BLOCCO TEMATICO

B

Numeri e calcolatori

Conoscenze

- Sistemi di numerazione diversi dal decimale
- Conversioni in basi diverse
- Aritmetica binaria
- Segnali analogici e digitali
- Rappresentazione di dati testuali, numerici e multimediali
- Standard IEEE754 per la codifica di numeri reali
- Grafica raster e vettoriale
- Tecniche di compressione di dati multimediali
- Digitalizzazione di immagini e video

Abilità

- Convertire numeri decimali in basi diverse
- Operare con i numeri binari
- Rappresentare i dati in standard ASCII e UNICODE
- Rappresentare i numeri interi e reali secondo appositi standard
- Comprendere il concetto di dato multimediale
- Comprendere le tecniche grafiche per immagini raster e vettoriali
- Inquadrare le tecniche di digitalizzazione audio e video

Competenze

- Riconoscere le tecniche di rappresentazione dei dati all'interno di un computer
- Sviluppare capacità operative in merito alla rappresentazione di dati testuali, numerici e multimediali

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 1
Aritmetica del computer

1 Come contavano i nostri antenati
2 Sistemi addizionali e sistemi posizionali
3 I sistemi di numerazione decimale e binario
4 Conversione da binario a decimale e da decimale a binario
5 Aritmetica binaria: somma e prodotto
6 Aritmetica binaria: sottrazione e divisione
7 Il sistema ottale
8 Il sistema esadecimale

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 2
Codifica dell'informazione numerica e alfanumerica

9 Rappresentazione delle informazioni
10 Il codice
11 Codifica e decodifica dell'informazione
12 Rappresentazione delle informazioni alfanumeriche
13 Rappresentazione binaria dei numeri
14 Rappresentazione dei numeri reali

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 3
Codifica dell'informazione multimediale

15 La codifica delle immagini
16 I sistemi di compressione
17 La compressione delle immagini
18 Grafica raster e grafica vettoriale
19 I formati grafici delle immagini bitmap
20 Il formato JPEG e la geometria frattale
21 La grafica tridimensionale e il rendering
22 L'audio digitale
23 I principali formati audio
24 Il video digitale

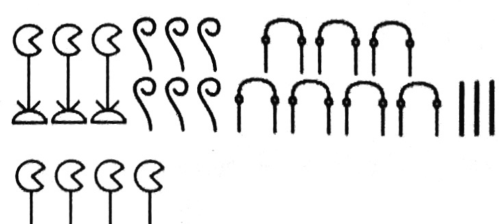
UNITÀ DI APPRENDIMENTO SUL WEB
Le reti di computer

LEZIONE 1 Come contavano i nostri antenati

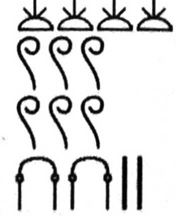
Il concetto di **numerazione** si riferisce al problema fondamentale di rappresentare i numeri, che sono infiniti, con un numero finito di segni: le **cifre**. L'uomo fin dalle origini della storia ha avvertito la necessità di contare e per farlo utilizzava gli strumenti che aveva a disposizione: mani, pietre, bastoncini. I cumuli di pietre erano mezzi troppo precari per la conservazione di informazioni, perciò l'uomo preistorico talvolta registrava i numeri incidendo intaccature su un bastone o su un osso. Molti anni fa in Cecoslovacchia è stato ritrovato un osso di lupo che presenta cinquantacinque intaccature profondamente incise in due serie: venticinque nella prima e trenta nella seconda; all'interno di ciascuna serie le intaccature sono distribuite in gruppi di cinque.
Già da questo esempio si comprende che l'idea di numero è molto più antica di quanto possiamo immaginare, più antica dei progressi tecnologici come l'uso dei metalli. L'idea di numero precede la nascita della civiltà e della scrittura, nel senso comune del termine, infatti sono stati ritrovati resti archeologici a cui è riferibile un significato numerico, come l'osso di lupo appena descritto, che risalgono a circa 30.000 anni fa. Con il passare del tempo, spinto dal bisogno di ampliare le sue possibilità di conteggio, l'uomo cominciò a pensare all'uso di simboli ai quali assegnare un valore particolare.
Pensiamo agli antichi **Egizi**. Comprendere il mistero della numerazione geroglifica egiziana fu piuttosto semplice. Gli Egizi riuscivano a incidere sulla pietra numeri superiori al milione. Un unico trattino verticale rappresentava l'unità, un archetto capovolto indicava 10, un laccio simile a un punto interrogativo rappresentava 100, un fiore di loto 1000, un dito piegato 10000, un *barbio* (simile a un girino) 100000 e una figura inginocchiata (forse il dio dell'infinito) 1000000.

