

Fig. 1.1.1. Rete e corrispondente grafo.

1.2.4 Calcolo della resistenza equivalente

Calcolare la resistenza equivalente della rete di Fig. 1.2.15.

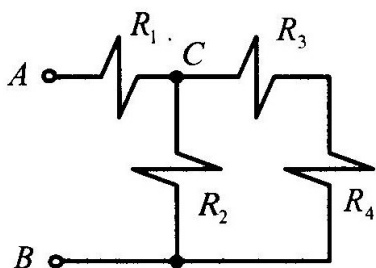


Fig. 1.2.15

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \, \Omega & R_3 &= 6 \, \Omega \\ R_2 &= 8 \, \Omega & R_4 &= 15 \, \Omega \end{aligned}$$

La determinazione della resistenza equivalente richiesta può essere condotta utilizzando le informazioni relative alle connessioni, contenute nel grafo della rete, tra le resistenze stesse. La resistenza equivalente, vista dai morsetti della rete, può essere determinata sostituendo alle connessioni elementari serie o parallelo le rispettive resistenze equivalenti.

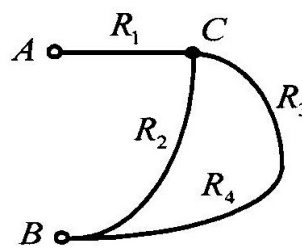


Fig. 1.2.16 Grafo della rete.

Notando la connessione di tipo serie delle resistenze R_3 e R_4 si può determinare la resistenza equivalente R_{34} :

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 21 \, \Omega$$

e tracciare la corrispondente rete di Fig. 1.2.17.

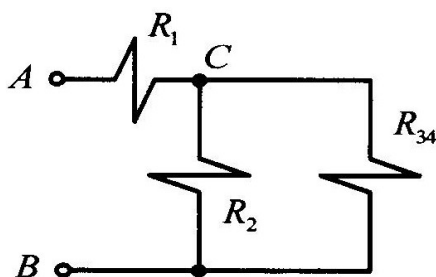
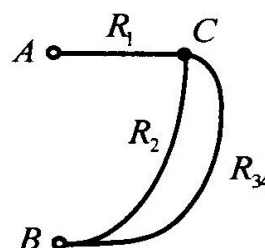


Fig. 1.2.17



La rete ottenuta presenta le resistenze R_2 e R_{34} connesse in parallelo. Procedendo con la sostituzione si ottiene, quindi, la rete di Fig. 1.2.18:

$$R_{234} = \frac{R_2 \cdot R_{34}}{R_2 + R_{34}} = 5,793 \, \Omega$$

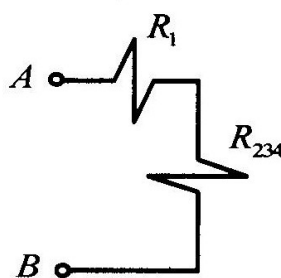
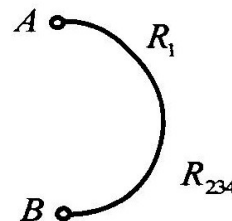


Fig. 1.2.18



Risultando, infine, una connessione serie fra R_1 e R_{234} si calcola la resistenza equivalente dell'intera rete, vista dai morsetti A-B (Fig. 1.2.19):

$$R_{eq} = R_1 + R_{234} = 15,793 \, \Omega$$

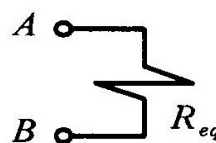


Fig. 1.2.19

1.2.5 Calcolo della resistenza equivalente

Calcolare la resistenza equivalente della rete di Fig. 1.2.20.

