}\right)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\pi^2\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{5^4}} = 0{,}57714$$

ONDA DDS.
$$V_{\alpha APPd_3} = \frac{\sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{3}\right)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\pi\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}} = 0{,}52528$$

i VALORI EFF. DELLE f d O ALTERNATE IN QUESTIONE, CONSIDERANDO LA TOTALITÀ DELLE ARMONICHE CHE LI COMPONGONO SONO

O. QUADRA $\quad V_{\alpha RMSq} = A_q = 1$

O. TRIANG. $\quad V_{\alpha RMSt} = \frac{A_t}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

O. DDS $\quad V_{\alpha RMSd} = \frac{A_d}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

i RAPPORTI TRA VALORI EFFICACI APPROSSIMATI E ~~VALORI~~ NON APP. ~~DEI VAL. EFF~~ SONO

O. QUADRA
$$\frac{V_{\alpha APPq3}}{V_{\alpha RMSq}} = \frac{V_{\alpha APPq3}}{1} = 0{,}96595$$

O. TRIANG.
$$\frac{V_{\alpha APP.t3}}{V_{\alpha RMSt}} = \frac{V_{\alpha APPt3}}{1/\sqrt{3}} = \sqrt{3}\, V_{\alpha APPt3} = 0{,}99964$$

O. DDS
$$\frac{V_{\alpha APP.d3}}{V_{\alpha RMSd}} = \frac{V_{\alpha APP.d3}}{1/\sqrt{3}} = \sqrt{3}\, V_{\alpha APPd3} = 0{,}90965$$

2) ~~CO~~NSIDERANDO SOLO 3 ARMONICHE x ~~le fasi~~. CIASCUNA DELLE 3 f.d.o. RISULTA

O. QUADRA $\varepsilon\%_{q3} = \left(1 - \frac{\alpha V_{APPq3}}{\alpha V_{rmsq}}\right) = 3{,}405\%$

O. TRIANG. $\varepsilon_{t3}\% = \left(1 - \frac{\alpha V_{APt3}}{\alpha V_{rmst}}\right) = -0{,}036\%$

O. DDS. $\varepsilon_{d3}\% = \left(1 - \frac{\alpha V_{APPd3}}{\alpha V_{rmst}}\right) = 9{,}035\%$

l'~~ONDA TRI~~ CONSIDERANDO SOLO 3 ARMONICHE, il calcolo del V. EFFICACE PER l'ONDA TRIANGOLARE FORNISCE UN ERRORE << 3%

AFFINCHÈ l'ERRORE NEL CALCOLO DEL VALORE EFFICACE SIA INFERIORE AL 3%

- PER l'ONDA QUADRA SONO NECESSARIE 4 ARMONICHE.

INFATTI

$$\frac{\alpha V_{APPq4}}{V_{rmsq}} = \frac{4}{\pi\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2}} = 0{,}9745 > 0{,}97 \rightarrow \varepsilon < 3\%$$

- PER l'ONDA A DENTE DI SEGA SONO NECESSARI ~~21 ARMONICHE~~ 19 ARMONICHE ~~TUTTE LE ARMONICHE FINO A QUELLA CON INDICE PARI A~~ 21

$$\frac{V_{APPd_{21}}}{V_{rmsd}} = \frac{\frac{2}{\pi\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{\cancel{20}^2}}}{1/\sqrt{3}} = 0{,}97064 > 0{,}97 \quad \varepsilon < 3\%$$

3) AFFINCHÈ l'ERRORE COMMESSO NEL CALCOLO DEL VALORE EFFICACE DEL SEGNALE A ONDA QUADRA SIA NON SUPERIORE ALL'1% BISOGNA CONSIDERARE 11 ARMONICHE, CIOÈ TUTTE ~~LE ARMONICHE~~ FINO A QUELLA DI INDICE 21

$$V_{APPq_{21}} = \frac{4}{\pi\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots \frac{1}{21^2}} = 0{,}99075 > 0{,}99 \quad \varepsilon < 1\%$$

4 CON L'AGGIUNTA DEL VALOR MEDIO

IL CALCOLO DEL VALORE ~~EFFICACE~~ EFFETTIVO SI EFFETTUA UTILIZZANDO LA SEG. ESPRESSIONE

$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMS}^2}$$

dove V_0 ~~[illegible]~~, $V_{\alpha RMS}$ È IL VALORE EFF DELLA f(t) ALTERNATA.

MENTRE IL CALCOLO DEI VALORI EFFICACI APPROSSIMATI $V_{RMS APP q}$ si ottengono considerando valor medio e i valori efficaci approssimati della f(t) alternata.

~~[illegible]~~

I VALORI APPROSSIMATI DEI VAL. EFF. CONSIDERANDO ~~[illegible]~~ VALOR MEDIO E LE PRIME 3 ARMONICHE RISULTA

PARI ALL'AMPIEZZA DEL SEGNALE ALTERNATO (CIOÈ $V_0 = 1$)

O. QUADRA $V_{APPq} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha APPq3}^2} = \sqrt{1 + 0{,}96595^2} = 1{,}39034$ ~~1,40272~~

O. TRIAN $V_{APPt} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha APPt3}^2} = \sqrt{1 + 0{,}57714^2} = 1{,}1546$

O. DDS $V_{APPd} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha APPd3}^2} = \sqrt{1 + 0{,}52518^2} = 1{,}1295$

I VALORI NON APPROSSIMATI

O QUADRA $V_{RMSq} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMSq}^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

O. TRIANG. $V_{RMSt} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMSt}^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

O. DDS $V_{RMSD} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMSd}^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

I RAPPORTI TRA I VALORI EFFICACI APPROSS. E ~~VALORI~~ NON APPROSS. SONO

O QUADRA $\frac{V_{APPq}}{V_{RMSq}} = \frac{1{,}39034}{\sqrt{2}} = 0{,}9831$ $\quad \varepsilon < 2\%$

O. TRIANG. $\frac{V_{APPt}}{V_{RMSt}} = \frac{1{,}1546}{2/\sqrt{3}} = 0{,}99991$ $\quad \varepsilon < 9 \cdot 10^{-3}\%$

O DDS. $\frac{V_{APP.d}}{V_{RMSd}} = \frac{1{,}1295}{2/\sqrt{3}} = 0{,}9782$ $\quad \varepsilon < 3$ ...