Numero	Simbolo	Numero	Simbolo
1	𓏺	10000	𓂭
10	𓎆	100000	𓆐
100	𓍢	1000000	𓁨
1000	𓆼		

Mediante la ripetizione di questi simboli si poteva scrivere, per esempio, il numero 3673 in questo modo:



Mentre il numero 4622 veniva scritto come:



Talvolta le cifre più piccole venivano collocate a sinistra, altre volte venivano disposte verticalmente. I simboli stessi potevano essere orientati in senso contrario: il laccio, per esempio, poteva essere convesso verso destra o verso sinistra. Questo era un primo esempio di sistema di numerazione in base dieci.
Gli antichi **Romani** utilizzavano sette simboli, a ognuno dei quali attribuivano un particolare valore:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Tutti gli altri numeri venivano ottenuti con opportune combinazioni di simboli che simulavano la somma algebrica.

Per esempio, il numero 7 si otteneva come:

5 + 1 + 1 ossia V + I + I = **VII**

Il numero 1762 veniva rappresentato nel seguente modo:

1000 + 500 + 100 + 100 + 50 + 10 + 1 + 1

ossia:

M + D + C + C + L + X + I + I = **MDCCLXII**

Il numero 1952, infine, si otteneva come:

1000 + (1000–100) + 50 + 1 + 1

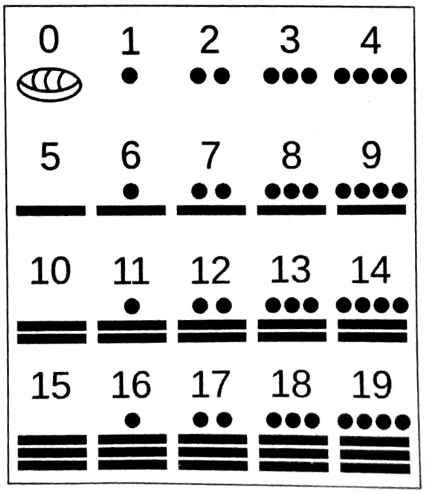
ossia:

M + (CM) + L + I + I = **MCMLII**

E infine, pensiamo ai Greci. In Grecia pare vi fossero due sistemi principali di numerazione: uno noto come il sistema **attico** (o **erodianico**), l'altro detto sistema **ionico** (o **alfabetico**). Entrambi erano fondati sulla base dieci.
Il sistema attico è più primitivo ed era basato su un semplice schema iterativo proprio come quello che abbiamo riscontrato nella numerazione geroglifica egiziana. In questo sistema i numeri da uno a quattro erano rappresentati da trattini verticali ripetuti. Per il numero cinque si usava un nuovo simbolo: la prima lettera P (o G) della parola cinque, *pente*, rappresentata dal simbolo **Γ**. Per indicare i numeri dal sei al nove, il sistema attico aggiungeva al simbolo **G** dei trattini che indicavano le unità. Per esprimere le potenze intere positive della base venivano adottate le lettere iniziali delle corrispondenti parole numeriche: D per *deca* (dieci), H per *hekaton* (cento), X per *khilioi* (mille) e M per *myrioi* (diecimila). Fatta eccezione per la forma dei simboli, il sistema attico era molto simile a quello romano, ma aveva un vantaggio rispetto a quest'ultimo: mentre i Romani utilizzavano simboli diversi per indicare 50 e 500, i Greci li scrivevano mediante la combinazione delle lettere che indicavano 5, 10 e 100: usavano quindi:

 (cioè 5 volte 10) per indicare 50 e  (cioè 5 volte 1000) per indicare 5000

Di un certo interesse era anche il sistema vigesimale degli antichi Maya, che utilizzava come base dei calcoli il numero 20, cioè la somma delle dita dei mani e dei piedi. La conchiglia era il simbolo dello zero; il punto equivaleva a uno; la barra (—) a 5. Questo sistema di numerazione, di tipo posizionale e non additivo come quello romano, permetteva di calcolare somme molto grandi. Si trattava in effetti di un sistema certamente migliore di quelli egiziano e greco-romano, tanto che i conquistatori spagnoli rimasero impressionati dalla rapidità con cui i Maya erano in grado di contare i semi di cacao, senza disporre di misure di capacità o peso, che vendevano uno a uno in quantità varianti da 400 a 8.000.



