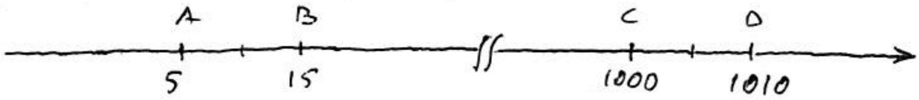
SCALA LINEARE / SCALA LOGARITMICA

- SCALA LINEARE: LE DISTANZE SONO PROPORZIONALI ALLA GRANDEZZA DA RAPPRESENTARE



SE CONSIDERIAMO 2 COPPIE DI VALORI, AD UGUALI DISTANZE CORRISPONDONO UGUALI DIFFERENZE $D - C = B - A$

I RAPPORTI TRA LE 2 COPPIE DI VALORI SONO RISPETTIVAMENTE 3 E 1,01

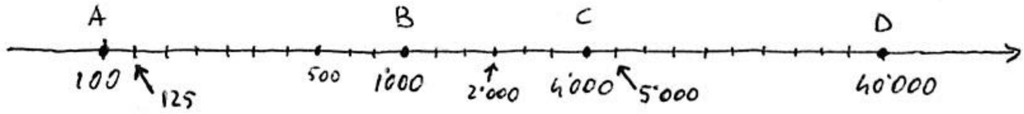
$\frac{B}{A} = 3$ DA A A B SI HA UN INCREMENTO DEL 200%

$\frac{D}{C} = 1{,}01$ DA C A D SI HA UN INCREMENTO DEL 1%

SCELTO UN FATTORE DI SCALA (1 QUADRETTO / 5 UNITÀ), LA RAPPRESENTAZIONE DI TUTTI I VALORI SULLO STESSO GRAFICO NON È POSSIBILE SENZA RICORRERE AD UNA ROTTURA —//— PER EVITARE DI ESPANDERE LA SCALA SU UN FOGLIO LUNGHISSIMO.

IN SCALA LINEARE SI CONSERVA LA MEDESIMA RISOLUZIONE PER TUTTA L'AMPIA GAMMA DI VALORI.

- SCALA LOGARITMICA: LE DISTANZE SONO PROPORZIONALI AL LOGARITMO DELLA GRANDEZZA DA RAPPRESENTARE



SE CONSIDERIAMO 2 COPPIE DI VALORI, AD UGUALI DISTANZE CORRISPONDONO UGUALI RAPPORTI $\frac{B}{A} = \frac{D}{C}$

DECADE : FATTORE PARI A 10 (TRA 100 E 1'000, TRA 4'000 E 40'000 C'È UNA DECADE)

OTTAVA : FATTORE PARI A 2 (TRA 500 E 1'000 C'È UNA OTTAVA, TRA 1'000 E 4'000 CI SONO 2 OTTAVE)

LA SCALA LOGARITMICA ESPANDE LO SPAZIO ASSEGNATO AI VALORI PICCOLI E COMPRIME I VALORI GRANDI, CONSENTENDO DI RAPPRESENTARE INTERVALLI MOLTO AMPI IN POCO SPAZIO.

TRA 100 E 125 C'È UN AUMENTO DEL 25% COME TRA 4'000 E 5'000, LA DISTANZA TRA LE 2 COPPIE DI VALORI (100-125 E 4'000-5'000) È LA MEDESIMA.

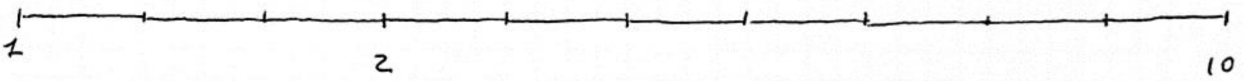
IN SCALA LOGARITMICA, LA RISOLUZIONE DIMINUISCE AL CRESCERE DEL VALORE NUMERICO, MENTRE RIMANE COSTANTE LA RISOLUZIONE PERCENTUALE.

