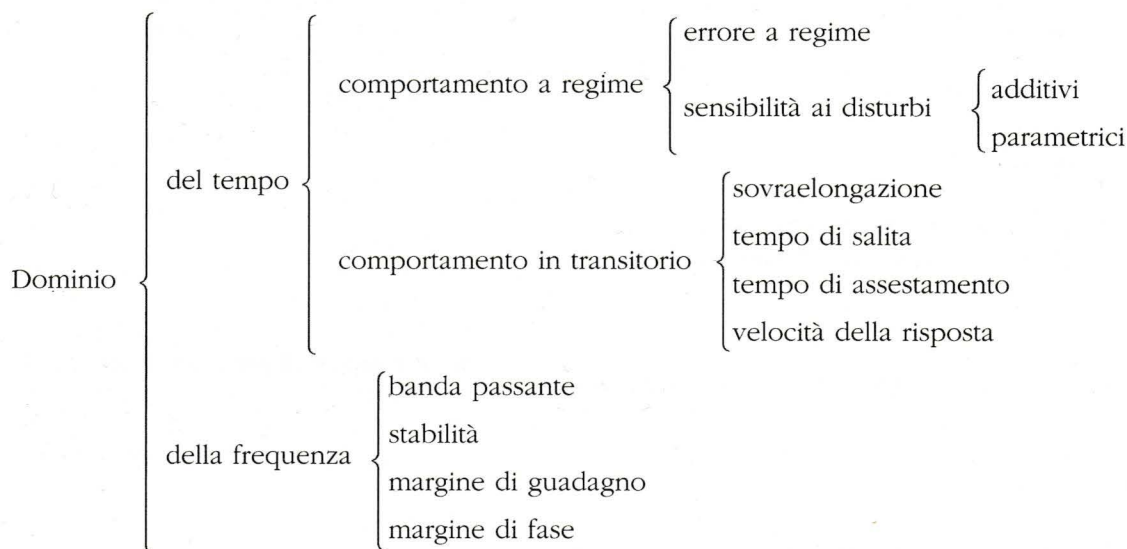


Regolatori industriali

Un sistema di controllo ad anello chiuso deve soddisfare le specifiche assegnate nel dominio del tempo e della frequenza riportate nello schema che segue.



Se il sistema non è stabile o se il suo margine di fase e il suo margine di guadagno non corrispondono a quelli richiesti, è necessario intervenire sul sistema e modificarlo in modo che risponda ai requisiti richiesti senza alterare, nei limiti del possibile, le altre caratteristiche quali la velocità della risposta e la precisione.

La stabilizzazione, ad esempio, di un sistema instabile mediante la riduzione del guadagno di anello è consigliabile solo in casi particolarmente semplici perché tale tecnica provoca l'aumento dell'errore a regime. Nei casi più complessi, quando il progettista deve soddisfare le specifiche assegnate, è necessario modificare la configurazione del sistema introducendo, in punti opportuni della catena, reti elettriche di tipo passivo o di tipo attivo, dette **reti di compensazione**, intendendo con tale termine la possibilità di modificare la funzione di trasferimento dovuta agli elementi fisici che costituiscono il sistema.

In questa Unità didattica sono esaminate le tecniche di compensazione realizzate utilizzando i **regolatori industriali** (**P**, **PI**, **PD** e **PID**).

4.1 Regolatori industriali

Nella sua forma più semplice un regolatore comprende un generatore che fornisce il segnale di riferimento, il nodo sommatore, un amplificatore del segnale e una rete di compensazione non riportata in **figura 4.1**. Tramite apposite manopole di regolazione tarate in fabbrica, l'operatore addetto all'impianto può variare i valori di alcuni parametri del regolatore, ad esempio quelli relativi all'amplificatore e alla rete di compensazione, in relazio-

ne alle specifiche statiche e dinamiche richieste. I regolatori industriali si differenziano in base alla relazione matematica che lega il segnale d'uscita della rete di compensazione a quello d'ingresso.

