

# CAPITOLO SETTIMO

## CONVERSIONE DI FREQUENZA

### 1. Generalità

Si presenta spesso, nel campo delle telecomunicazioni, la necessità di *traslare* lo spettro di frequenze di un dato segnale, ad esempio un segnale modulato in ampiezza o in frequenza, in una banda dell'asse delle frequenze più opportuna ai fini della trasmissione o della amplificazione del segnale stesso, senza tuttavia modificare la configurazione dello spettro del segnale.

Il processo mediante il quale viene realizzata tale operazione è chiamato «*conversione di frequenza*» o anche «*processo eterodina*». Il segnale il cui spettro deve essere traslato viene applicato ad un circuito detto «mescolatore» (*mixer*) insieme ad un segnale sinusoidale di frequenza  $f_0$  opportuna, detto «*segnale eterodina*», prodotto da un oscillatore, il quale è spesso chiamato, nel linguaggio corrente, «*oscillatore locale*» (fig. 1).

L'insieme costituito dal mescolatore e dall'oscillatore locale costituisce il «convertitore di frequenza». Lo scopo del convertitore è quello di fornire alla sua uscita un segnale le cui frequenze componenti siano date dalla somma e dalla differenza fra le

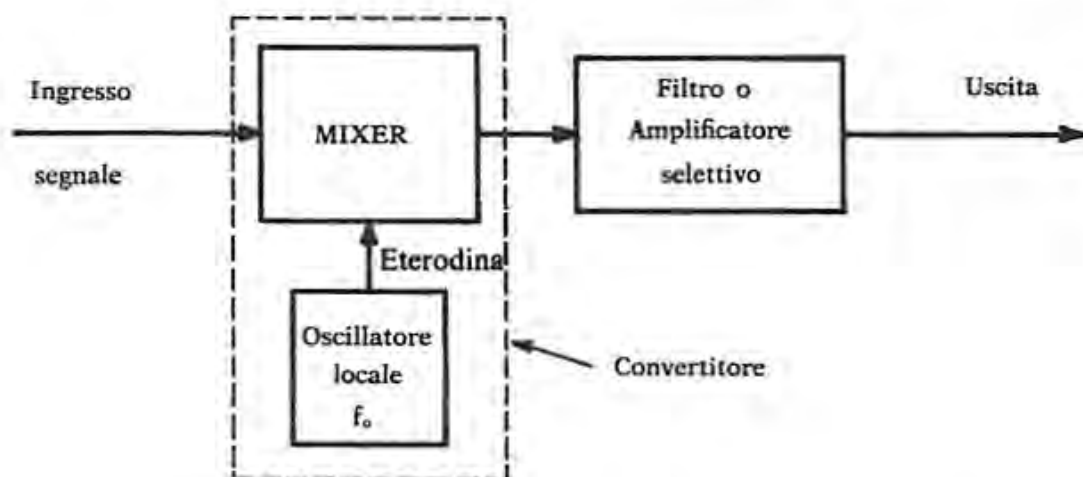


Fig. 1. - Schema a blocchi del convertitore di frequenza.