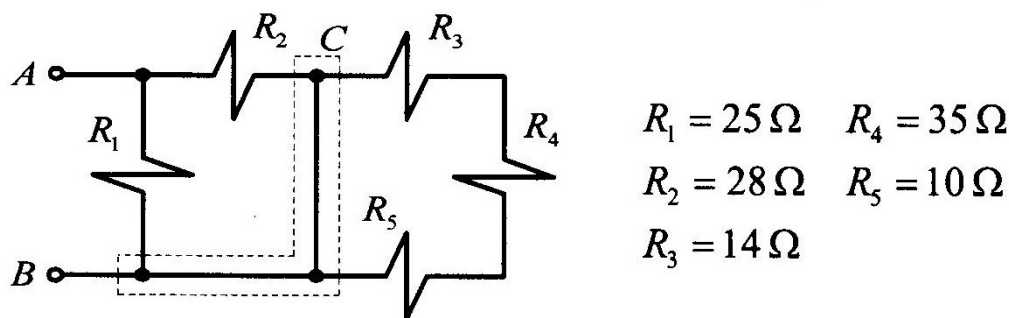


Fig. 1.2.20

La presenza di cortocircuiti nella rete può portare, in funzione della topologia della rete stessa, a notevoli semplificazioni nel calcolo della resistenza equivalente. Notando che la serie di resistenze R_3 , R_4 , R_5 è connessa in parallelo ad un corto circuito risulta possibile effettuare la sostituzione indicata in Fig. 1.2.21⁵.

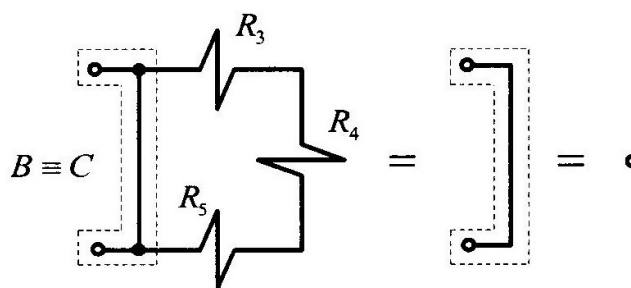


Fig. 1.2.21 Effetto del corto-circuito sul calcolo della resistenza equivalente. Il grafo si riduce ad un punto

La presenza del corto-circuito è visibile, immediatamente, anche dal grafo della rete di Fig. 1.2.22. Nella rappresentazione mediante il grafo un corto-circuito è rappresentato da un punto.

La rete, vista dai morsetti A-B, è di conseguenza riducibile al parallelo delle sole resistenze R_1 e R_2 :

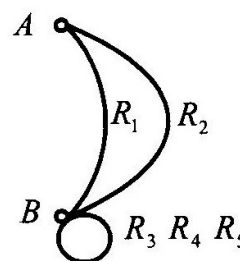


Fig. 1.2.22 Grafo della rete assegnata.

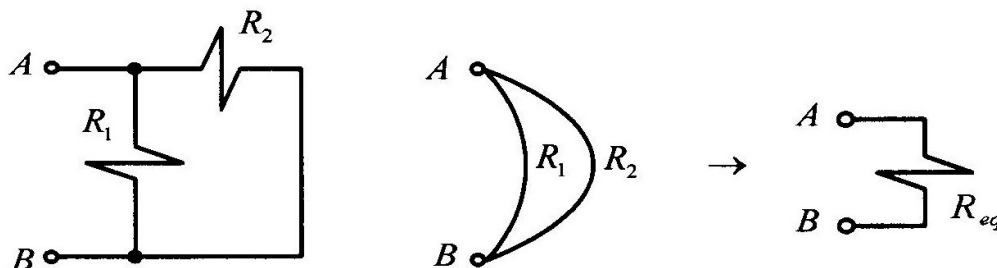


Fig. 1.2.23 Resistenza equivalente della rete assegnata.

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 13,20 \, \Omega$$

1.2.6 Calcolo della conduttanza equivalente

Determinare la conduttanza equivalente della rete assegnata in Fig. 1.2.24

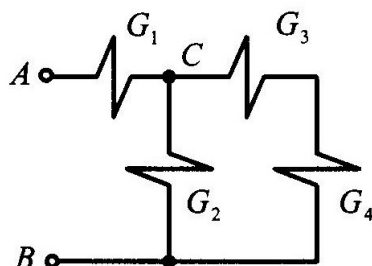


Fig. 1.2.24

$$G_1 = 0,2 \text{ S} \quad G_3 = 0,35 \text{ S}$$

$$G_2 = 0,5 \text{ S} \quad G_4 = 0,75 \text{ S}$$

L'individuazione delle connessioni presenti tra le conduttanze segue le medesime regole già illustrate per le resistenze. Notando, con l'ausilio del grafo di Fig. 1.2.25, che le conduttanze G_3 e G_4 sono collegate in serie si può ottenere la rete di Fig. 1.2.26. La serie delle conduttanze G_3 e G_4 è:

$$G_{34} = \frac{G_3 \cdot G_4}{G_3 + G_4} = 0,239 \text{ S}$$

la riduzione della rete prosegue con la risoluzione del parallelo tra G_2 e G_{34} :

$$G_{234} = G_2 + G_{34} = 0,739 \text{ S}$$

che permette di ottenere la rete di Fig. 1.2.27.