4.1.1 Regolatore ad azione proporzionale P

In un regolatore ad azione proporzionale il legame tra il segnale presente alla sua uscita $m(t)$ e il segnale differenza $e(t)$ applicato al suo ingresso è espresso da una relazione del tipo:

$$m(t) = K_p \cdot e(t) \quad [4.1]$$

dove $K_p = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ è il guadagno proporzionale (figura 4.1).

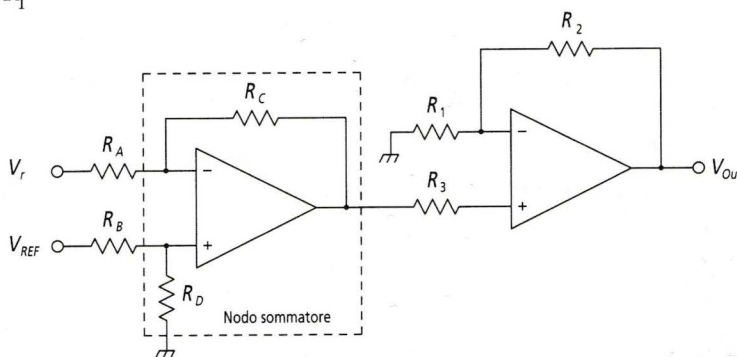


figura 4.1

Molto spesso al posto del guadagno proporzionale viene riportata la banda proporzionale B_p :

$$B_p \% = \frac{1}{K_p} \cdot 100$$

Dalla [4.1] si deduce che il regolatore esplica la sua azione correttiva quando la variabile controllata differisce dal valore desiderato perché il segnale d'uscita è proporzionale al segnale differenza (figura 4.2).

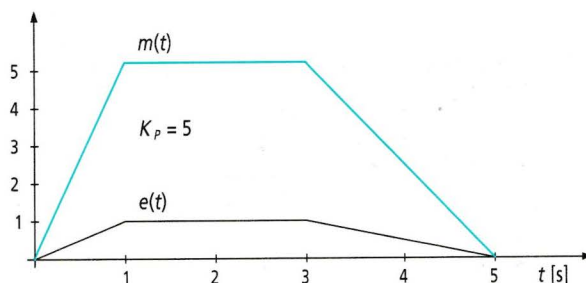


figura 4.2

Dalla trasformata di Laplace di ambo i membri della [4.1] si ottiene la [4.2], rappresentata dallo schema a blocchi di figura 4.3:

$$M(s) = K_p \cdot E(s) \quad [4.2]$$

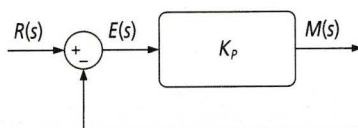


figura 4.3

Si consideri il sistema del secondo ordine a retroazione unitaria rappresentato in **figura 4.4** e siano K_p e $G(s) = \frac{K}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$ rispettivamente la funzione di trasferimento del regolatore proporzionale e quella del sistema.

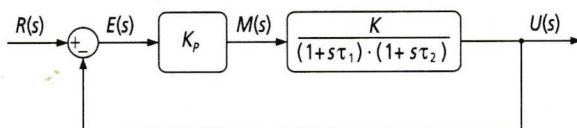


figura 4.4

Se il sistema è sollecitato da un segnale a gradino avente la trasformata $R(s) = \frac{A}{s}$, l'errore a regime ε , come si ricava dalla [4.3], diminuisce all'aumentare del guadagno proporzionale K_p ed è nullo quando $K_p \rightarrow \infty$:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{A}{s} \cdot \frac{1}{1 + K_p \cdot \frac{K}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}} = \frac{A}{1 + K \cdot K_p} \quad [4.3]$$

Un regolatore ad azione proporzionale è in grado di diminuire l'errore a regime, ma non può eliminarlo completamente perché un amplificatore con un guadagno K_p elevato comporta la sua saturazione. Un aumento troppo grande del guadagno K_p , necessario per avere un errore a regime di modesta entità, determina una diminuzione del fattore di smorzamento, un aumento della pulsazione naturale ω_n e peggiora il grado di stabilità del sistema.