DECADE IN SCALA LOGARITMICA

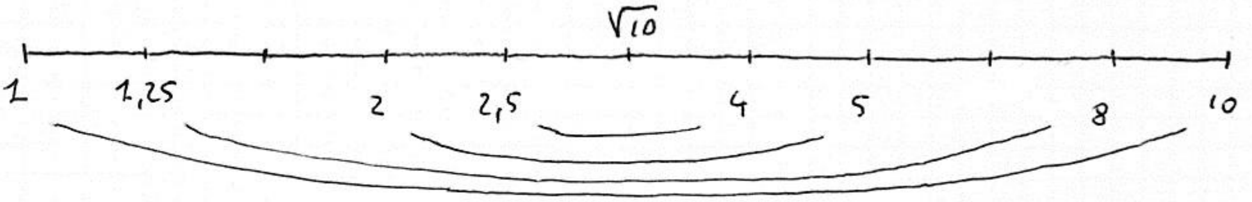
RISULTA:

$$\log_{10} 10 = 1 \quad , \quad \log_{10} 2 \simeq 0{,}3$$

CIOÈ, IN SCALA LOGARITMICA UN'OTTAVA CORRISPONDE A $\frac{3}{10}$ DI UNA DECADE.
RAPPRESENTANDO UNA DECADE CON 10 QUADRETTI, IN SCALA LOGARITMICA UN'OTTAVA OCCUPA UN INTERVALLO DI 3 QUADRETTI.



POICHÈ AD UGUALI DISTANZE CORRISPONDONO UGUALI RAPPORTI, È IMMEDIATO POSIZIONARE IN SCALA LOGARITMICA I NUMERI 4 E 8 CORRISPONDENTI A 2 OTTAVE E 3 OTTAVE SUPERIORI AL NUMERO 1.
ANALOGAMENTE, PARTENDO DAL VALORE 10, E' POSSIBILE POSIZIONARE I NUMERI 5, 2,5 E 1,25 RETROCEDENDO DI UNA, DUE E TRE OTTAVE.

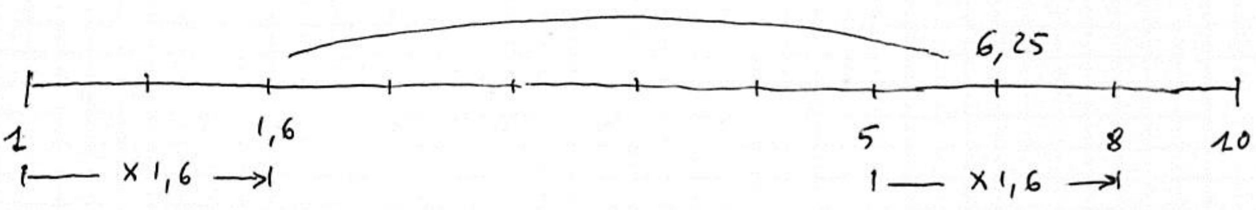


NOTARE CHE IL PRODOTTO DI VALORI SIMMETRICI RISPETTO AL VALORE CENTRALE È COSTANTE:

$$1 \cdot 10 = 1{,}25 \cdot 8 = 2 \cdot 5 = 2{,}5 \cdot 4$$

IL VALORE CENTRALE CORRISPONDE A $\sqrt{10}$. INFATTI $(\sqrt{10})^2 = 10$

L'INTERVALLO TRA 5 E 8 (2 QUADRETTI) CORRISPONDE AD UN FATTORE DI 1,6 $\left(\frac{8}{5} = 1{,}6\right)$, COSÌ POSIZIONATO IL VALORE 1,6 IN CORRISPONDENZA DEL SECONDO QUADRETTO, COMPLETIAMO LA DECADE RICAVANDO IL VALORE CORRISPONDENTE ALL'OTTAVO QUADRETTO (SIMMETRICO DEL SECONDO) $\frac{10}{1{,}6} = 6{,}25$

