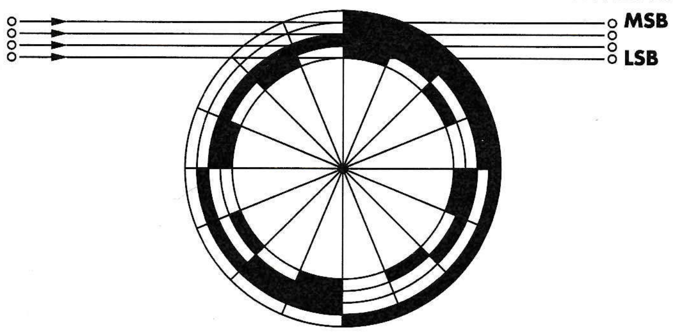
impulso si ricava la misura dell'angolo di rotazione. Questa è una misura relativa, in quanto si riferisce alla posizione iniziale, cioè a quella da cui abbiamo incominciato a contare gli impulsi, posizione che può essere scelta in modo arbitrario.

Encoder assoluto

L'**encoder assoluto** consente una misura dell'angolo di rotazione con riferimento a una posizione unica (riferimento assoluto).

Il principio di funzionamento è molto simile a quello degli altri due encoder, anche se l'organizzazione delle parti opache e trasparenti sul disco è molto più complessa. Innanzitutto le parti trasparenti sono disposte su almeno quattro tracce circolari concentriche e i segnali in uscita formano un numero binario il cui valore varia col variare della posizione angolare del disco (figura 38). Organizzando opportunamente le parti trasparenti sulle varie tracce il valore del numero può essere espresso in codice binario naturale, codice BCD, o in *codice Gray*.

Figura 38 *Encoder assoluto*



6 Sensori capacitivi

Nei sensori capacitivi la variazione della grandezza fisica da misurare produce una variazione della capacità di un condensatore. In tal senso bisogna tener conto che detta capacità dipende da tre parametri: la *costante dielettrica* ε, la *superficie* S delle armature, lo *spessore* d del dielettrico. Nel caso di un condensatore piano la capacità è data dalla formula seguente:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} \qquad (37)$$

Nel caso di condensatori che hanno forma diversa da quella piana la formula è un po' più complessa ma il concetto è simile.

I sensori capacitivi sono realizzati in modo che la variazione della grandezza fisica da rilevare produca la variazione di uno dei parametri riportati nella formula 37 e precisamente:

- costante dielettrica ε;
- superficie delle armature;
- distanza fra le armature.

La variazione della capacità può avvenire anche per la variazione contemporanea di due o tutti e tre i parametri.

Sensori con variazione della costante dielettrica

I sensori in cui varia la costante dielettrica sono quelli in cui rimane invariata la forma (superficie e distanza delle armature) ma varia la natura del dielettrico. Appartengono a questa categoria i sensori di umidità e di gas (**figura 39**), i sensori di livello ecc. Nei sensori di umidità il dielettrico è un materiale isolante poroso che assorbe le molecole di acqua modificando la sua costante dielettrica, nei sensori di gas il dielettrico è un materiale la cui costante dielettrica varia in presenza di uno specifico gas.

Figura 39 *Sensore capacitivo di gas*

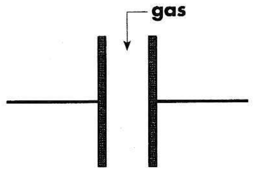
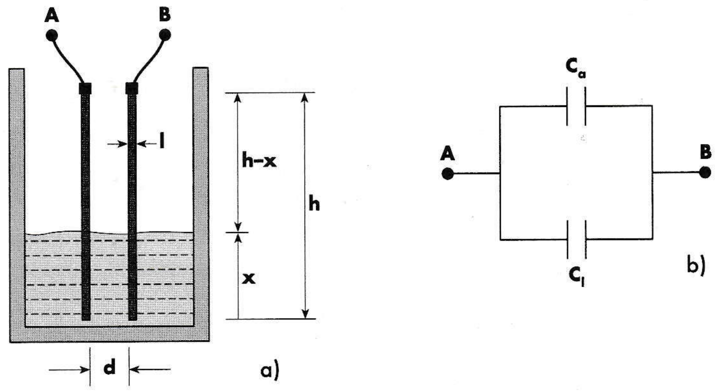


Figura 40 *Sensore capacitivo di livello per liquidi isolanti*



Sensore capacitivo di livello

Il sensore capacitivo di livello (**figura 40a**) è formato da due lamine metalliche immerse in un recipiente contenente un liquido isolante (es. benzina) di cui si vuole misurare il livello. Il liquido ha costante dielettrica diversa da quella dell'aria, in questo modo si formano due condensatori in parallelo come indicato in **figura 40b**. Un condensatore C_a che ha come dielettrico l'aria e l'altro C_l che ha come dielettrico il liquido isolante.