Le caratteristiche di un regolatore proporzionale sono di seguito riportate:

- Genera un errore a regime, detto **errore residuo o di offset**, che può essere minimizzato assegnando a K_p valori elevati.
- Aumenta la velocità della risposta del sistema.
- Diminuisce il margine di fase e, di conseguenza, il grado di stabilità quando K_p è elevato.
- Aumenta l'ampiezza delle oscillazioni della risposta quando K_p è elevato.
- Può essere utilizzato nei sistemi nei quali sono consentiti scostamenti tra il valore effettivo della grandezza controllata e quello desiderato (ad esempio negli impianti di riscaldamento degli edifici).

4.1.2 Regolatore PI

Il regolatore ideale ad azione proporzionale e integrale è costituito da un blocco proporzionale e da uno integrale connessi in parallelo (**figura 4.5**).

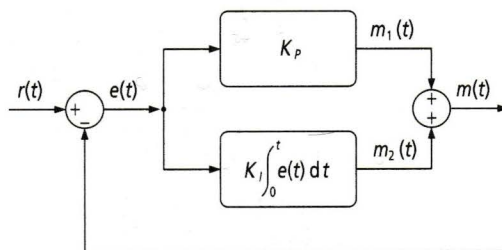


figura 4.5

Il segnale d'uscita $m(t)$ del regolatore è:

$$m(t) = m_1(t) + m_2(t)$$

$$m(t) = K_p \cdot e(t) + K_I \int_0^t e(t) \cdot dt + m(0) \quad [4.4]$$

dove K_p è il guadagno proporzionale e K_I è il coefficiente dell'azione integrale misurato in $[s^{-1}]$.

Dalla trasformata di Laplace di ambo i membri della [4.4], posto $m(0) = 0$, si ricava la funzione di trasferimento del regolatore:

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_p \cdot s + K_I}{s} \quad [4.5]$$

la quale presenta un polo nell'origine ($p = 0$) e uno zero $\left(z = -\frac{K_I}{K_p}\right)$ che deve avere un valore piccolo.

Le caratteristiche del regolatore ad azione PI sono di seguito riportate.

- Compensa l'azione destabilizzante del polo nullo con lo zero.
- Determina un incremento unitario del tipo e dell'ordine del sistema a causa del polo nullo che, quindi, agisce sull'entità dell'errore a regime.
- Aumenta la precisione a regime senza peggiorare il grado di stabilità del sistema se le costanti sono scelte in modo opportuno.
- Valori bassi di K_p e K_I generano una risposta caratterizzata da un'ampiezza della sovra-elongazione molto limitata e, al limite, anche una risposta aperiodica.
- Aumenta la velocità di risposta (larghezza di banda più ampia).
- È utilizzato quando è richiesto un errore a regime di modesta entità e una buona velocità di risposta alle variazioni della sollecitazione.
- È inserito soprattutto nei sistemi in cui le variazioni del carico avvengono lentamente. Infatti cambiamenti improvvisi di carico possono portare il sistema verso l'instabilità quando il coefficiente K_I dell'azione integrale non è scelto in modo opportuno.

La [4.5] è la funzione di trasferimento di un sistema che ha $|G(j\omega)| \rightarrow \infty$ quando la pulsazione $\omega = 0$.

Nella pratica si utilizza il regolatore PI reale rappresentato nello schema di **figura 4.6**, nel quale la resistenza R_{CI} connessa in parallelo al condensatore limita il guadagno in bassa frequenza. La funzione di trasferimento del regolatore PI reale è:

$$G(s) = \frac{R_6}{R_5} + \frac{R_{CI}}{R_I} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot R_{CI} \cdot C}$$