LEZIONE

Sistemi addizionali e sistemi posizionali

Sistemi addizionali e sistemi posizionali

Cominciamo dalla definizione di sistema di numerazione.

> Si definisce **sistema di numerazione** un insieme di simboli e di regole che permettono di rappresentare i numeri e possibilmente alcune operazioni che si possono effettuare su di essi.

Per definire un sistema di numerazione è necessario indicare:

- un insieme di simboli detti **cifre**;
- una *sintassi*, cioè un insieme di **regole** che specificano come costruire i vari numeri.

Per comprendere la differenza tra sistemi addizionali e sistemi posizionali, considera con attenzione quanto segue.
Abbiamo visto che nella numerazione romana si utilizzano tra gli altri i simboli I, V, X, L, C, mentre nella nostra abituale numerazione decimale i simboli sono esattamente 10, ossia: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
I simboli quindi sono diversi, ma è altrettanto importante il fatto che sono diverse le regole in base alle quali si scrivono i numeri (sintassi). Per renderci conto di questo facciamo alcuni semplici esempi.
Consideriamo il numero romano XXXII. Tenendo conto che i Romani sottintendevano il segno di addizione, possiamo dire che corrisponde al numero: $X + X + X + I + I = 32$.
Consideriamo, ora, le due scritture:

IX e XI

Sappiamo che IX rappresenta il numero naturale 9, mentre XI rappresenta il numero 11. È noto infatti che, nel sistema di numerazione adottato dai Romani, il simbolo I, se è posto prima di un altro simbolo, sottrae una unità, mentre se è posto dopo un altro simbolo aggiunge una unità al simbolo che lo precede.
Riprendiamo, ora, il numero XXXII. Se pensassimo di tradurlo simbolo per simbolo in cifre arabe otterremmo:

X	X	X	I	I
10	10	10	1	1

con un valore numerico completamente diverso. Come mai? Qui entra in gioco la differenza di sintassi. Osserviamo allora che il **sistema di numerazione romano è additivo o addizionale**.

> In un **sistema addizionale** la regola per rappresentare un numero è relativamente semplice: il valore di ciascun simbolo viene sommato se immediatamente alla sua destra compare un simbolo di valore inferiore o uguale (oppure se è l'ultimo), altrimenti viene sottratto.

Il sistema additivo, però, non è esente da possibili ambiguità e quindi potenziale confusione, come si nota subito quando ci si trova davanti a numeri quali XIX, che potrebbe essere interpretato come:

$$X + I + X = 21$$

oppure come:

$$X + (I - X) = 19$$

valore che effettivamente gli viene attribuito, o anche:

$$X + I - X = ?$$

Viene spontaneo pensare che questo tipo di sistema non sia poi tanto comodo.

Un altro svantaggio dei sistemi di questo tipo risiede nelle dimensioni delle rappresentazioni che si ottengono (in termini di quantità di simboli impiegati): **i simboli hanno un valore fissato indipendentemente dalla posizione che occupano** e quindi la codifica di un numero ha una lunghezza proporzionale al numero stesso.
Il sistema addizionale è stato molto usato nel passato, anche se, come abbiamo appena detto, era caratterizzato da notevoli svantaggi. La svolta decisiva che condusse all'introduzione dei sistemi posizionali avvenne intorno all'anno 500 d.C. grazie al matematico indiano *Aryabhata*, che riprese l'idea dell'astronomo babilonese Naburian (400 a.C.) e introdusse il concetto di **numero zero**. Fino ad allora, infatti, nessuno si era preoccupato di contare "zero cose", ossia nulla. Dopo attenta analisi su che cosa rappresentasse questo numero, e una volta compresa la sua grande utilità, gli Arabi lo introdussero nell'Occidente permettendo, così, il passaggio dai sistemi addizionali ai nostri sistemi posizionali o pesati.

In un sistema di numerazione **posizionale** una stessa cifra (0, 1, 2, 3...) assume valori diversi (cioè ha un **peso** diverso) a seconda della posizione che occupa all'interno di un numero.