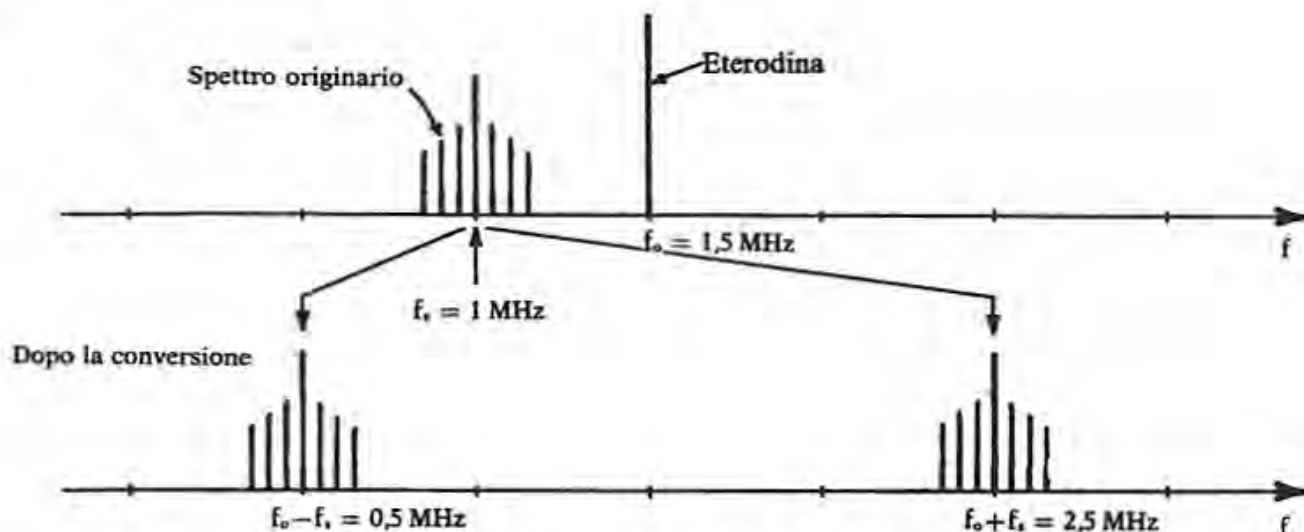


Fig. 2. - Traslazione di spettro nella conversione di frequenza.

frequenze del segnale di ingresso e la frequenza  $f_0$  dell'oscillatore locale. A seconda dei casi, l'uscita utile dal convertitore può essere un segnale le cui componenti abbiano frequenze date o dalla *somma* o dalla *differenza* delle suddette frequenze. Per separare il segnale utile è necessario pertanto porre dopo il convertitore un filtro o un amplificatore selettivo in modo da eliminare dall'uscita le frequenze indesiderate. All'uscita del circuito selettivo si ottiene quindi un segnale il cui spettro di frequenze conserva la stessa forma dello spettro del segnale di ingresso al convertitore, ma risulta traslato, con una scelta opportuna del valore della frequenza  $f_0$ , verso destra o verso sinistra, rispetto alla posizione dello spettro originario, come è rappresentato con un esempio in figura 2.

In generale, all'uscita dal mescolatore sono presenti, oltre alle componenti a frequenza *somma* e *differenza*, molte altre componenti di frequenze diverse, dette «*prodotti spuri del mescolatore*» che vengono eliminate mediante filtraggio nello stadio selettivo seguente il convertitore se le frequenze di tali prodotti cadono al di fuori della banda utile di uscita.

Nel caso in cui lo stadio selettivo non abbia sufficiente selettività per eliminare le frequenze indesiderate, quando quest'ultime sono molto vicine ai bordi della banda utile, allora le componenti utili (a frequenza somma o differenza) in uscita si possono ottenere mediante due o più processi di eterodina successivi, come è mostrato in fig. 3.