Per $\omega = 0$ si ha: $|G(j\omega)| = \frac{R_6}{R_5} + \frac{R_{CI}}{R_I}$

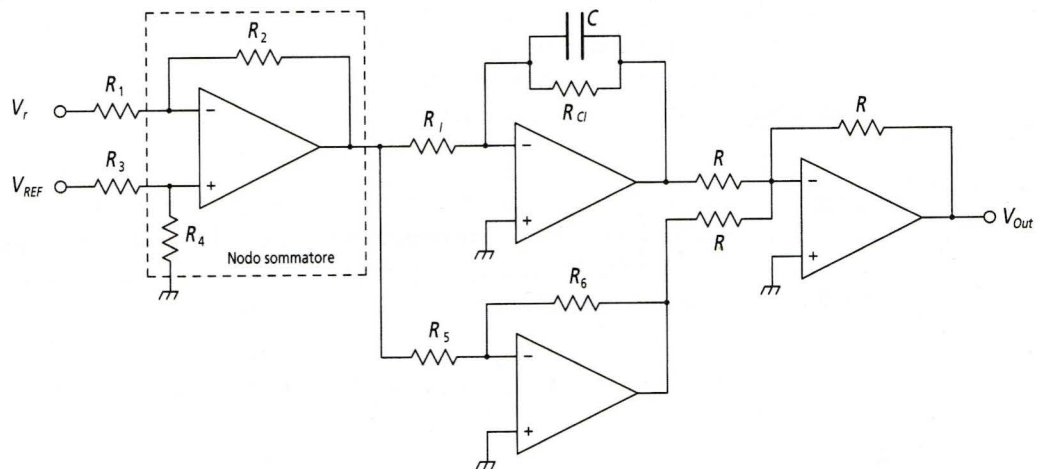


figura 4.6

4.1.3 Regolatore PD

Un semplice regolatore ad azione proporzionale e derivativa è costituito da un derivatore limitato e da un amplificatore connessi in parallelo (figura 4.7).

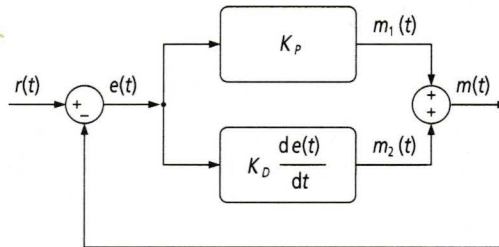


figura 4.7

Il segnale d'uscita del regolatore PD è uguale a:

$$m(t) = m_1(t) + m_2(t)$$

$$m(t) = K_P \cdot e(t) + K_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad [4.6]$$

dove K_P è il coefficiente dell'azione proporzionale e K_D è il coefficiente dell'azione derivativa e si misura in secondi [s].

Dalla [4.6], posto $e(0) = 0$, si ricava:

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_P + K_D \cdot s \quad [4.7]$$

Le caratteristiche del regolatore ad azione PD sono di seguito riportate.

- Non annulla l'errore a regime nei sistemi sollecitati da un determinato segnale. Come esempio si portano i sistemi di tipo 0 sollecitati da un segnale a gradino e quelli di tipo 1 sollecitati da un segnale a rampa.
- I valori ottimali di K_P e di K_D che non pregiudicano le caratteristiche della risposta devono essere tali da avere un coefficiente di smorzamento compreso tra $0,4 < \zeta < 0,8$.
- È utilizzato nei sistemi in cui si hanno improvvise variazioni del carico (ad esempio in alcuni sistemi di controllo per servomotori nei quali si hanno piccole ma improvvise variazioni di velocità) e, nei sistemi che non presentano problemi di stabilità e di prestazioni statiche ma che, invece, richiedono una buona velocità di risposta (larghezza di banda ampia).

Il regolatore PD ideale esalta i segnali di rumore a frequenza elevata sovrapposti al segnale differenza e inoltre è un sistema **improprio** perché è $|G(j \cdot \omega)| \rightarrow \infty$ quando la pulsazione tende all'infinito. Nella pratica si usa un regolatore PD reale rappresentato nella figura 4.8 e avente la funzione di trasferimento uguale a:

$$G(s) = \frac{R_6}{R_5} + \frac{s \cdot R_D \cdot C}{1 + s \cdot R_{CD} \cdot C}$$

$$K_P = \frac{R_6}{R_5}$$

La resistenza R_{CD} limita il guadagno in alta frequenza e il polo è collocato a frequenza molto elevata (al di fuori della banda passante di interesse del sistema) in modo che la sua influenza sulla funzione di trasferimento possa essere considerata trascurabile. Il guadagno in bassa frequenza e quello in alta frequenza, analogamente a quanto studiato per il regolatore PI, si regolano rispettivamente con la variazione di K_P e di K_D .