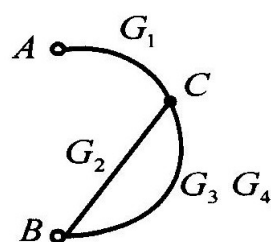


Fig. 1.2.25 Grafo della rete assegnata.

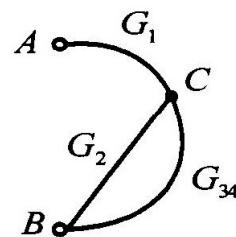
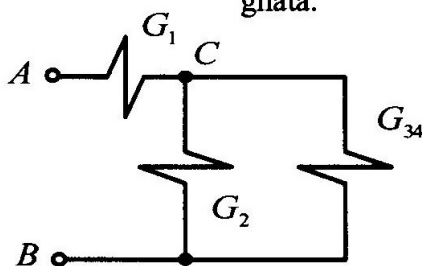


Fig. 1.2.26

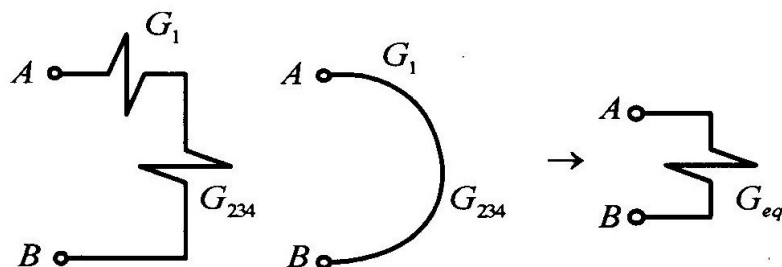


Fig. 1.2.27

La conduttanza equivalente richiesta si ottiene, pertanto, calcolando la serie delle conduttanze G_1 e G_{234} :

$$G_{eq} = \frac{G_1 \cdot G_{234}}{G_1 + G_{234}} = 0,157 \text{ S}$$

1.2.7 Calcolo della resistenza equivalente

Determinare la resistenza equivalente, vista dai morsetti (detti anche porte elettriche) A-A e B-B, della rete assegnata in Fig. 1.2.28.

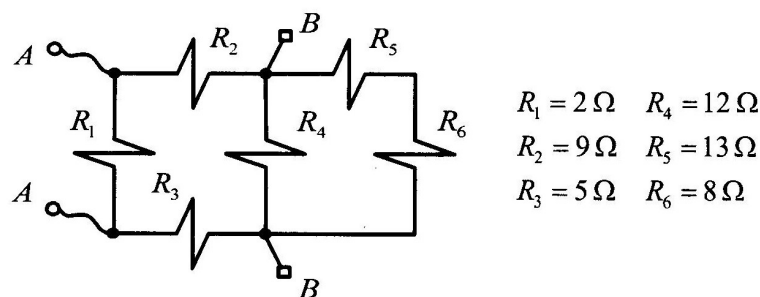


Fig. 1.2.28

Per la determinazione delle resistenza equivalente, vista da una porta elettrica, occorre individuare le connessioni elementari presenti tra i differenti resistori. Il cambio della porta elettrica da cui si determina la resistenza della rete porta in generale, fermo restando la topologia della stessa, a valori di resistenza equivalente differenti. La resistenza vista dalla porta A-A vale infatti:

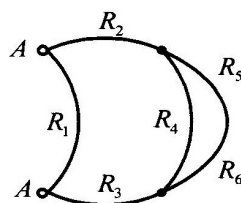


Fig. 1.2.29 Grafo della rete assegnata vista dalla porta A-A.