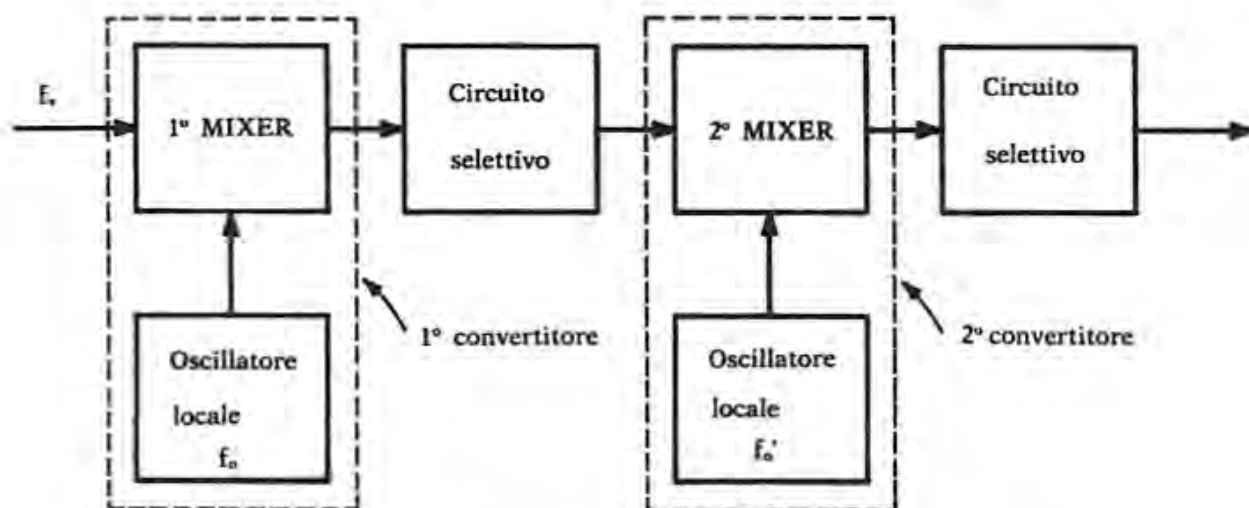


Fig. 3. - Schema a blocchi della doppia conversione di frequenza.

La «frequenza istantanea» dell'involuppo di battimento è perciò:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \alpha(t) = (f_2 - f_1) + \frac{k}{2\pi} v_m(t)$$

Si osserva che la variazione di frequenza dell'involuppo, rispetto al valore  $f_2 - f_1$ , è la stessa di quella del segnale  $v_2$  rispetto al valore  $f_2$ ; la modulazione di frequenza del segnale  $v_2$  la si ritrova, cioè, trasferita nel segnale somma  $v_1 + v_2$  inalterata nell'involuppo di battimento.

Se si applica allora il segnale somma  $v_1 + v_2$  ad un dispositivo raddrizzatore quale, ad esempio, un rivelatore di involuppo, che ha cioè la proprietà di fornire una tensione di uscita proporzionale all'involuppo di battimento del segnale di entrata, si ottiene all'uscita di questo dispositivo un segnale che ha la stessa modulazione (di ampiezza o di frequenza) del segnale  $v_2$  di partenza, ma una «frequenza portante» nuova, di valore uguale alla frequenza di battimento, cioè alla differenza fra la frequenza portante del segnale modulato  $v_2$  e la frequenza del segnale  $v_1$  sovrapposto.

### 3. Conversione di frequenza a legge quadratica

Un mescolatore è un dispositivo non lineare nel quale un segnale a radiofrequenza modulato viene «combinato» con una tensione sinusoidale prodotta da un *oscillatore locale* per ottenere in uscita un segnale avente la stessa modulazione di quello di ingresso, ma una frequenza «portante» diversa e uguale alla differenza o alla somma della frequenza portante del segnale originario e della frequenza dell'oscillazione locale. La nuova frequenza portante viene chiamata comunemente «frequenza intermedia». Il segnale di uscita dal mescolatore, disponibile ai capi di un circuito selettivo, ha quindi lo stesso spettro del segnale di ingresso, ma *centrato* sulla frequenza intermedia.

Un metodo per eseguire la conversione di frequenza consiste nell'applicare ad un dispositivo non lineare un segnale ottenuto dalla somma del segnale originario e dell'oscillazione locale di ampiezza  $V_0$  e di frequenza  $f_0$ , e ottenere il segnale di uscita a frequenza intermedia su un carico selettivo, come è schematicamente rappresentato in figura 9. Se la caratteristica corrente di uscita-tensione di ingresso  $i = f(v)$  del dispositivo non lineare, che può essere un diodo, un triodo, un pentodo, un transistor *PNP* o *NPN*, un JFET, un MOSFET, si può esprimere con la relazione:

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2$$

si realizza la conversione di frequenza con legge quadratica e l'elemento non lineare è chiamato «mescolatore quadratico».

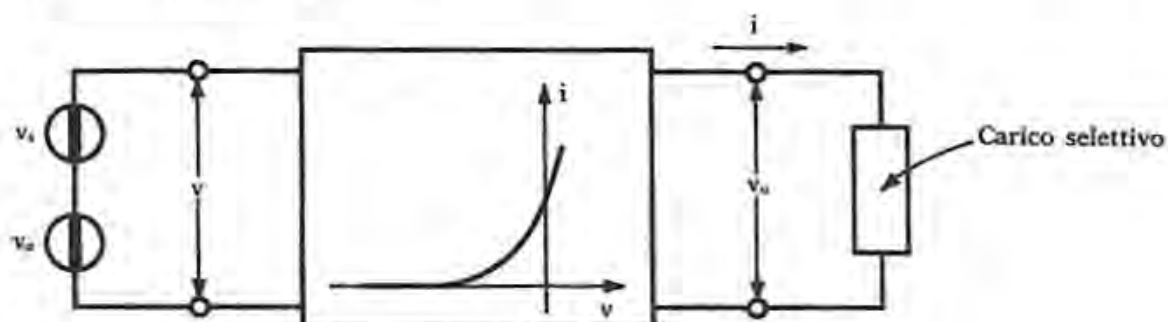


Fig. 9. - Schema di principio del convertitore a legge quadratica.