Se indichiamo con h l'altezza delle lamine che formano le armature, con l la loro larghezza e con x il livello di liquido e con d lo spessore del dielettrico, possiamo ricavare che la capacità di ogni condensatore vale:

- $C_l = \varepsilon_l \cdot \dfrac{l \cdot x}{d}$ capacità del condensatore bagnato dal liquido;
- $C_a = \varepsilon_a \cdot \dfrac{l(h - x)}{d}$ capacità del condensatore scoperto.

Essendo due condensatori in parallelo la capacità complessiva vale $C(x) = C_l + C_a$. Sostituendo e risolvendo si ottiene:

$$C(x) = \varepsilon_a \cdot \frac{l \cdot h}{d} + (\varepsilon_l - \varepsilon_a)\frac{l}{d} \cdot x = \varepsilon_a \cdot \frac{l \cdot h}{d} + \varepsilon_a \cdot \left(\frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_a} - 1\right)\frac{l \cdot h}{d} \cdot \frac{x}{h}$$

Indicando con $C_0 = \varepsilon_a \cdot \dfrac{l \cdot h}{d}$ la capacità corrispondente a livello $x = 0$ e con $\varepsilon_{rl} = \dfrac{\varepsilon_l}{\varepsilon_a}$ la costante relativa del liquido si ottiene la formula seguente (ricordiamo che la costante dielettrica dell'aria è quasi uguale a quella del vuoto).

$$C(x) = C_0 + C_0 \cdot (\varepsilon_{rl} - 1)\frac{x}{h} \qquad \mathbf{38}$$

Esaminando la formula **38** si deduce che la capacità aumenta con l'aumentare del livello x partendo dal valore C_0 quando il livello vale zero.

esempio 3

Un sensore capacitivo di livello per serbatoio di benzina è formato da due lamine metalliche aventi larghezza $l = 2$ cm, altezza $h = 20$ cm e distanza $d = 1$ mm. Calcolare come varia la capacità del condensatore al variare del livello di benzina.

Considerando che la costante dielettrica dell'aria vale $\varepsilon_a = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m, la costante dielettrica relativa della benzina vale $\varepsilon_{rl} = 2{,}3$, otteniamo la capacita con serbatoio vuoto.

$C_0 = \varepsilon_a \cdot \dfrac{l \cdot h}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \dfrac{0{,}02 \cdot 0{,}2}{0{,}001} = 35{,}4$ pF. Sostituendo nella formula **38** otteniamo

$$C(x) = 35{,}4 + 35{,}4 \cdot 1{,}3 \cdot \frac{x}{200} = 35{,}4 + 0{,}23 \cdot x.$$

Il valore di $C(x)$ è espresso in pF e il livello x in mm.

Sensore di livello resistivo

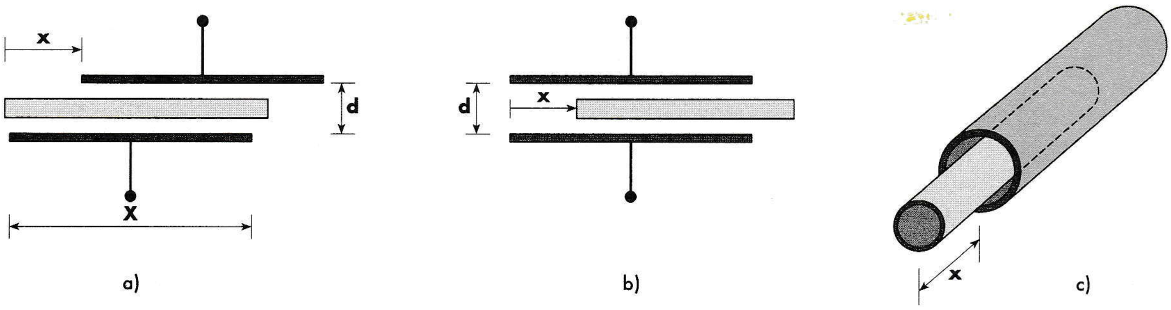
Se il liquido non è un buon isolante, ma un materiale che conduce la corrente, collegando fra le lamine metalliche un generatore di tensione si ottiene un passaggio di corrente che dipende dal valore della resistenza elettrica del liquido interposto. Resistenza che diminuisce con l'aumentare del livello. Con considerazioni simili a quelle effettuate per il sensore capacitivo si può ricavare la funzione di trasferimento che indica come varia la resistenza al variare del livello. Indicando con ρ_l la resistività del liquido e assumendo di valore infinito la resistività dell'aria si ricava $R(x) = \rho_l \cdot \dfrac{d}{l \cdot x}$.

I sensori di livello resistivo del tipo descritto hanno l'inconveniente che, se alimentati in corrente continua, sono soggetti a fenomeni di ossidazione della superficie della lamina con conseguente alterazione della misura. L'inconveniente può essere eliminato usando una alimentazione in corrente alternata.