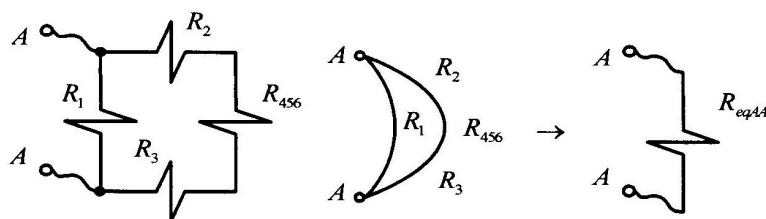


Fig. 1.2.30

$$R_{456} = \frac{R_4 \cdot (R_5 + R_6)}{R_4 + (R_5 + R_6)} = 7,636 \Omega \text{ (parallelo fra } R_4 \text{ e la serie } R_5\text{-}R_6)$$

$$R_{eqAA} = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3 + R_{456})}{R_1 + (R_2 + R_3 + R_{456})} = 1,831 \Omega \text{ (parallelo fra } R_1 \text{ e serie } R_2\text{-}R_3\text{-}R_{456})$$

Passando alla determinazione della resistenza vista dalla porta B-B si ha cfr. Fig. 1.2.31:

$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = 16 \Omega \text{ (serie } R_1\text{-}R_2\text{-}R_3)$$

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 21 \Omega \text{ (serie } R_5\text{-}R_6)$$

$$R_{eqBB} = \left(\frac{1}{R_{123}} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{56}} \right)^{-1} = 5,169 \Omega \text{ (parallelo } R_{123}\text{-}R_4\text{-}R_{56})$$

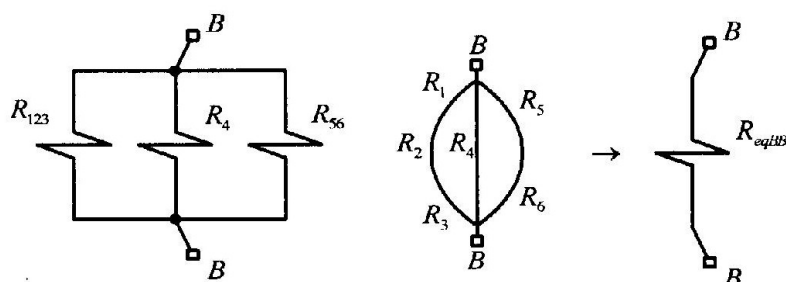
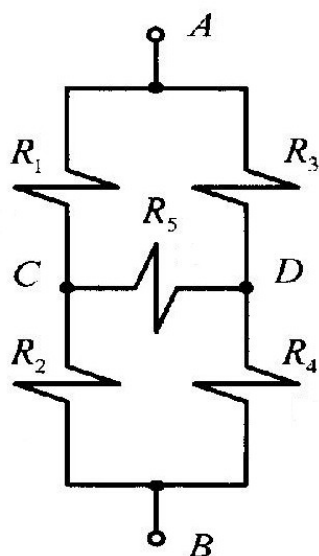


Fig. 1.2.31

1.3.1 Calcolo della resistenza equivalente

Determinare la resistenza equivalente, vista dai morsetti A-B della rete assegnata in Fig. 1.3.4.



$$\begin{aligned} R_1 &= 2 \, \Omega & R_4 &= 5 \, \Omega \\ R_2 &= 5 \, \Omega & R_5 &= 10 \, \Omega \\ R_3 &= 2 \, \Omega \end{aligned}$$

Fig. 1.3.4

In questo caso nessuna coppia di bipoli è in serie; infatti i punti (detti anche nodi C e D non costituiscono connessioni semplici mentre A e B sono i punti da cui *vedere* la R_{eq} e pertanto devono essere mantenuti.

Per poter semplificare la rete si può ricorrere ad una trasformazione triangolo-stella dei resistori ...

1.4.1 Esempi di calcolo della resistenza equivalente

Determinare la resistenza equivalente, vista dai morsetti A-B della rete assegnata in Fig. 1.4.3.

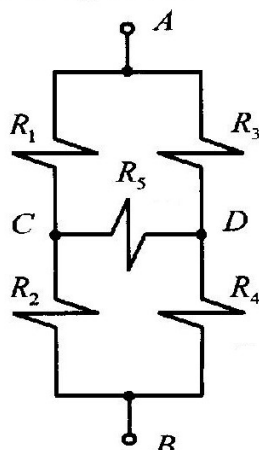


Fig. 1.4.3

$$\begin{aligned} R_1 &= 2 \, \Omega & R_4 &= 5 \, \Omega \\ R_2 &= 5 \, \Omega & R_5 &= 10 \, \Omega \\ R_3 &= 2 \, \Omega \end{aligned}$$

La rete, già presa in considerazione nell'esercizio 1.3.1, data l'uguaglianza dei valori R_1 - R_3 e R_2 - R_4 , presenta un'evidente simmetria, rispetto all'asse verticale A-B, sia topografica che funzionale, indipendentemente dal valore assunto da R_5 (Fig. 1.4.4).