Supponendo il segnale da convertire, di ampiezza  $V_s$  e frequenza  $f_s$ , non modulato, la tensione risultante  $v$  all'ingresso del mescolatore è:

$$v = V_s \cos \omega_s t + V_0 \cos \omega_0 t$$

La corrente di uscita è allora:

$$i = a_0 + a_1 (V_s \cos \omega_s t + V_0 \cos \omega_0 t) + a_2 (V_s \cos \omega_s t + V_0 \cos \omega_0 t)^2$$

Sviluppando si ottiene:

$$\begin{aligned} i = a_0 + \frac{a_2}{2} (V_s^2 + V_0^2) + a_1 V_s \cos \omega_s t + a_1 V_0 \cos \omega_0 t + \\ + \frac{a_2 V_s^2}{2} \cos 2 \omega_s t + \frac{a_2 V_0^2}{2} \cos 2 \omega_0 t + \\ + a_2 V_s V_0 \cos (\omega_s - \omega_0) t + a_2 V_s V_0 \cos (\omega_s + \omega_0) t \end{aligned}$$

Si osserva che nella corrente  $i$  di uscita, oltre alle componenti aventi le frequenze di ingresso e le loro seconde armoniche, sono presenti due componenti, di ampiezza  $a_2 V_s V_0$ , aventi frequenze  $f_s - f_0$  e  $f_s + f_0$  uguali alla differenza e alla somma della frequenza del segnale  $f_s$  e di quella dell'oscillazione locale  $f_0$ .

Se il carico selettivo di uscita viene accordato, ad esempio, sulla frequenza differenza  $f_s - f_0$ , detta frequenza intermedia, e presenta una adeguata selettività, la tensione di uscita è determinata essenzialmente soltanto dalla componente della corrente a frequenza differenza ed è data dalla relazione:

$$v_u(t) = a_2 R V_s V_0 \cos (\omega_s - \omega_0) t$$

in cui  $R$  è la resistenza equivalente del circuito selettivo alla frequenza  $f_s - f_0$ .

#### 4. Transconduttanza di conversione

Per caratterizzare l'azione di conversione di frequenza di un mescolatore si introduce una grandezza, chiamata «transconduttanza di conversione», indicata con  $g_c$ , che è definita come il rapporto fra l'ampiezza della componente a frequenza intermedia della corrente di uscita e l'ampiezza della tensione del segnale di ingresso da convertire.

Per un mescolatore quadratico si ha:

$$g_c = \frac{a_2 V_s V_0}{V_s} = a_2 V_0$$

La transconduttanza di conversione è perciò direttamente proporzionale al coefficiente del termine quadratico dell'espressione della caratteristica dell'elemento non lineare ed è tanto più grande quanto maggiore è l'ampiezza dell'oscillazione locale.

Analogamente si definisce *guadagno di conversione di tensione*  $G_c$  il rapporto fra l'ampiezza della tensione di uscita a frequenza intermedia e l'ampiezza  $V_s$  del segnale di ingresso da convertire. Si ha:

$$G_c = g_c R$$

Supponendo ora che il segnale di ingresso sia modulato, ad esempio in ampiezza con modulante sinusoidale, eseguendo uno sviluppo analogo a quello precedentemente



La transconduttanza di conversione  $g_c$ , in base alla sua definizione, è:

$$g_c = \frac{\frac{a_1}{2} A(t)}{A(t)} = \frac{a_1}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g_m(t) \cos \omega_0 t \cdot d(\omega_0 t)$$

Se è nota la legge di variazione di  $g_m$  nel tempo è possibile, mediante la relazione precedente, calcolare il valore di  $g_c$ . Il calcolo dell'integrale può essere effettuato in pratica mediante metodi grafici.