SOLUZ. ES B

($A_1 = 2$ è il valore massimo delle fdo) ($V_{min} = 0$) 3

NOTA L'AMPIEZZA DELLA PRIMA ARMONICA, DETERMINO L'AMPIEZZA E VALOR MEDIO DELLE fdo.

ONDA QUADRA $A_1 = \frac{4A_q}{\pi}$ $\rightarrow A_q = \frac{\pi}{4} A_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 2 = \frac{\pi}{2}$ $V_{0q} = V_{min} + A_q = \frac{\pi}{2}$

ONDA TRIANG. $A_1 = \frac{8A_t}{\pi^2} \rightarrow A_t = \frac{\pi^2}{8} A_1 = \frac{\pi^2}{8} \cdot 2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$ $V_{0t} = V_{min} + A_t = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$

ONDA DENTE DI SEGA $A_1 = \frac{2A_d}{\pi}$ $A_d = \frac{\pi}{2} A_1 = \frac{\pi}{2} \cdot 2 = \pi$ $V_{0d} = V_{min} + A_d = \pi$

PER ~~IL CALCOLO DEI VALORI EFFICACI UTILIZZO LA RELAZIONE~~

V_{RMS}

I VALORI EFFICACI DELLE fdo ALTERNATE (CON VALOR MEDIO NULLO) SONO

O. QUADRA $V_{\alpha RMSq} = A_q = \frac{\pi}{2}$

O. TRIANG. $V_{\alpha RMSt} = \frac{A_t}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$

O. DDS. $V_{\alpha RMSd} = \frac{A_d}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$

PER IL CALCOLO DEI VALORI EFFICACI UTILIZZO LA RELAZIONE

$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMS}^2}$$

ONDA QUADRA

$$V_{RMSq} = \sqrt{V_{0q}^2 + V_{\alpha RMSq}^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} = \frac{\pi}{2}\sqrt{2}$$

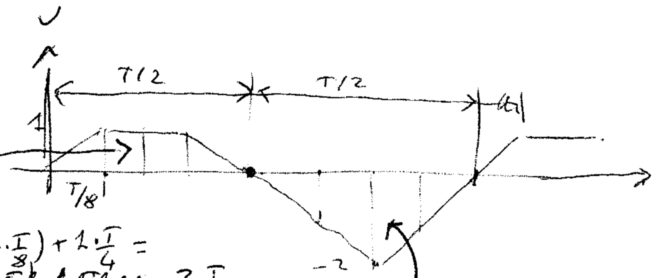
O. TRIANG.

$$V_{RMSt} = \sqrt{V_{0t}^2 + V_{\alpha RMSt}^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^4 + \frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{2}\right)^4} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2\sqrt{1+\frac{1}{3}} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{2}{\sqrt{3}}$$

O. DDS

$$V_{RMSd} = \sqrt{V_{0d}^2 + V_{\alpha RMSd}^2} = \sqrt{\pi^2 + \frac{1}{3}\pi^2} = \pi\sqrt{\frac{4}{3}} = \pi \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

ES. CALCOLO VALOR MEDIO



$2\cdot\frac{1}{2}\left(1\cdot\frac{T}{8}\right)+1\cdot\frac{T}{4} =$

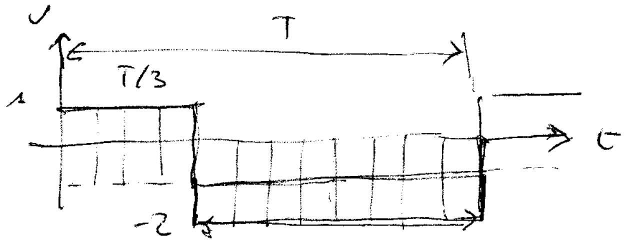
$A_1 = 3\frac{T}{8}$

$A_2 = \frac{1}{2}\left(-2\cdot\frac{T}{2}\right) = -\frac{T}{2}$

$A_T[v] = A_1 + A_2 = \frac{3T}{8} - \frac{T}{2} = \frac{3-4}{8}T = -\frac{T}{8}$

$v_0 = \frac{1}{T}A_T[v] = \frac{1}{T}\cdot\left(-\frac{T}{8}\right) = -\frac{1}{8}$

ES. CALCOLO VALORE EFFICACE



$A_T[v^2] = 1^2\cdot\frac{T}{3} + (-2)^2\cdot\frac{2}{3}T = \frac{T}{3} + \frac{8}{3}T = \frac{9}{3}T = 3T$

$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}A_T[v^2]} = \sqrt{\frac{1}{T}3T} = \sqrt{3}$

Per la scomposizione di una forma d'onda periodica nella somma di una fdo pari e una fdo dispari si vedano gli es 15c, 16 e 20 del file SERIE DI FOURIER parte 1 e gli es 2a e 2b del file SERIE DI FOURIER parte 2