Per effetto di tale simmetria, se alimentiamo la rete attraverso i morsetti AB con un generatore ideale di tensione di valore unitario, nessuna corrente potrà fluire attraverso R_5 , perchè ciò darebbe luogo ad una differenza di potenziale fra i punti CD, che invece per la simmetria della rete non possono non essere equipotenziali.

Se quindi è nulla la corrente in R_5 , ciascuno dei due rami formati dai resistori in serie R_1 e R_2 , sarà percorso da una corrente di uguale valore e pari a:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = 0,143 \, \text{A}$$

La totale corrente assorbita ai morsetti AB è allora pari a:

$$I_T = 2 \cdot I = 0,286 \, \text{A}$$

e per quanto detto sopra:

$$\begin{aligned} R_{EQ} &= \frac{E}{I_T} = \frac{E}{2 \cdot \frac{E}{R_1 + R_2}} = \\ &= \frac{R_1 + R_2}{2} = 3,5 \, \Omega \end{aligned}$$

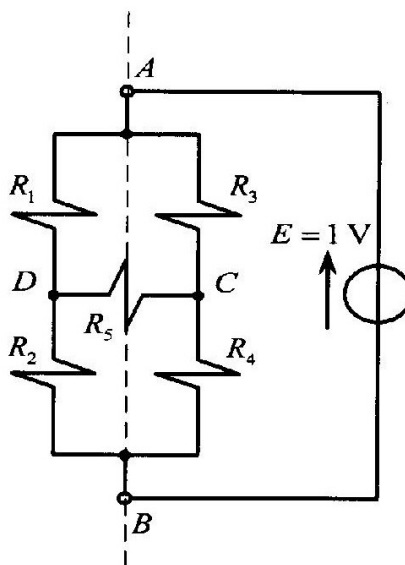


Fig. 1.4.4 Asse di simmetria della rete assegnata.

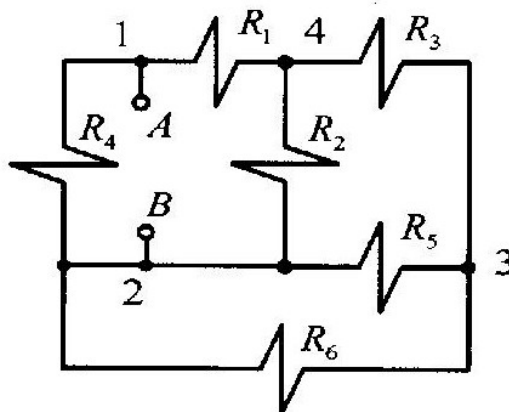
Come si vede il valore ottenuto per la R_{EQ} è lo stesso di quello precedentemente ottenuto mediante la trasformazione triangolo-stella e le successive semplificazioni; tuttavia al di là della maggiore semplicità formale e di calcolo della presente trattazione, la formula della R_{EQ} evidenzia la mancanza di influenza del valore di R_5 , che appunto non contribuisce a determinare il valore della R_{EQ} .

Esercizi proposti

Si calcoli la R_{EQ} delle reti proposte, di cui vengono già forniti il grafo di partenza ed il risultato finale.

1.5.1 Calcolo della resistenza equivalente

Determinare la resistenza equivalente, vista dai morsetti A-B della rete assegnata in Fig. 1.5.1.

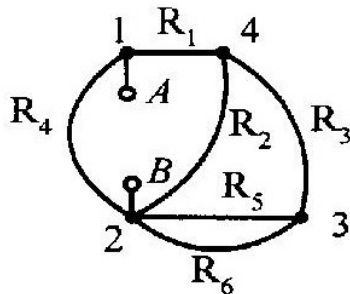


$$R_1 = 4 \, \Omega \quad R_4 = 6 \, \Omega$$

$$R_2 = 6 \, \Omega \quad R_5 = 9 \, \Omega$$

$$R_3 = 1 \, \Omega \quad R_6 = 3 \, \Omega$$

Fig. 1.5.1

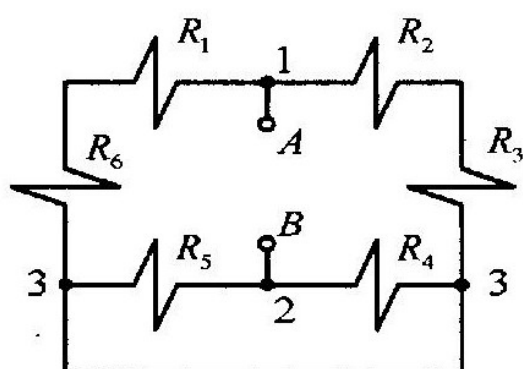


$$R_{eq} = 3,027 \, \Omega$$

Fig. 1.5.2 Grafo della rete

1.5.2 Calcolo della resistenza equivalente

Determinare la resistenza equivalente, vista dai morsetti A-B della rete assegnata in Fig. 1.5.3.