Un sistema di numerazione posizionale è definito da:

- una **base** *b* che indica il numero di simboli utilizzato per rappresentare tutti i numeri (per esempio, base 2, base 10, base 16 e così via) e quante unità dell'ordine inferiore servono per formare una unità dell'ordine immediatamente superiore;
- un insieme *c* di **cifre** distinte (naturalmente l'insieme è costituito da *b* cifre distinte. Nel sistema a base 5, per esempio, avremo 5 cifre distinte, in quello a base 8 ne avremo 8 e così via). Ogni cifra può assumere un valore compreso tra *0* e *b – 1*. A ognuna di queste cifre possono essere assegnati due valori: uno che dipende esclusivamente dalla forma della cifra, e che pertanto potremmo chiamare **valore facciale**, e uno legato alla posizione della cifra nel numero, a partire dalla virgola verso destra o verso sinistra, al quale si dà appunto il nome di **valore posizionale**;
- un **insieme di regole** necessarie per poter interpretare il numero, per contare e per eseguire le operazioni.

Ogni numero si esprime come somma dei prodotti di ciascuna cifra per la base elevata all'esponente che rappresenta la posizione della cifra stessa. Vediamo alcuni esempi:

7	rappresenta sette unità (*valore facciale*)
70	$= 7*10$ rappresenta settanta unità
700	$= 7*100$ rappresenta settecento unità
77	$= 70 + 7 = 7*10 + 7$
777	$= 700 + 70 + 7 = 7*100 + 7*10 + 7$
7,7	$= 7 + \frac{7}{10}$
7,77	$= 7 + \frac{7}{10} + \frac{7}{100}$

Abbiamo dunque scritto sette numeri usando sempre lo stesso simbolo dal valore facciale equivalente a sette unità, però il valore del numero rappresentato cambia a mano a mano che varia la posizione della cifra 7. Così dal valore di *sette* unità siamo passati a *settanta* e successivamente a *settecento*. Poi, da *settantasette* siamo passati a *settecentosettantasette* e infine abbiamo rappresentato 7 + sette decimi di unità e 7 + sette decimi di unità + sette centesimi di unità.
Per concludere possiamo dire che nel sistema posizionale, proprio perché esiste una regola per passare da una cifra alla precedente e alla seguente, ogni numero, per quanto grande, può essere scritto con pochi simboli elementari, il numero dei quali dipende dal sistema di numerazione prescelto.

LEZIONE

I sistemi di numerazione decimale e binario

Il sistema di numerazione decimale

Aristotele, uno dei più innovativi e prolifici uomini di cultura del mondo antico, notò che l'uso della base decimale per il sistema di numerazione si doveva al fatto che siamo nati con dieci dita dei piedi e dieci dita delle mani. Il sistema di numerazione decimale, o sistema in base 10, è un sistema posizionale e utilizza le seguenti dieci **cifre decimali**:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Queste cifre, opportunamente combinate, permettono di rappresentare qualsiasi numero. I numeri superiori a 9 vengono formati con più di una cifra.
Prendiamo in esame il numero 238. Sappiamo bene che la cifra 8 rappresenta le unità, la cifra 3 le decine e la cifra 2 le centinaia. Ma attenzione: dire 3 decine o 30 unità non è forse la stessa cosa? E dire 2 centinaia o 200 unità non è anche la stessa cosa? Da questo esempio si ricava una regola di base: a mano a mano che ci spostiamo verso sinistra, il valore di una cifra viene ricondotto alle unità moltiplicandolo per il suo peso, ossia moltiplicandolo per 10 elevato a un esponente pari alla posizione occupata:

Posizione	6	5	4	3	2	1	0
Peso	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
Valore del peso	milioni	centinaia di migliaia	decine di migliaia	migliaia	centinaia	decine	unità

Nel numero 238, quindi, il numero 3 ha il suo valore intrinseco che è, appunto, 3, ma ha un valore posizionale di $3*10^1$. Analogamente, il 2 ha il suo valore intrinseco 2, ma ha un valore posizionale di $2*10^2$.
A questo punto possiamo dire che il numero 238 può essere espresso nel seguente modo:

$$2*10^2 + 3*10^1 + 8*10^0 = 2*100 + 3*10 + 8*1 = 200 + 30 + 8 = 238$$

Ora analizziamo il numero 1258,64. In questo caso ci troviamo di fronte a un numero composto da un parte intera e da una decimale. Per esprimere i valori delle singole cifre dobbiamo servirci anche della tabella seeguente, che riporta i pesi delle cifre poste alla destra della virgola decimale:

Posizione	1	2	3	4	5	6
Peso	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
Valore del peso	decimi	centesimi	millesimi	deci-millesimi	centi-millesimi	milione-simi

A questo punto il numero può essere espresso nel seguente modo:

$$1*1000 + 2*100 + 5*10 + 8*1 + 6*1/10 + 4*1/100 =$$
$$1000 + 200 + 50 + 8 + 0{,}6 + 0{,}04 = 1258{,}64$$

In generale, quindi, possiamo scrivere ogni numero come combinazione di potenze di 10:

$$\text{numero} = c_n*10^n + c_{n-1}*10^{n-1} + ... + c_0*10^0 + c_{-1}*10^{-1} + c_{-2}*10^{-2} ...$$

dove:

- $c_0 ... c_n$ possono avere i valori da 0 a 9;
- 10 è la base.

Generalizzando la formula e indicando con *b* la generica base otteniamo:

$$\text{numero} = c_n*b^n + c_{n-1}*b^{n-1} + ... + c_0*b^0 + c_{-1}*b^{-1} + c_{-2}*b^{-2} ...$$

Tale forma costituisce la cosiddetta **notazione polinomiale** o **espansa**, così chiamata proprio perché viene evidenziato il valore di ogni cifra.

Il sistema di numerazione binario

All'interno di un computer la rappresentazione di tutte le informazioni è di tipo numerico. La base di rappresentazione è di tipo binario, cioè si basa su un sistema di numerazione che è costituito da due soli simboli 0 e 1 dette **cifre binarie** o **bit**, termine derivante dalla contrazione di *Binary Digit*. Questa circostanza deriva dal fatto che le macchine elettroniche numeriche sono costituite da unità fisiche elementari, le quali sono in grado di operare con due soli livelli stabili.
Un numero binario è un numero composto da una sequenza di 0 e di 1, e i pesi associati a queste due cifre sono, naturalmente, potenze della base 2.

Posizione	...	6	5	4	3	2	1	0	.	1	2	3	4	5	...
Peso	...	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	.	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	...

Benché 0 e 1 siano simboli che possono appartenere sia al sistema di numerazione decimale che a quello binario, non c'è ambiguità nella rappresentazione, purché sia definito a priori su quale base si sta operando. Infatti, il numero 1101 nel sistema decimale esprime una quantità numerica diversa rispetto al sistema binario.
Il numero 735 non pone questa ambiguità, poiché il sistema binario non dispone dei simboli 7, 3, e 5, ma potrebbe rappresentare un numero in una base contenente 8 diversi simboli (da 0 a 7). Per evitare dubbi e ambiguità, all'interno di una formalizzazione rigorosa è corretto rappresentare ogni numero esplicitando la base utilizzata, come in: $1101_{(2)}$ e $735_{(10)}$.

All'interno di un numero, la cifra più a sinistra (cioè quella elevata alla potenza più alta) viene detta **cifra più significativa** o **bit più pesante**, mentre la cifra più a destra (cioè quella elevata alla potenza più bassa) è detta **cifra meno significativa** o **bit più leggero**). La numerazione naturale si ottiene, analogamente a quanto avviene nel sistema decimale e similmente a tutte le altre basi, per mezzo di una successione ordinata di tutti i simboli disponibili (due nel sistema binario, dieci nel sistema decimale) a partire dalla posizione meno significativa; una volta esauriti i simboli in tale posizione si aumenta di una unità la posizione successiva e si ricomincia la successione dei simboli dall'inizio:
Questa sequenza di numeri binari, ciascuno costituito da tre cifre binarie (3 bit), consente di generare 8 diverse combinazioni. Perciò, se includiamo lo zero, con 3 soli bit potremmo contare fino a 7 unità. Ciò conduce alla regola generale secondo la quale disponendo di un numero N di cifre binarie è possibile rappresentare 2^N combinazioni e quindi rappresentare come massima quantità positiva il numero 2^{N-1}. Per esempio, con 16 bit si possono ottenere $2^{16} = 65536$ combinazioni diverse e quindi esprimere come massima quantità positiva il numero 65535.