Sensori capacitivi con variazione della superficie

I sensori capacitivi a variazione della superficie sono prevalentemente utilizzati come sensori di spostamento, in questo caso una delle due armature scorre parallelamente all'altra facendo variare la superficie di affaccio utile come indicato in figura 41a.

Figura 41 *Sensori capacitivi lineari: piani (a) e (b); cilindrico (c)*



Indicando con l la larghezza delle armature, con X la lunghezza e con x lo spostamento dell'armatura mobile si ricava che la capacità del condensatore è: $C(x) = \varepsilon \cdot \dfrac{l(X - x)}{d}$

che può essere espressa con la formula seguente:

$$C(x) = C_0 \cdot \left(1 - \frac{x}{X}\right) \quad \textbf{39}$$

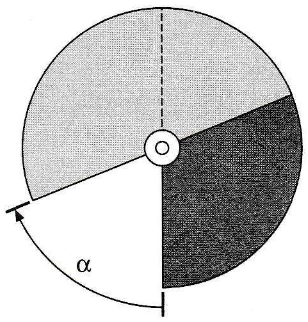
In cui $C_0 = \varepsilon \cdot \dfrac{l \cdot X}{d}$ è la capacità quando lo spostamento è nullo ($x = 0$).

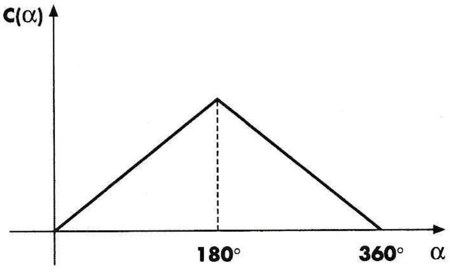
Nei sensori capacitivi di spostamento la variazione di capacità può avvenire per lo spostamento del dielettrico come indicato in figura 41b.

Il sensore può avere una geometria piana come indicato in figura 41a e 41b oppure una geometria cilindrica come in figura 41c; in questo secondo caso la formula della capacità risulta più complessa ma il concetto è simile.

La variazione della superficie può avvenire o per spostamento lineare come visto in precedenza o per rotazione di una armatura rispetto all'altra. In questo caso il sensore rileva un angolo di rotazione come indicato in **figura 42a**, l'andamento di come varia la capacità al variare dell'angolo di rotazione è riportato in **figura 42b**.

Figura 42 *Sensore capacitivo rotativo: geometria costruttiva (a); funzione di trasferimento C- (b)*

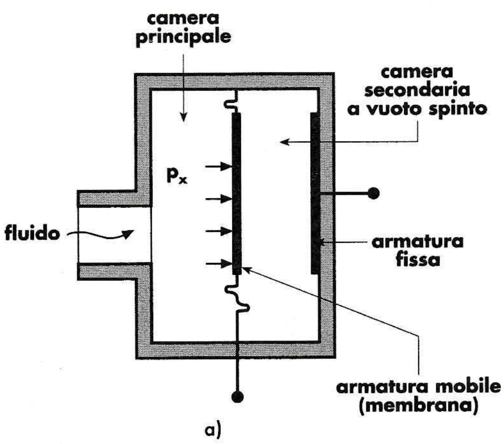


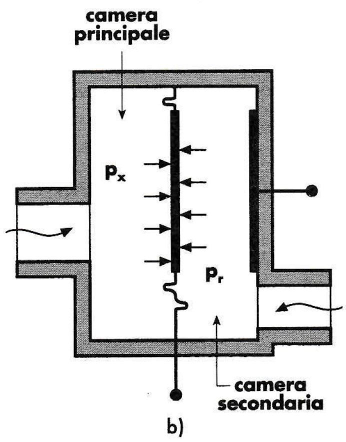


Sensori capacitivi di pressione

I sensori capacitivi di pressione hanno una struttura come quelle di **figura 43**. Il condensatore è formato da una armatura fissa, rigida e da una armatura flessibile costituita da una membrana. La struttura prevede due camere: la principale è invasa dal fluido (liquido o gas) sotto pressione che, spingendo sulla membrana ne provoca la deformazione, con conseguente riduzione della distanza d fra le armature. La camera secondaria serve a isolare elettricamente le due armature. Il sensore ha la forma di un condensatore piano con capacità $C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d}$. Se nella camera secondaria viene creato il vuoto spinto (**figura 43a**) la deformazione della membrana è proporzionale alla pressione assoluta della camera principale e la variazione della capacità dipende solo dalla variazione di distanza fra le armature. Infatti nella formula della capacità $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$, in cui ε_0 è la costante dielettrica del vuoto, la deformazione della membrana produce solo la variazione della distanza fra le armature lasciando inalterate la superficie e la costante dielettrica. Per ricavare la funzione di trasferimento fra la variazione di pressione (ingresso) e la variazione di capacità (uscita) bisogna tener conto anche del coefficiente di elasticità della membrana che influenza il legame fra deformazione e pressione.
Se nella camera secondaria è presente un fluido (**figura 43b**) con pressione p_r la deformazione della membrana dipende dalla differenza $(p_x - p_r)$ fra le due pressioni. Inoltre bisogna tener conto che il dielettrico non è il vuoto ma un fluido che può subire una variazione della costante dielettrica al variare della pressione p_r.