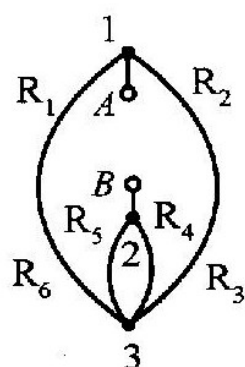


$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_4 = 5\ \Omega$$

$$R_2 = 2\ \Omega \quad R_5 = 8\ \Omega$$

$$R_3 = 6\ \Omega \quad R_6 = 6\ \Omega$$

Fig. 1.5.3

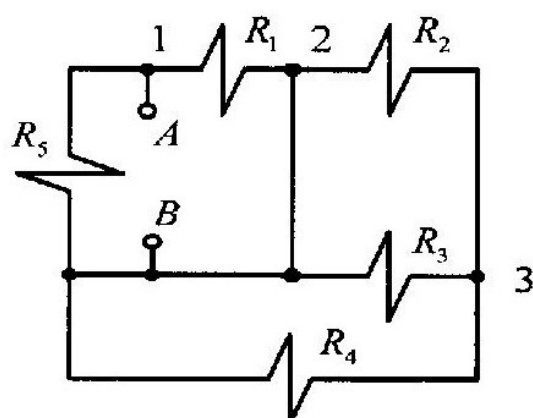


$$R_{eq} = 6,910\ \Omega$$

Fig. 1.5.4 Grafo della rete

1.5.3 Calcolo della resistenza equivalente

Determinare la resistenza equivalente, vista dai morsetti A-B della rete assegnata in Fig. 1.5.5.



$$R_1 = 1 \Omega$$

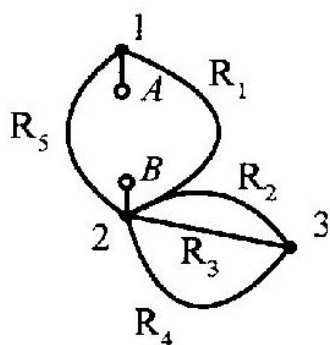
$$R_2 = 3 \Omega$$

$$R_3 = 2 \Omega$$

$$R_4 = 7 \Omega$$

$$R_5 = 4 \Omega$$

Fig. 1.5.5



$$R_{eq} = 0,8 \Omega$$

Fig. 1.5.6 Grafo della rete

1.5.4 Calcolo della resistenza equivalente

Determinare la resistenza equivalente, vista dai morsetti A-B della rete assegnata in Fig. 1.5.7.

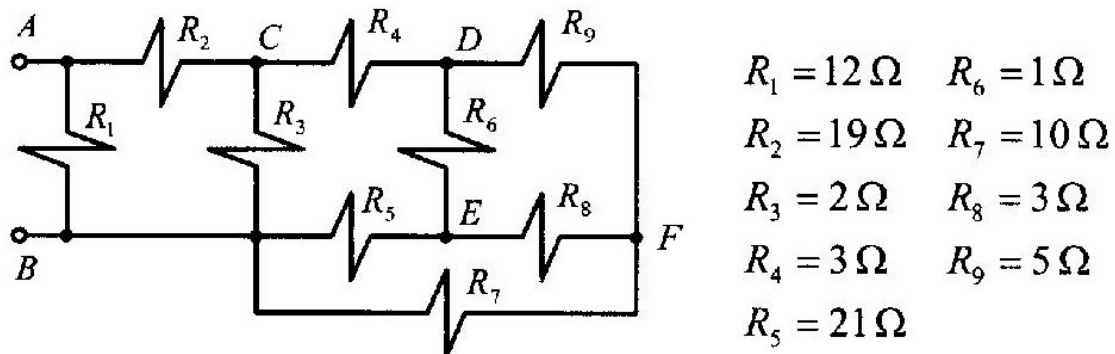
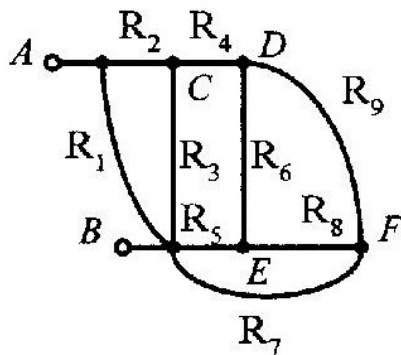