$2^N - 1$

3 cifre in base 10:	da 0 a	$999 = 10^3-1$
8 cifre in base 2 (1 byte):	da 0 a	$255 = 2^8-1$
16 cifre in base 2 (2 byte):	da 0 a	$65535 = 2^{16}-1$
32 cifre in base 2 (4 byte):	da 0 a	$4294967295 = 2^{32}-1$

In generale, pertanto, con N cifre in base b possiamo rappresentare b^N valori compresi tra 0 e b^N-1.
Maggiore è il numero di bit a disposizione per la rappresentazione di un numero e maggiore è l'ampiezza dell'intervallo di rappresentazione da 0 a b^N-1.

Conversione da binario a decimale e da decimale a binario

Conversione da binario a decimale

Per conoscere il valore decimale di un numero binario basta esprimerlo in notazione espansa, quindi:

- moltiplichiamo ciascuna cifra binaria per il suo corrispondente peso e sommiamo alla fine i prodotti ottenuti.

Facciamo un esempio utilizzando la seguente tabella:

2^n	n	2^{-n}
1	**0**	1.0
2	**1**	0.5
4	**2**	0.25
8	**3**	0.125
16	**4**	0.0625
32	**5**	0.03125
64	**6**	0.015625
128	**7**	0.0078125
256	**8**	0.00390625
512	**9**	0.001953125
1024	**10**	0.0009765625

- Nel seguito utilizzeremo spesso il punto decimale al posto della virgola decimale, perché quando si realizzano programmi al computer generalmente occorre procedere in questo modo.

Determiniamo il valore decimale del numero binario 100101:

$$1*2^5+0*2^4+0*2^3+1*2^2+0*2^1+1*2^0=$$
$$1*32+0+0+1*4+0+1=32+4+1=\mathbf{37}$$

Quindi $100101_{(2)} = 37_{(10)}$

Ora determiniamo il valore decimale del numero binario 11111110

$$1*2^7+1*2^6+1*2^5+1*2^4+1*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0=$$
$$1*128+1*64+1*32+1*16+1*8+1*4+1*2+0=$$
$$128+64+32+16+8+4+2=\mathbf{254}$$

Quindi $11111110_{(2)} = 254_{(10)}$

Stop

È prassi comune esprimere verbalmente i numeri binari come sequenze di cifre 0 e 1, quindi il numero 1101 non si legge "millecentouno" (come si farebbe normalmente se la base fosse decimale), bensì "uno uno zero uno".

Conversione da decimale a binario

Per convertire un numero decimale intero in un numero binario è possibile utilizzare il metodo delle divisioni successive, fondato sulla seguente regola:

> Si divide il numero N da convertire per due e il resto (che naturalmente può essere soltanto 1 o 0) rappresenta la prima cifra meno significativa del numero binario corrispondente. Successivamente si divide il quoziente ottenuto per due e si ottiene un resto che rappresenta la seconda cifra meno significativa. Si ripete il procedimento fino a quando il quoziente sarà uguale a zero.

Come abbiamo già visto, la **significatività** di una cifra dipende dal suo peso; quindi, all'interno di un numero, la **cifra meno significativa** è quella che ha il valore posizionale più basso, mentre la **cifra più significativa**, ovviamente, è quella caratterizzata dal valore posizionale più elevato.
Per esempio, nel numero binario 1001100111 avremo:

Cifra più significativa → 1 0 0 1 1 0 0 1 1 1 ← Cifra meno significativa

Ora trasformiamo il numero decimale 18 nel suo corrispondente binario:

18 : 2 = 9	resto 0	Cifra meno significativa
9 : 2 = 4	resto 1	
4 : 2 = 2	resto 0	
2 : 2 = 1	resto 0	
1 : 2 = 0	resto 1	Cifra più significativa

10010

Quindi $18_{(10)} = 10010_{(2)}$.

Ora trasformiamo il numero decimale 137 nel suo corrispondente binario:

137 : 2 = 68	resto 1	Cifra meno significativa
68 : 2 = 34	resto 0	
34 : 2 = 17	resto 0	
17 : 2 = 8	resto 1	
8 : 2 = 4	resto 0	
4 : 2 = 2	resto 0	
2 : 2 = 1	resto 0	
1 : 2 = 0	resto 1	Cifra più significativa

10001001

Quindi $137_{(10)} = 10001001_{(2)}$.