Figura 43 *Sensori capacitivi: di pressione assoluta (a); di pressione relativa (b)*





Sensori a capacità differenziale

I sensori a capacità differenziale sono formati da tre armature piane e parallele. Le due esterne sono fisse mentre quella interna si può muovere perpendicolarmente al suo piano come indicato in **figura 44a**. Il movimento di questa lamina può essere causata da una movimento accelerato del sensore (accelerometro) o da una sua vibrazione (sensore di vibrazioni). Il comportamento elettrico del sensore a capacità differenziale è rappresentato dallo schema elettrico di **figura 44b**.

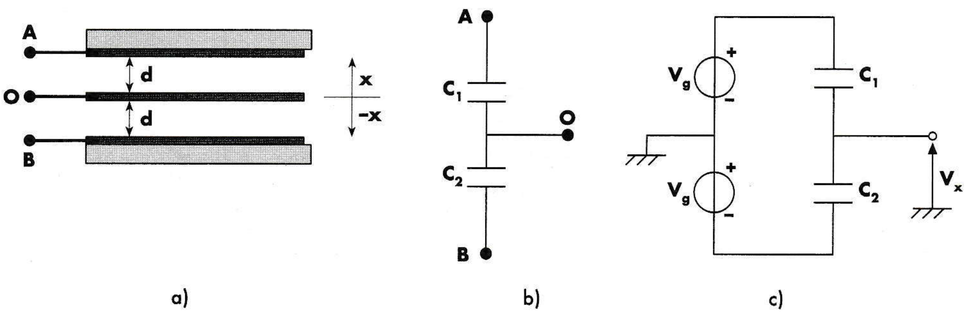


Figura 44 *Sensore capacitivo differenziale: geometria (a); circuito equivalente (b); alimentazione (c)*

In condizioni statiche le due capacità hanno uguale valore $C_1 = C_2 = C_0 = \varepsilon \cdot \frac{S}{d}$. Quando la lamina interna si muove per effetto di una accelerazione e subisce uno spostamento x verso l'alto, le due capacità assumono i valori indicati dalle seguenti formule:

$$C_1 = \varepsilon \frac{S}{d-x} \text{ e } C_2 = \varepsilon \frac{S}{d+x}$$

Applicando la regola del partitore capacitivo si ricava che la tensione sulla armatura centrale vale $V_x = \left(V^+ - V^-\right) \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}$. Se supponiamo che i terminali siano alimentati con tensioni di uguale valore assoluto ma di segno opposto: $V^+ = +V_g$ e $V^- = -V_g$ e come indicato in **figura 44c** otteniamo $V_x = 2 \cdot V_g \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}$. In condizioni statiche essendo $x = 0$ le due capacità hanno lo stesso valore e si ottiene $V_x = 2 \cdot V_g \cdot \frac{C_0}{C_0 + C_0} = V_g$.

In caso di spostamento della lamina centrale si ha:

$$V_x = 2 \cdot V_g \cdot \frac{\varepsilon \cdot \frac{S}{d-x}}{\varepsilon \cdot \frac{S}{d-x} + \varepsilon \cdot \frac{S}{d+x}} = 2 \cdot V_g \cdot \frac{\varepsilon \cdot \frac{S}{d-x}}{\varepsilon \cdot S \frac{(d+x)+(d-x)}{(d-x)(d+x)}}$$

Risolvendo si ottiene:

$$V_x = V_g \cdot \left(1 + \frac{x}{d}\right) \qquad \textbf{40}$$

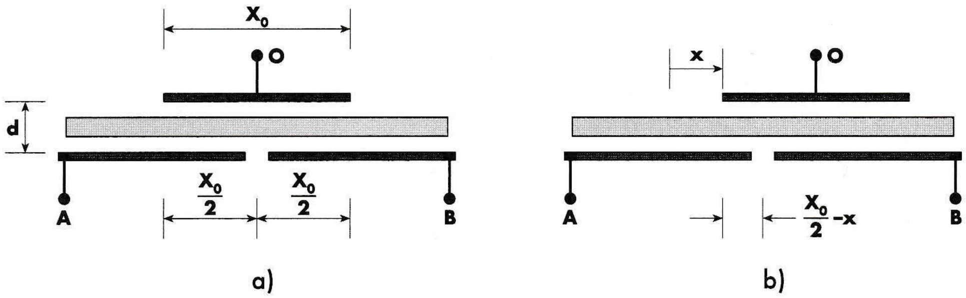
I sensori a capacità differenziale possono essere realizzati in modo da rilevare spostamenti paralleli alla superficie delle armature come indicato in **figura 45a**. La struttura è formata da due armature fisse e una armatura mobile che si sposta parallelamente al suo piano come indicato in **figura 45b**.