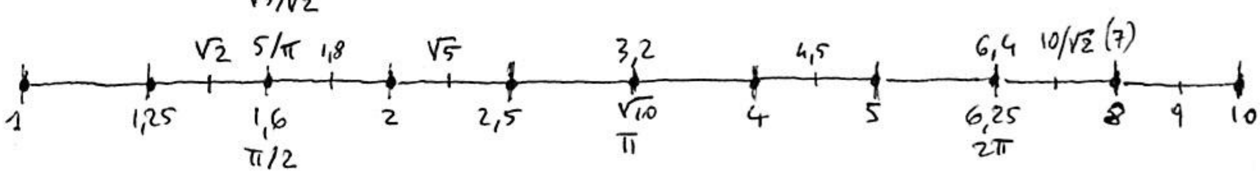


A QUESTO PUNTO LA RIPARTIZIONE DI UNA DECADE IN 10 PARTI È COMPLETA.

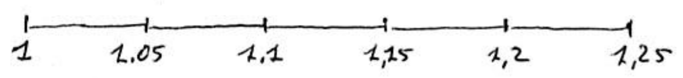
- NOTA SULLA PRECISIONE DELLA DECADE IN SCALA LOGARITMICA (ED ALTRI VALORI)

AD ESCLUSIONE DEL N° $\sqrt{10}$ (IN POSIZIONE CENTRALE TRA 1 E 10), GLI ALTRI VALORI TRA I 2 ESTREMI SONO APPROSSIMATI - INFATTI $\log_{10} 2 = 0,301$, NON ESATTAMENTE 0,3.
IL N° CENTRALE TRA 1 E 10 È ESATTAMENTE $\sqrt{10}$, TUTTAVIA RAPPRESENTA CON SUFFICIENTE ACCURATEZZA ANCHE IL N° 3,2 (3 QUADRETTI DOPO 1,6 E QUINDI IL SUO DOPPIO) -
COSÌ IL DOPPIO DI 3,2 FA 6,4 DOVE ABBIAMO POSTO 6,25 (LO STESSO PUNTO PUÒ INDICARE ENTRAMBI I VALORI) -
INOLTRE $\sqrt{10} = 3,16$ È CIRCA UGUALE SIA A 3,2 CHE AL N° π (3,14)
CHE POSSIAMO CONSIDERARE POSIZIONATI NELLO STESSO PUNTO -
COSÌ 2π SARÀ POSTO 3 QUADRETTI DOPO IL PUNTO CENTRALE, MENTRE $\frac{\pi}{2}$ SARÀ POSTO 3 QUADRETTI PRIMA (DOVE ABBIAMO POSIZIONATO IL N° 1,6) -
ANALOGAMENTE, A METÀ STRADA TRA 1 E 2
POSIZIONIAMO IL N° $\sqrt{2}$, MENTRE IL N° $\frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0,7$ VA POSTO UN QUADRETTO E MEZZO PRIMA DEL N° 1 - CIÒ SIGNIFICA CHE IL N° 7 (POSTO UNA DECADE DOPO, CIOÈ DOPO 10 QUADRETTI) SI TROVA 1 QUADRETTO E MEZZO PRIMA DEL N° 10.
E 3,5 TRE QUADRETTI PRIMA DEL N° 7 (MEZZO QUADRETTO PRIMA DEL N° 4) -
MOLTIPLICARE PER 2π SIGNIFICA SPOSTARSI A DESTRA DI 8 QUADRETTI, MENTRE DIVIDERE PER 2π SIGNIFICA SPOSTARSI A SINISTRA DI 8 QUADRETTI -
PARTENDO DAL N° 10, SE SI DIVIDE PER 2π SI FINISCE NEL 2° QUADRETTO, CARATTERIZZATO DAL VALORE 1,6 o $\pi/2$; COSÌ $\frac{10}{2\pi} = \frac{5}{\pi} \simeq \frac{\pi}{2}$ [MA ANCHE $\sqrt{2,5}$ (A METÀ TRA 1 E 2,5) OPPURE $\sqrt{5}/\sqrt{2}$ (1 QUADR. E MEZZO PRIMA DI $\sqrt{5}$)]