Fig. 1.5.7



$$R_{eq} = 7,596 \, \Omega$$

Fig. 1.5.8 Grafo della rete

1.5.5 Calcolo della resistenza equivalente

Determinare la resistenza equivalente, vista dai morsetti A-B della rete assegnata in Fig. 1.5.9.

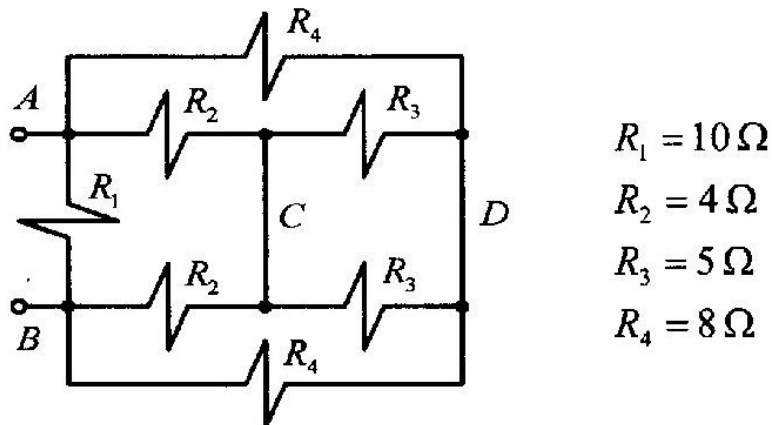


Fig. 1.5.9

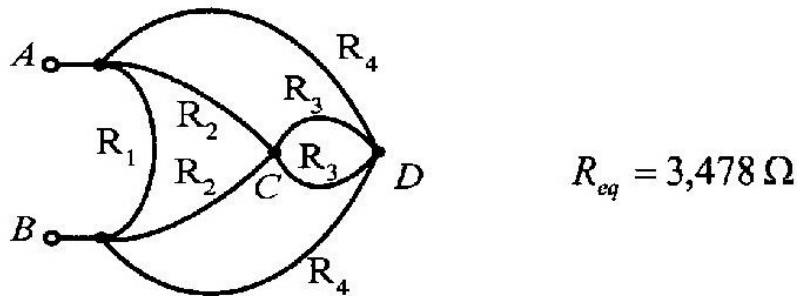


Fig. 1.5.10 Grafo della rete

Risolvere, successivamente, l'esercizio con il metodo indiretto partendo dalla considerazione che la rete presenta un asse di simmetria orizzontale e che, grazie alle uguaglianze dei valori di resistenza dei bipoli simmetrici, è possibile determinare i valori di corrente nei vari rami sulla base di semplici considerazioni circuitali. Giustificare le seguenti affermazioni:

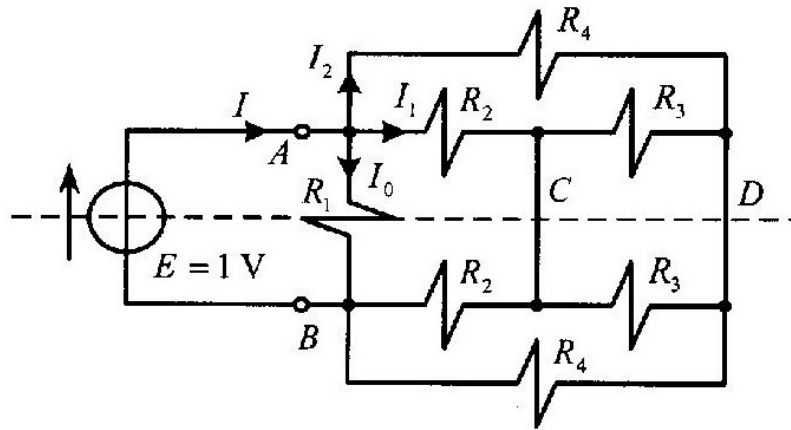


Fig. 1.5.11 Asse di simmetria della rete assegnata.