Un ultimo esempio, trasformiamo il numero decimale 127 in binario:

127 : 2 = 63	resto 1	Cifra meno significativa
63 : 2 = 31	resto 1	
31 : 2 = 15	resto 1	
15 : 2 = 7	resto 1	
7 : 2 = 3	resto 1	
3 : 2 = 1	resto 1	
1 : 2 = 0	resto 1	Cifra più significativa

1111111

Quindi $127_{(10)} = 1111111_{(2)}$.

APPLICAZIONI

LEZIONE

Conversione da binario a decimale e da decimale a binario

Convertiamo il numero binario 100101.101 nel suo corrispondente decimale

Il numero da trasformare presenta una parte decimale. Nessun problema! L'unica differenza consiste nel fatto che occorre tenere conto che per i numeri decimali le potenze del 2 sono negative.
Quindi:

$100101.101_{(2)} = ???_{(10)}$?

$$1*2^5 + 0*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} =$$
$$1*32 + 0 + 0 + 1*4 + 0 + 1 + 1*1/2 + 0 + 1*1/8 =$$
$$32 + 4 + 1 + 1/2 + 1/8 =$$
$$32 + 4 + 1 + 0{,}5 + 0{,}125 =$$
$$= \mathbf{37.625}$$

Quindi $100101.101_{(2)} = 37.625_{(10)}$.

Convertiamo il numero binario 111101.1011 nel suo corrispondente decimale

$111101.1011_{(2)} = ???_{(10)}$?

$$1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} + 1*2^{-4} =$$
$$1*32 + 1*16 + 1*8 + 1*4 + 0 + 1*1 + 1*1/2 + 0 + 1*1/8 + 1*1/16 =$$
$$32 + 16 + 8 + 4 + 1 + 1/2 + 1/8 + 1/16 =$$
$$32 + 16 + 8 + 4 + 1 + 0{,}5 + 0{,}125 + 0.0625 =$$
$$= \mathbf{61.6875}$$

Quindi $111101.1011_{(2)} = 61.6875_{(10)}$.

Convertiamo il numero decimale 845 nel suo equivalente binario

Ognuno di noi può utilizzare qualsiasi metodo per eseguire la divisione per 2. In precedenza, per esempio, abbiamo effettuato delle divisioni in colonna. Potremmo effetuare la divisione nel modo più classico, oppure servirci di una tabella: sono tutti metodi validi, puoi scegliere quello che più ti sembra comodo. Nel seguente esempio eseguiamo la divisione nel modo classico e tramite una tabella.

$845_{(10)} = ?????_{(2)}$

```
845 |2
 1  422 |2
      0 211 |2
          1 105 |2
              1  52 |2
                  0  26 |2
                      0  13 |2
                          1  6 |2
                             0  3 |2
                                1  1
```

Dividendo	Divisore	Quoziente	Resto
845	2	422	1
422	2	211	0
211	2	105	1
105	2	52	1
52	2	26	0
26	2	13	0
13	2	6	1
6	2	3	0
3	2	1	1
1	2	0	1

$845_{(10)} = 1101001101_{(2)}$

Convertiamo il numero decimale 0.53125 nel suo equivalente binario

In questo caso utilizziamo il metodo delle moltiplicazioni successive. Il prodotto ottenuto sarà anch'esso composto da una parte intera e da una decimale. La parte intera, che potrà essere soltanto 1 o 0, rappresenta il nostro bit, mentre la parte decimale continuerà a essere moltiplicata per due. **I bit ottenuti saranno scritti uno di seguito all'altro nello stesso ordine in cui sono ottenuti, cioè da sinistra a destra**. Il procedimento termina quando da una moltiplicazione si ottiene un prodotto privo di parte decimale (cioè con parte decimale uguale a zero). Tuttavia, se questo non avviene (pensa ai numeri periodici), possiamo bloccare il procedimento dopo aver eseguito un determinato numero di moltiplicazioni. In questo caso, naturalmente, il numero binario ottenuto sarà solo un'approssimazione del numero decimale.
Convertiamo il numero decimale 0.53125 nel suo equivalente formato binario.