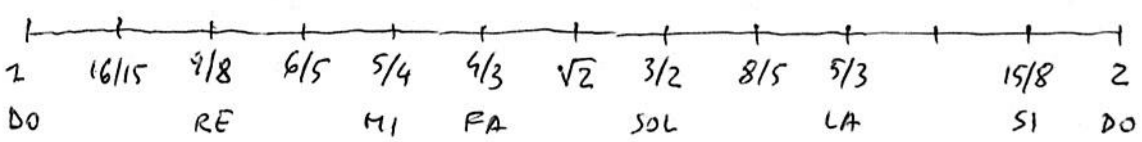
PER ALTRI VALORI SI PUÒ EFFETTUARE UNA INTERPOLAZIONE LINEARE TRA 2 VALORI ADIACENTI (AD ES. 1,8 TRA 1,6 E 2, 4,5 TRA 4 E 5, 9 TRA 8 E 10) -
IL PUNTO TRA 2 E 2,5 È A METÀ TRA 1 E 5 QUINDI PUÒ RAPPRESENTARE IL N° $\sqrt{5}$, OPPURE IL N° 2,25 PER INTERPOLAZIONE -
IN DEFINITIVA LA DECADE PUÒ ESSERE RAPPRESENTATA MEDIANTE UN FOGLIO QUADRETTATO CON I VALORI INDICATI



LA RIPARTIZIONE DI UNA DECADE IN 10 PARTI È PIÙ CHE SUFFICIENTE NELLA QUASI TOTALITÀ DELLE APPLICAZIONI PRATICHE.
L'INTERVALLO DA 1 A 1,25 PUÒ ESSERE RIPARTITO IN 5 PARTI COME SEGUE (SCALA LOG. $\simeq$ SCALA LIN.)



UNA OTTAVA PUÒ ESSERE RIPARTITA IN 12 SEMITONI SECONDO IL CRITERIO UTILIZZATO IN AMBITO MUSICALE -



Suddivisione approssimata di una decade in scala logaritmica in 10 o 40 parti

fraz di decade	0	1/10.	2/10.	3/10.	4/10.	5/10.	6/10.	7/10.	8/10.	9/10.	10/10.
	1,000	1,259	1,585	1,995	2,512	3,162	3,981	5,012	6,310	7,943	10,000
Appox	1	5/4.	8/5.	2	2,5	π (3,2)	4	5	6,25 (6,4)	8	10
			5/π			√10			2π		

fraz di decade	0	1/40.	2/40.	3/40.	4/40.	5/40.	6/40.	7/40.	8/40.	9/40.	10/40.	11/40.	12/40.	13/40.	14/40.	15/40.	16/40.	17/40.	18/40.	19/40.	20/40.
	1,000	1,059	1,122	1,189	1,259	1,334	1,413	1,496	1,585	1,679	1,778	1,884	1,995	2,113	2,239	2,371	2,512	2,661	2,818	2,985	3,162
Appox	1	16/15.	9/8.	6/5.	5/4.	4/3.		3/2.	8/5.	5/3.	9/5.	15/8.	2		2,25		2,5			3	π (3,2)
							√2		5/π		16/9.										√10

fraz di decade	20/40.	21/40.	22/40.	23/40.	24/40.	25/40.	26/40.	27/40.	28/40.	29/40.	30/40.	31/40.	32/40.	33/40.	34/40.	35/40.	36/40.	37/40.	38/40.	39/40.	40/40.
	3,162	3,350	3,548	3,758	3,981	4,217	4,467	4,732	5,012	5,309	5,623	5,957	6,310	6,683	7,079	7,499	7,943	8,414	8,913	9,441	10,000
Appox	π (3,2)				4		4.5		5			6	6,25 (6,4)		7	7,5	8		9		10
	√10												2π		10/√2						