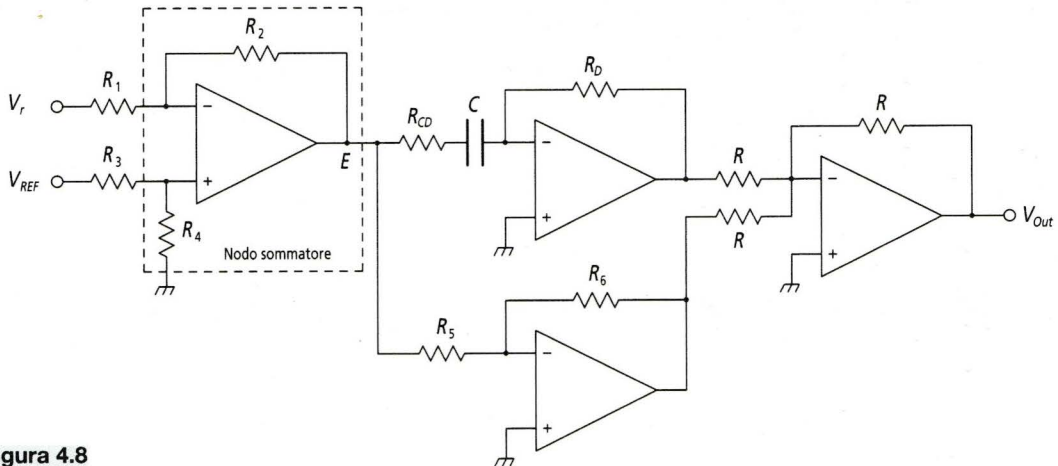


figura 4.8

4.1.4 Regolatore PID

Il regolatore PID, costituito dai blocchi proporzionale, integrale e derivativo connessi in parallelo, può essere utilizzato in tutte le applicazioni perché riunisce le caratteristiche dei singoli regolatori studiati precedentemente (figura 4.9).

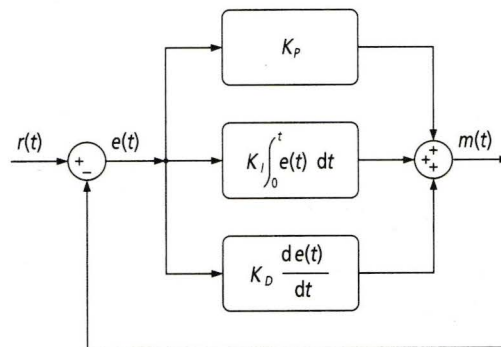


figura 4.9

Il segnale d'uscita $m(t)$ e la funzione di trasferimento $G(s)$ del regolatore, posto $e(0) = 0$, sono rispettivamente uguali a:

$$m(t) = K_P \cdot e(t) + K_D \cdot \frac{de(t)}{dt} + K_I \int_0^t e(t) dt \quad [4.8]$$

$$M(s) = K_P \cdot E(s) + K_D \cdot s \cdot E(s) + K_I \cdot \frac{1}{s} \cdot E(s)$$

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_P \cdot \left(1 + \frac{K_D}{K_P} \cdot s + \frac{K_I}{K_P} \cdot \frac{1}{s} \right) \quad [4.9]$$

La presenza del polo nell'origine aumenta la precisione a regime del sistema, ma peggiora il suo grado di stabilità anche se è compensato dalla presenza dei due zeri.