Il valore di  $g_c$  è tanto più elevato quanto più grande è il coefficiente  $a_1$  della serie di Fourier e perciò quanto più grande è la variazione che subisce la transconduttanza  $g_m$  durante il ciclo dell'oscillazione locale. Si può dimostrare che il massimo valore di  $g_c$  si ottiene quando  $g_m$  è uguale a zero durante un semiciclo dell'oscillazione locale e assume il più grande valore possibile durante l'altro semiciclo. Per ottenere allora il massimo valore di  $g_c$  la tensione di polarizzazione dell'elemento non lineare è regolata ad un valore circa uguale a quello di interdizione (per cui  $g_m \approx 0$ ) e l'ampiezza della tensione dell'oscillazione locale viene fatta la più grande possibile. Se, come caso limite, la caratteristica  $i = f(v)$  del dispositivo non lineare fosse, al di sopra dell'interdizione, una linea retta con pendenza  $g_m$  e se venisse usata una polarizzazione uguale alla tensione di interdizione, si potrebbe facilmente dimostrare che  $g_c = g_m/\pi = 0,318 g_m$ , poiché in tal caso la variazione di  $g_m$  sarebbe a forma di impulsi ad onda quadra. Se invece la caratteristica  $i = f(v)$  fosse esattamente una parabola, l'andamento di  $g_m$  in funzione dell'oscillazione locale sarebbe, al di sopra dell'interdizione, una retta; in tal caso, con una tensione di polarizzazione uguale alla tensione di interdizione, si avrebbe  $g_c = g_{m,\max}/4 = 0,25 g_{m,\max}$ , in cui  $g_{m,\max}$  è il valore massimo assunto da  $g_m$ , al picco positivo della tensione dell'oscillazione locale; infatti in questo caso la variazione di  $g_m$  nel tempo sarebbe secondo una semisinusoide.

In realtà i dispositivi non lineari hanno una caratteristica che si scosta da quelle precedentemente supposte e, come già detto, la variazione tipica di  $g_m$  in funzione della tensione è come quella rappresentata in figura 10. In condizioni di funzionamento ottimo si può avere un valore di  $g_c$  uguale a circa  $0,28 g_{m,\max}$ .

## 5. Prodotti spuri nei mescolatori

I mescolatori reali hanno, in generale, una caratteristica  $i = f(v)$  che si discosta dalla caratteristica ideale quadratica e che può essere espressa con una serie di potenze della forma:

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + a_4 v^4 + a_5 v^5 + \dots$$

Eseguendo lo sviluppo di questa espressione nel caso in cui il segnale da convertire non sia modulato, cioè con  $v = V_s \cos \omega_s t + V_0 \cos \omega_0 t$ , si può dimostrare che la corrente di uscita dal mescolatore contiene componenti aventi frequenze:  $f_0$ ,  $f_s$ ,  $n f_0$ ,  $m f_s$ ,  $f_0 \pm f_s$ ,  $f_0 \pm 2 f_s$ ,  $f_0 \pm 3 f_s$ ,  $f_0 \pm 4 f_s$ ,  $2 f_0 \pm f_s$ ,  $3 f_0 \pm f_s$ ,  $4 f_0 \pm f_s$  ed altre della forma generale  $n f_0 \pm m f_s$ , in cui il massimo valore della somma  $n + m$  è uguale all'ordine di potenza più alto nella espressione della caratteristica  $i = f(v)$ . Le componenti aventi frequenze diverse da  $f_s \pm f_0$  sono chiamate «prodotti spuri» del mescolatore. I «prodotti» del mescolatore sono distinti in «ordini» e l'ordine di un certo prodotto è dato

dalla somma  $n+m$ . I prodotti di uno stesso ordine sono principalmente dovuti al corrispondente termine dello sviluppo in serie di potenze e in minore misura agli altri termini. Per esempio, i prodotti di terzo ordine, per i quali è  $n+m=3$ , e sono  $f_0 \pm 2f_s$ ,  $2f_0 \pm f_s$ ,  $3f_0$ ,  $3f_s$ , sono principalmente dovuti al termine  $a_3v^3$ , ma anche, in minore entità, ai termini  $a_5v^5$  e  $a_7v^7$ .