CORRISPONDENZE TRA COSTANTE DI TEMPO - PULSAZIONE - FREQUENZA

DATA LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

$$F(s) = \frac{1 \pm Ts}{1 + \tau s}$$

T E τ SONO LE COSTANTI DI TEMPO ASSOCIATE RISPETTIVAMENTE ALLO ZERO E AL POLO DELLA FUNZIONE, CHE PUÒ ESSERE SCRITTA ANCHE NEL SEG. MODO

$$F(s) = \frac{1 \pm \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \quad \text{CON} \quad \begin{cases} \omega_z = \frac{1}{T} \\ \omega_p = \frac{1}{\tau} \end{cases}$$

PULSAZIONI RISPETTIVAMENTE DELLO ZERO E DEL POLO DELLA FdT.

TRA PULSAZIONE E FREQ. SUSSISTE LA RELAZIONE

$$\omega = 2\pi f$$

QUINDI LA FdT PUÒ ESSERE SCRITTA ANCHE COME

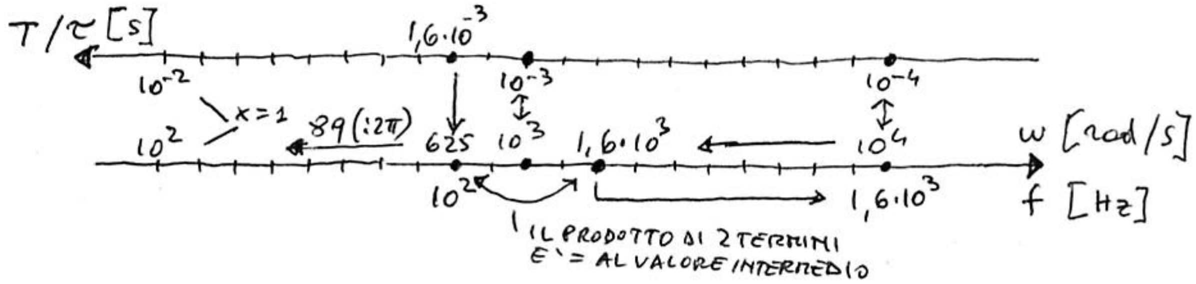
$$F(s) = \frac{1 \pm \frac{s}{2\pi f_z}}{1 + \frac{s}{2\pi f_p}}$$

di FREQ.

IN SCALA LOGARITMICA APPROSSIMATA 2π CORRISPONDE A $\frac{8}{10}$ di DECADE, QUINDI PER TROVARE IL VALORE CORRISPONDENTE AD UNA DETERMINATA PULSAZIONE È SUFFICIENTE SPOSTARSI NELLA SCALA DI $\frac{8}{10}$ di DECADE -

ES. LA FdT $$F(s) = \frac{1 + 1{,}6 \cdot 10^{-3} s}{1 + 10^{-4} s}$$

EQUIVALE A $$F(s) = \frac{1 + \frac{s}{625}}{1 + \frac{s}{10^4}} = \frac{1 + \frac{s}{2\pi \cdot 100}}{1 + \frac{s}{2\pi \cdot 1{,}6 \cdot 10^3}}$$



1) ALLA COSTANTE DI TEMPO PARI A $1{,}6 \cdot 10^{-3}$ s CORRISPONDE UNA PULSAZIONE DI 625 RAD/S. LA FREQ. È 100 Hz (8 quadretti prima)

2) ALLA COSTANTE DI TEMPO PARI A 10^{-4} s CORRISPONDE LA PULSAZIONE DI 10^4 RAD/S. LA FREQ È 1,6 kHz