Il circuito equivalente è come quello riportato in **figura 44b** e il valore delle due capacità è:

$$C_1 = \frac{\varepsilon \cdot l}{d} \cdot \left(\frac{X_0}{2} - x \right) \qquad C_2 = \frac{\varepsilon \cdot l}{d} \cdot \left(\frac{X_0}{2} + x \right)$$

in cui l è la larghezza delle armature e X_0 è la lunghezza.

Figura 45 *Sensori a capacità differenziale di spostamento: situazione a riposo (a); con spostamento (b)*



Se ipotizziamo di alimentare come in **figura 44c** si ottiene:

$$V_x = 2 \cdot V_g \cdot \frac{\frac{\varepsilon \cdot l}{d} \cdot \left(\frac{X_0}{2} - x \right)}{\frac{\varepsilon \cdot l}{d} \cdot \left(\frac{X_0}{2} - x \right) + \frac{\varepsilon \cdot l}{d} \cdot \left(\frac{X_0}{2} + x \right)}$$

Risolvendo si ottiene:

$$V_x = V_g \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot x}{X_0} \right)$$ 41

7 Microfoni

I **microfoni** sono trasduttori in grado di convertire le vibrazioni dell'aria (suoni, rumori ecc.) in una grandezza elettrica.

Onda acustica

Il **suono** è costituito da una vibrazione dell'aria che viene percepita dall'orecchio per mezzo di una membrana (*timpano*) che, vibrando, agisce sul sistema costituito dagli ossicini martello, incudine e staffa prima di essere convertito in impulsi nervosi che vengono trasmessi al cervello. Le vibrazioni dell'aria equivalgono a una successione di pressione e depressione che, agendo su un qualunque oggetto, lo fa vibrare; il fenomeno è reversibile in quanto le vibrazioni di un oggetto si trasformano in vibrazioni dell'aria.
I principali **parametri** caratteristici **del suono** sono:

- *altezza*;
- *intensità*;
- *timbro*.

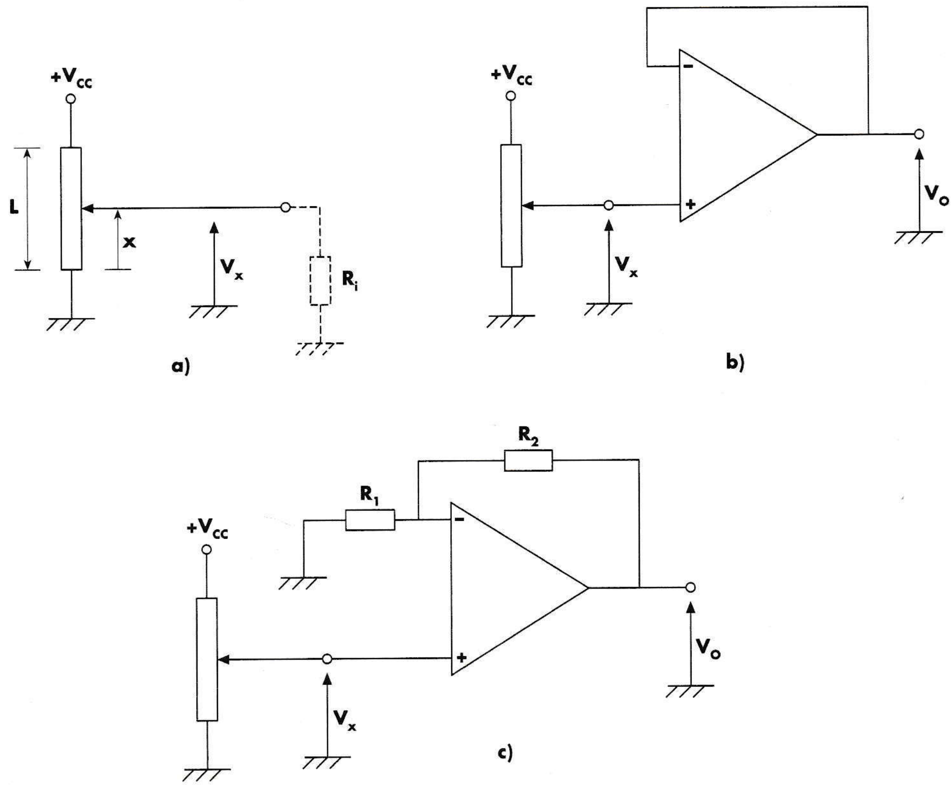
L'**altezza** equivale alla frequenza con cui si susseguono la pressione e la depressione, l'**intensità** rappresenta il massimo valore raggiunto dalla pressione e dalla depressione, il **timbro** dipende da come varia nel tempo la pressione. Se l'andamento è sinusoidale, si ha una *nota musicale*. Se consideriamo una nota musicale emessa da uno strumento, possiamo