Alcuni prodotti del mescolatore possono risultare così vicini alle frequenze desiderate da essere di difficile eliminazione mediante filtraggio. Quando i prodotti spuri hanno frequenze che cadono entro la banda utile di uscita, è ovviamente impossibile ottenere la loro eliminazione con il filtraggio in quanto tali prodotti sono indistinguibili dalle frequenze desiderate. Il mescolatore ideale di tipo quadratico non dà luogo a prodotti di terzo ordine e di ordine più elevato.

## 6. Mescolatori a transistori

Per la non linearità della loro caratteristica «corrente di collettore-tensione di base» i transistori possono essere usati come elementi non lineari per mescolatori.

La tensione del segnale da convertire e l'oscillazione locale possono essere applicate all'ingresso su un elettrodo comune o su due elettrodi distinti. L'oscillazione locale può essere «iniettata» capacitivamente, induttivamente o conduttivamente, e in serie o in parallelo con la tensione del segnale. In figura 11 è rappresentato un tipico mescolatore a transistore in cui l'oscillazione locale è iniettata capacitivamente, attraverso un condensatore di 3 pF, nel circuito di base del transistore insieme al segnale di ingresso. In generale, tuttavia, l'iniezione dell'oscillazione locale nella base del transistore non è conveniente poiché vi può essere interazione fra l'uscita dell'oscillatore locale e la sorgente del segnale da convertire. Inoltre, se il segnale proviene direttamente dall'antenna, come si può avere in un ricevitore, l'oscillazione locale può essere irradiata dall'antenna del ricevitore e produrre interferenze fastidiose in altri ricevitori che si trovano nelle vicinanze. Quando viene usato in un ricevitore, il mixer di figura 11

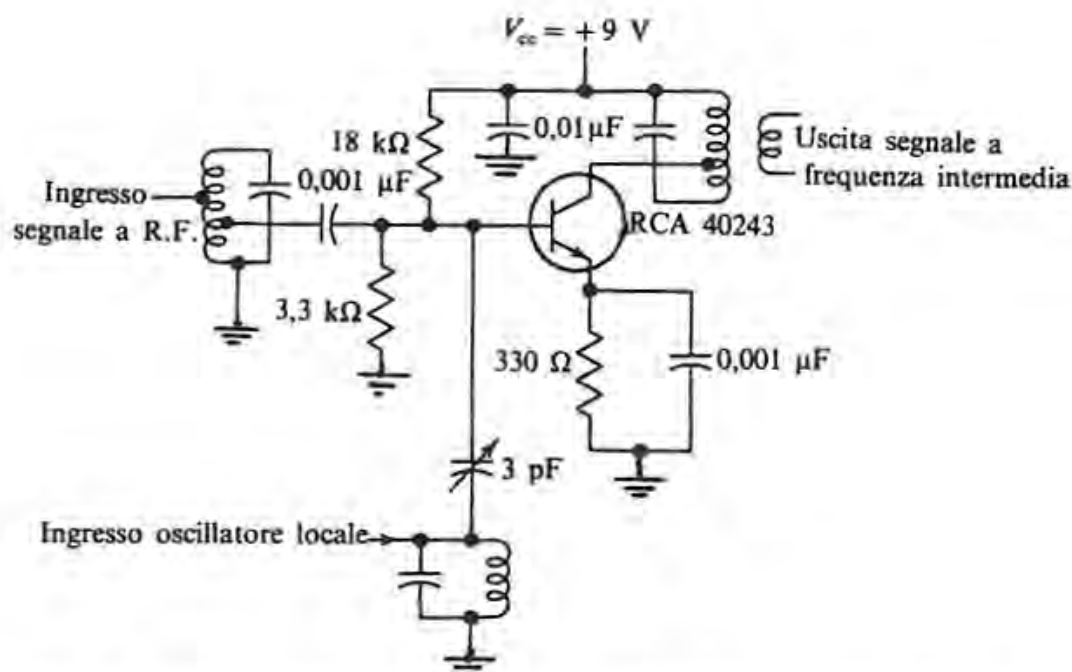


Fig. 11. - Mixer a transistore con iniezione dell'oscillazione locale sulla base.