Il regolatore PID ideale è un sistema **improprio** perché $|G(j\omega)| \rightarrow \infty$ quando la pulsazione ω tende all'infinito e quando $\omega = 0$. Per limitare il guadagno, in alta e in bassa frequenza, si utilizza il regolatore PID reale rappresentato in **figura 4.10** la cui funzione di trasferimento è uguale a:

$$G(s) = \frac{R_6}{R_5} + \frac{R_{CI}}{R_I} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot R_{CI} \cdot C_I} + \frac{s \cdot R_D \cdot C_D}{1 + s \cdot R_{CD} \cdot C_D}$$

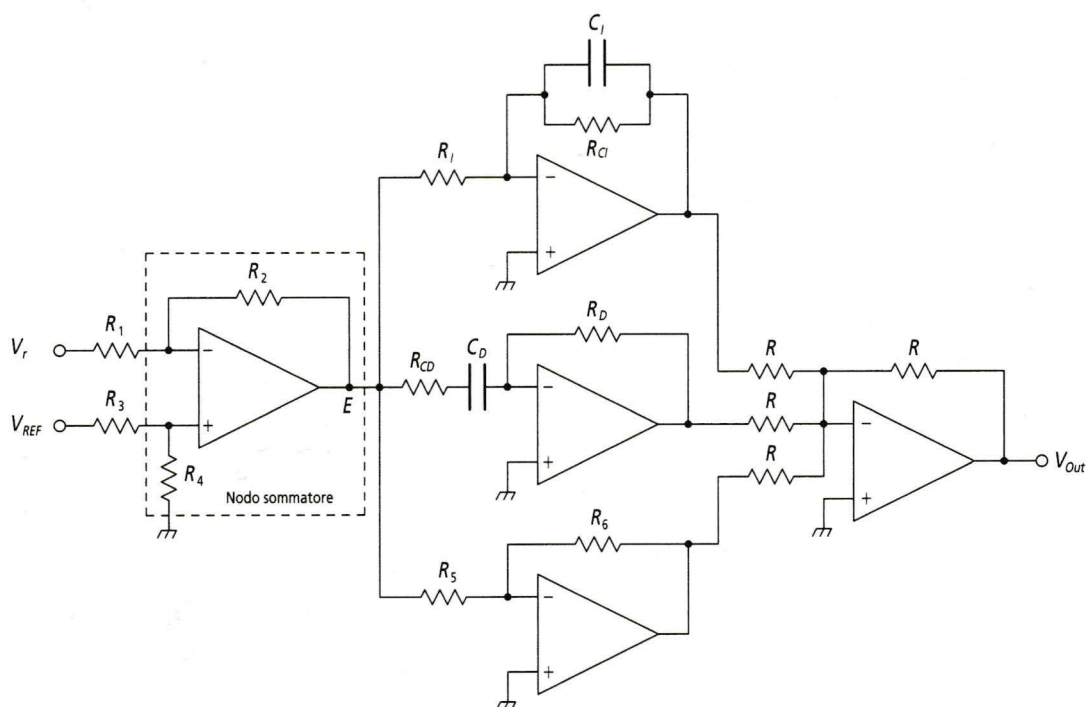


figura 4.10

4.1.5 Progetto dei regolatori PID

Molto spesso il progettista di un sistema di controllo deve eseguire ripetutamente calcoli più o meno complessi per determinare i valori dei coefficienti K_p , K_I e K_D che soddisfino le specifiche della risposta in frequenza (margine di fase e di guadagno, banda passante, ecc.) e quelle della risposta temporale (errore a regime, tempo di assestamento, tempo di ritardo, ecc.).

Un metodo di progettazione dei regolatori industriali abbastanza diffuso è quello di **Ziegler-Nichols**. Tale metodo consente di ricavare i valori ottimali dei parametri K_p , K_I e K_D agendo su apposite manopole del regolatore tarate in fabbrica.

Le fasi della regolazione ottimale sono di seguito riportate.