$$I_0 = \frac{1}{R_1}$$

$$I_1 = \frac{1}{2 \cdot R_2}$$

$$I_2 = \frac{1}{2 \cdot R_4}$$

Le resistenze R_3 sono influenti ai fini della determinazione della R_{EQAB} . Quest'ultima considerazione porta ad una drastica semplificazione della rete il cui grafo diviene il seguente:

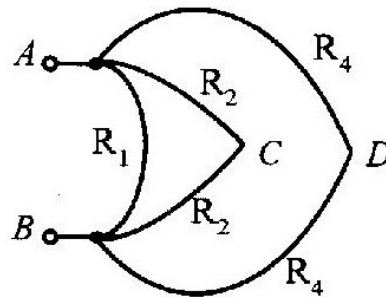
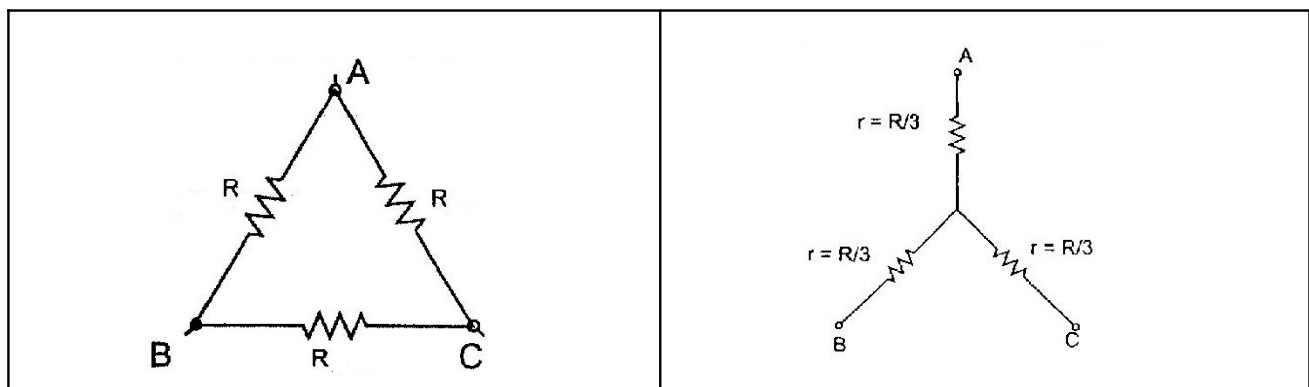
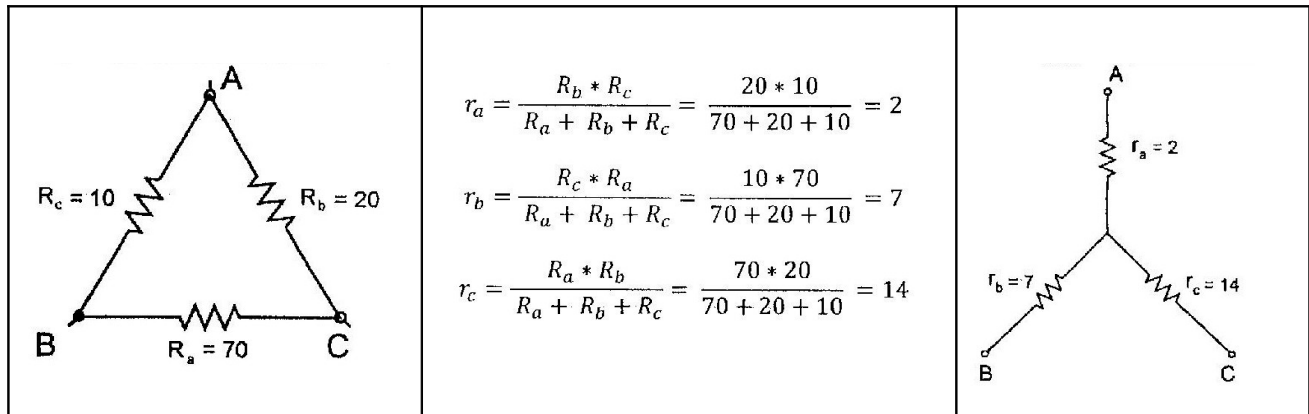


Fig. 1.5.12 Grafo della rete semplificata.

Verificare l'invarianza del valore della R_{EQAB} .

Trasformazione triangolo - stella



Trasformazione stella - triangolo