Per ottenere una R_i molto elevata si può applicare la tensione V_x ottenuta col partitore di tensione all'ingresso di un amplificatore operazionale come indicato in **figura 6b**. Il circuito dell'amplificatore operazionale è nella configurazione di *inseguitore di tensione*, per cui la tensione in uscita è uguale alla tensione d'ingresso $V_O = V_x$ ma presenta una impedenza d'ingresso molto alta come richiesto dalle considerazioni precedenti e ha una impedenza di uscita molto bassa con grandi vantaggi per il circuito a cui viene applicata la V_O.
Se per qualche ragione si vuole ottenere una amplificazione di V_x si può ricorrere al circuito di **figura 6c**, ottenendo la formula:

$$V_O = \frac{V_{CC}}{L} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot x \tag{15}$$

Questa situazione si può presentare quando, per ridurre il riscaldamento del sensore, si decide di alimentarlo con una tensione di valore basso.

Figura 6 *Circuiti per sensori resistivi di spostamento*



3 Circuiti per sensori capacitivi

Ricordiamo che la capacità di un condensatore piano si può ricavare con la formula:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} \tag{16}$$

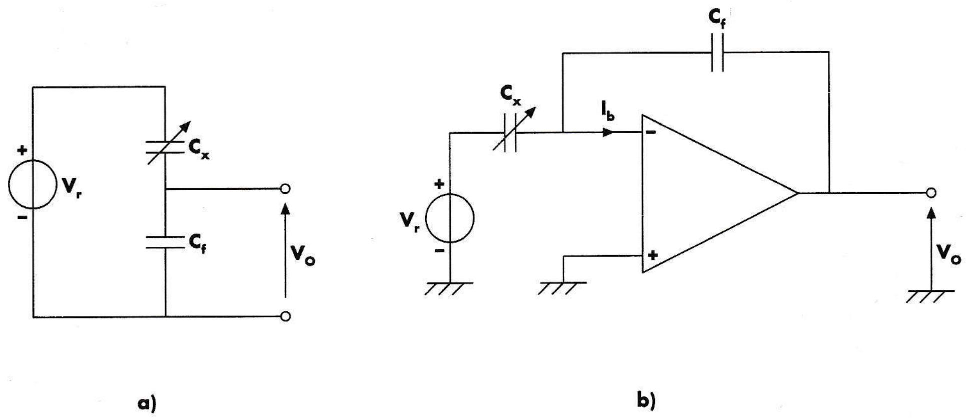
In un sensore capacitivo la grandezza fisica da misurare può produrre una variazione della capacità attraverso la modifica del valore di uno dei seguenti parametri:

- la superficie S perché varia una delle sue dimensioni;
- la distanza d fra le armature perché una armatura si allontana o si avvicina all'altra;
- la costante dielettrica ε perché variano le caratteristiche del dielettrico.

Un circuito per sensori capacitivi ha lo scopo principale di convertire una variazione di capacità in una variazione di tensione. Una prima elementare soluzione è rappresentata da un partitore capacitivo come indicato in **figura 7a** in cui C_x rappresenta la capacità variabile mentre C_f rappresenta una capacità di valore fisso. Risolvendo il circuito si ottiene la formula:

$$V_O = V_r \cdot \frac{C_x}{C_x + C_f} \qquad (17)$$

Figura 7 *Convertitori capacità-tensione: con partitore (a); con amplificatore operazionale (b)*

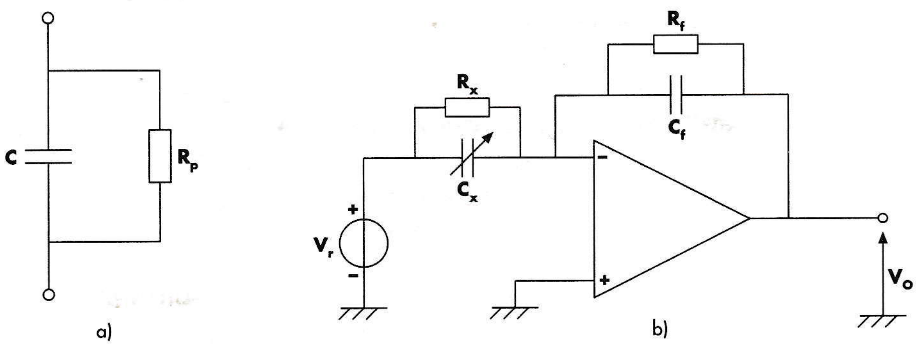


Una soluzione più interessante è riportata nel circuito di **figura 7b**. La soluzione del circuito può essere semplificata se si considera nulla la corrente di polarizzazione (*bias*) I_b, in questo modo i due condensatori risultano collegati in serie. Inoltre se si tiene conto della massa virtuale all'ingresso dell'operazionale, si può scrivere: $V_r \cdot C_x = -V_O \cdot C_f$ da cui si ricava la formula **18** che risulta più interessante rispetto alla **17**:

$$V_O = -\frac{V_r}{C_f} \cdot C_x \qquad (18)$$

I circuiti di **figura 7** hanno il vantaggio di fornire una tensione continua se il generatore fornisce una tensione V_r continua; questa condizione produce, però, un grave inconveniente dovuto al comportamento reale dei condensatori, e in particolare alla loro resistenza di isolamento già descritta nel primo volume.
In tal senso il comportamento di un condensatore reale è rappresentato dal circuito equivalente di **figura 8a** in cui C rappresenta la capacità e R_P la resistenza di isolamento; ossia la resistenza del dielettrico che ha un valore elevato ma non infinito.

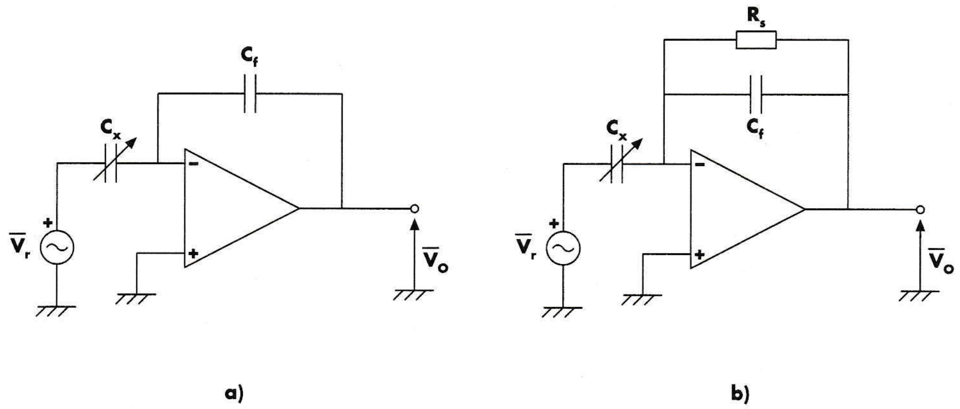
Figura 8 *Comportamento di un condensatore reale: circuito equivalente di un condensatore reale (a); circuito per sensore capacitivo reale (b)*



Considerando il comportamento reale dei condensatori il circuito di **figura 7b** diventa quello di **figura 8b** in cui R_x rappresenta la resistenza di isolamento di C_x e R_f la resistenza di isolamento di C_f. Poiché la tensione V_r è continua i due condensatori si com-

portano come circuiti aperti e le tensioni del circuito sono definite dal circuito resistivo in base alla formula $V_O = -V_r \cdot \frac{R_f}{R_x}$. Pertanto la tensione V_O perde la sua dipendenza da C_x. Per evitare questo inconveniente si sostituisce il generatore in corrente continua con uno in alternata come indicato in **figura 9a**. In questo modo il condensatore ideale si comporta come un'impedenza $\overline{Z}_c = \frac{1}{j\omega C}$ che si trova in parallelo alla resistenza di isolamento. Scegliendo la frequenza del generatore in modo che l'impedenza della capacità sia molto minore della resistenza di isolamento, quest'ultima può essere approssimata a un circuito aperto e ottenere il circuito di **figura 9a** il cui comportamento dipende dal valore delle capacità e non dalle resistenze di isolamento.

Figura 9 *Circuito per sensore capacitivo con generatore in corrente alternata: circuito base (a); circuito con correzione della corrente I_b (b)*



Risolvendo il circuito, considerando trascurabile l'effetto della corrente di polarizzazione I_b, si ottiene $\overline{V}_O = -\frac{\overline{Z}_f}{\overline{Z}_x} \cdot \overline{V}_r = -\frac{\frac{1}{j\omega C_f}}{\frac{1}{j\omega C_x}} \cdot \overline{V}_r$. Risolvendo si ottiene la formula **19** che è simile alla **18**, ma con tensione alternata sinusoidale:

$$\overline{V}_O = -\frac{\overline{V}_r}{C_f} \cdot C_x \qquad \textbf{19}$$

Nella procedura con cui è stata ricavata la formula **19** non si è tenuto conto della corrente di polarizzazione I_b che, tuttavia, può avere effetti molto negativi e dar luogo a un fenomeno di deriva che tende a caricare il condensatore e aumentarne la tensione fino a portare l'operazionale in saturazione. La soluzione può essere l'inserimento della resistenza R_S in parallelo alla retroazione come indicato in **figura 9b**. In questo modo la corrente I_b circola in R_S invece di accumulare carica su C_f; infatti per la corrente continua, come è la I_b, il percorso preferito è la resistenza.
Le soluzioni circuitali di **figura 9** sono apparentemente simili a quella di **figura 7b**, in realtà è richiesto un circuito di contorno molto più complesso. Infatti per avere il generatore $\overline{V}_r$ in corrente alternata occorre un oscillatore; inoltre la tensione di uscita è alternata, ed è necessario convertirla in continua con un opportuno convertitore AC-DC da alternata a continua per ottenere una tensione da applicare a eventuali sistemi di misurazione o di acquisizione dati. La **figura 10** mostra lo schema a blocchi del circuito da realizzare.

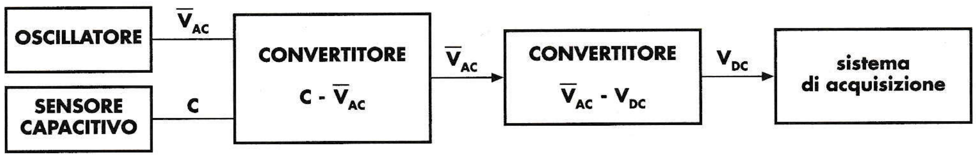


Figura 10 *Schema a blocchi di circuito per sensore capacitivo*

A titolo di esempio esaminiamo il circuito per un sensore capacitivo di spostamento in cui la relazione fra capacità C_x e spostamento x è data dalla formula seguente:

$$C_x = C_O + k_C \cdot x \qquad \textbf{20}$$

in cui
C_O = capacità in corrispondenza di uno spostamento nullo $x = 0$
k_C = costante di proporzionalità: se $k_C > 0$ la capacità aumenta all'aumentare di x; se $k_C < 0$ la capacità diminuisce con l'aumentare di x

Utilizzando il circuito di **figura 9a** per il quale vale la formula **19** e sostituendo in essa l'espressione di C_x riportata nella formula **20** otteniamo $\overline{V}_O = -\dfrac{\overline{V}_r}{C_f} \cdot (C_0 + k_C \cdot x)$ e quindi la formula:

$$\overline{V}_O = \overline{A} + \overline{B} \cdot x \qquad \textbf{21}$$

in cui:

$\overline{A} = -\dfrac{\overline{V}_r}{C_f} \cdot C_0$: valore di $\overline{V}_O$ per spostamento nullo;

$\overline{B} = -\dfrac{\overline{V}_r}{C_f} \cdot k_C$: costante di proporzionalità fra lo spostamento x e la tensione di uscita $\overline{V}_O$.

Il termine $\overline{A}$ rappresenta un off-set che può essere eliminato con un circuito sommatore.

4 Circuiti per sensori induttivi

Un sensore induttivo è formato da uno o più avvolgimenti percorsi da corrente alternata. La grandezza fisica da rilevare può produrre una variazione del coefficiente di mutua induzione fra gli avvolgimenti come nel caso del trasformatore differenziale descritto nella precedente unità; oppure una variazione del coefficiente di autoinduzione dell'avvolgimento ossia una variazione della sua induttanza. La **figura 11** mostra due casi tipici di variazione dell'induttanza causata da un elemento metallico che si muove producendo una variazione della reattanza cioè del circuito magnetico e quindi della induttanza dell'avvolgimento. La soluzione di **figura 11a** trova applicazione nei sensori di spostamento ed è simile a quella dei trasformatori differenziali LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*) mentre quella di **figura 11b** è usata nei sensori di prossimità utilizzati per rilevare la presenza di oggetti metallici. Questi ultimi sensori sono di tipo ON-OFF.

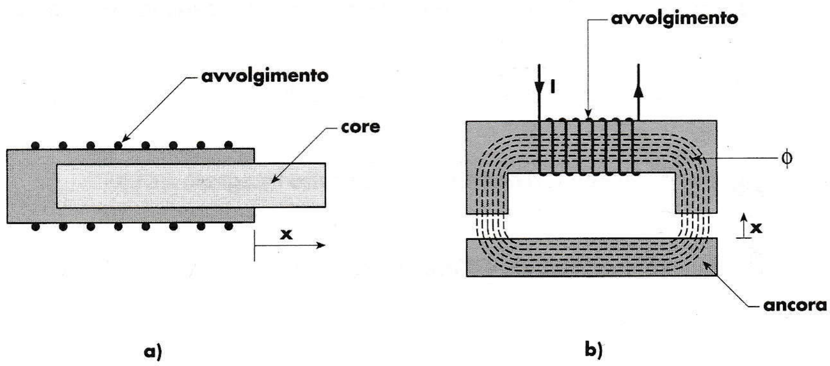


Figura 11 *Struttura di sensori induttivi: sensori di spostamento (a); sensori di prossimità (b)*