- ▶ Si pone $K_p = 0$, $K_I = 0$ e $K_D = 0$ e si chiude l'anello di regolazione.
- ▶ Si esclude l'azione derivativa e quella integrale, e si aumenta gradualmente il valore del parametro K_p fino a portare il sistema al limite della stabilità.
- ▶ Si misura il valore di K_p in corrispondenza del quale la risposta del sistema al gradino unitario è un'oscillazione di ampiezza costante ($K_p = K_{pmax}$).
- ▶ Si misurano i valori della pulsazione ω_c e del periodo T_c dell'oscillazione persistente.
- ▶ Si regolano, dopo aver compiuto le operazioni sopra descritte, le altre manopole in modo che i parametri K_p , K_I e K_D assumano i valori riportati nella tabella 4.1.

tabella 4.1

Regolatore	K_p	K_I	K_D	T_I	T_D
P	$0,5 \cdot K_{pmax}$	0	0		
PD	$0,5 \cdot K_{pmax}$	0	$(0,5 \cdot K_{pmax}) \cdot (0,2 \cdot T_c)$		$0,2 \cdot T_c$
PI	$0,45 \cdot K_{pmax}$	$\frac{0,45 \cdot K_{pmax}}{0,83 \cdot T_c}$	0	$0,83 \cdot T_c$	
PID	$0,6 \cdot K_{pmax}$	$\frac{0,6 \cdot K_{pmax}}{0,5 \cdot T_c}$	$(0,6 \cdot K_{pmax}) \cdot (0,125 \cdot T_c)$	$0,5 \cdot T_c$	$0,125 \cdot T_c$

esercizi

svolti

1 Regolatore P

Si studino gli effetti prodotti dalle variazioni del guadagno proporzionale sul sistema a retroazione unitaria avente la funzione di trasferimento: $G(s) = \frac{K}{s^2 + 5 \cdot s + 6}$ con $K = 100$. I valori della costante K_p siano 0,05 e 0,5.

Svolgimento

- ▶ Per $K_p = 0,05$ la funzione di trasferimento ad anello chiuso e la risposta al gradino unitario sono rispettivamente uguali a:

$$W_1(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{5}{(s^2 + 5 \cdot s + 11)} \quad u_1(t) = 0,454 - e^{-2,5 \cdot t} \cdot [0,454 \cdot \cos(2,18 \cdot t) + 0,52 \cdot \sin(2,18 \cdot t)]$$

- ▶ Per $K_p = 0,5$ la funzione di trasferimento ad anello chiuso del sistema e la risposta al gradino unitario sono rispettivamente uguali a:

$$W_2(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{50}{(s^2 + 5 \cdot s + 56)} \quad u_2(t) = 0,892 - e^{-2,5 \cdot t} \cdot [0,892 \cdot \cos(7 \cdot t) + 0,316 \cdot \sin(7 \cdot t)]$$

Un aumento troppo grande del guadagno proporzionale provoca una sensibile diminuzione dell'errore a regime, ma anche un aumento dell'ampiezza dell'oscillazione della risposta dovuto alla diminuzione del fattore di smorzamento.

Test di verifica

■ Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

1. Il regolatore industriale introdotto nello schema elettrico del sistema modifica la funzione di trasferimento.
☐ vero
☐ falso
2. La tecnica di compensazione è fatta solo con le reti correttrici.
☐ vero
☐ falso
3. I regolatori industriali sono dispositivi che sfruttano relazioni matematiche.
☐ vero
☐ falso
4. Il regolatore proporzionale P aumenta la velocità di risposta del sistema.
☐ vero
☐ falso
5. Il regolatore proporzionale P diminuisce l'ampiezza delle oscillazioni della risposta del sistema con il guadagno K_p .
☐ vero
☐ falso
6. La connessione tra il blocco proporzionale P e quello integrale I di un regolatore PI è in serie.
☐ vero
☐ falso
7. Il regolatore PI diminuisce la velocità di risposta del sistema.
☐ vero
☐ falso
8. La connessione tra il blocco proporzionale P e quello derivativo D di un regolatore PD è in parallelo.
☐ vero
☐ falso
9. Il regolatore PID è costituito da tre blocchi (proporzionale P, integrativo I e derivativo D).
☐ vero
☐ falso
10. I blocchi del regolatore PID sono collegati in serie.
☐ vero
☐ falso