0.53125 * 2 = 1.0625 la parte intera è **1**
0.0625 * 2 = 0.125 la parte intera è **0**
0.125 * 2 = 0.25 la parte intera è **0**
0.25 * 2 = 0.5 la parte intera è **0**
0.5 * 2 = 1.0 la parte intera è **1** la parte decimale è 0.

Il numero binario corrispondente è, quindi, $0.10001_{(2)}$.
Ora proviamo a convertire in binario il numero decimale 0.63.

0.63 * 2 = 1.26 la parte intera è **1**
0.26 * 2 = 0.52 la parte intera è **0**
0.52 * 2 = 1.04 la parte intera è **1**
0.04 * 2 = 0.08 la parte intera è **0**
0.08 * 2 = 0.16 la parte intera è **0**
0.16 * 2 = 0.32 la parte intera è **0**
0.32 * 2 = 0.64 la parte intera è **0**
...

Come puoi notare, la parte decimale continua a risultare diversa da zero costringendoci a eseguire ulteriori moltiplicazioni. In situazioni di questo tipo conviene stabilire a priori un numero massimo di moltiplicazioni da effettuare. Quindi, se supponiamo di considerare solo cinque bit, l'equivalente numero binario di $0.63_{(10)}$ sarà $0.10100_{(2)}$.
Convertiamo $0.10100_{(2)}$ in decimale e vediamo a quale numero corrisponde.

$$1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} + 0*2^{-4} + 0*2^{-5} = 1*1/2 + 0 + 1*1/8 + 0 + 0$$
$$= 1/2 + 1/8 = \mathbf{0.625}$$

Abbiamo ottenuto 0.625 e non 0.63. L'errore è dato dalla seguente differenza:

$$0.63 - 0.625 = 0.005$$

Ci siamo avvicinati moltissimo al numero dato, 0.63, e se avessimo fatto ancora qualche altra moltiplicazione, l'approssimazione sarebbe stata sempre migliore.

Conversione da binario a decimale e da decimale a binario

1 Trasforma i seguenti numeri binari nel loro corrispondente decimale:

- $11001100_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$

  $1*2^7$ + ...

  128 + ...

- $10101010_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$

  $1*2^7$ + ...

  128 + ...

- $11110000_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$

  $1*2^7$ + ...

  128 + ...

2 Trasforma i seguenti numeri binari nel loro corrispondente decimale:

- $01010100_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$
- $00000110_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$
- $11100110_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$

3 Trasforma i seguenti numeri binari nel loro corrispondente decimale:

- $1100.11_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$
- $11110.111_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$
- $11100.101_{(2)}$ = ____________$_{(10)}$

4 Trasforma il numero binario 110001 nel suo equivalente decimale utilizzando il metodo di seguito descritto.

Con la seguente tabella è facilmente calcolabile il valore decimale di un numero in notazione binaria:

Notazione esponenziale	…	(2^{12})	(2^{11})	(2^{10})	(2^9)	(2^8)	(2^7)	(2^6)	(2^5)	(2^4)	(2^3)	(2^2)	(2^1)	(2^0)
Numerazione decimale calcolato	…	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	
Cifre binarie da trasformare														

Esempio pratico:

dato il numero $110001_{(2)}$, calcola il suo equivalente in notazione decimale.

Notazione esponenziale	...	(2^6)	(2^5)	(2^4)	(2^3)	(2^2)	(2^1)	(2^0)
Numero decimale calcolato	...	**64**	**32**	**16**	8	4	2	**1**
			↑	↑				↑
Cifre binarie da trasformare			**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**

$$1 + 16 + 32 = 49_d$$

Numero decimale:
(il 2, il 4 e l'8 sono corrispondenti agli zeri, quindi non vengono conteggiati).

5 Utilizzando il metodo appena descritto, converti il numero binario $1110111_{(2)}$ nel suo equivalente decimale:

Notazione esponenziale								
Numero decimale calcolato								
Cifre binarie da trasformare								

$1110111_{(2)}$ = ...$_{(10)}$

6 Trasforma il numero decimale $147_{(10)}$ nel suo equivalente binario:

Dividendo	Divisore	Quoziente	Resto

$147_{(10)}$ = ...$_{(2)}$

7 Trasforma il numero decimale $212_{(10)}$ nel suo equivalente binario:

Dividendo	Divisore	Quoziente	Resto

$212_{(10)}$ = ...$_{(2)}$