CAPITOLO QUARTO

LA MODULAZIONE DI AMPIEZZA

1. Generalità

Si è già detto nel capitolo III che la modulazione di ampiezza viene ottenuta variando l'ampiezza del segnale portante in modo che la variazione della sua ampiezza, rispetto al valore A_0 in assenza di modulazione, sia direttamente proporzionale al valore istantaneo $v_m(t)$ del segnale modulante:

$$A(t) = A_0 + kv_m(t)$$

e quindi il valore istantaneo del segnale modulato $v(t)$ è:

$$v(t) = [A_0 + kv_m(t)] \cos \omega_0 t \tag{1}$$

Considerando, per semplicità, un segnale modulante di forma sinusoidale $v_m(t) = V_m \cos \omega_m t$, con ω_m in pratica sempre molto più piccola della pulsazione ω_0 della portante, si ha:

$$v(t) = (A_0 + kV_m \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t$$

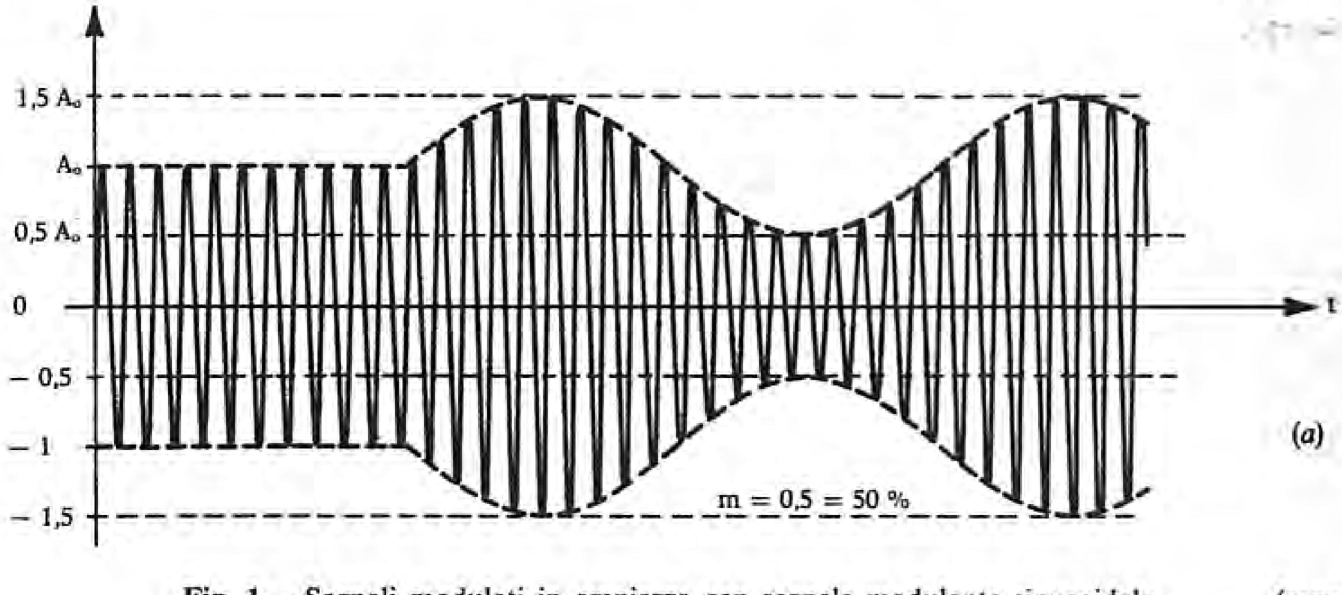

Fig. 1. - Segnali modulati in ampiezza con segnale modulante sinusoidale. (*segue*)

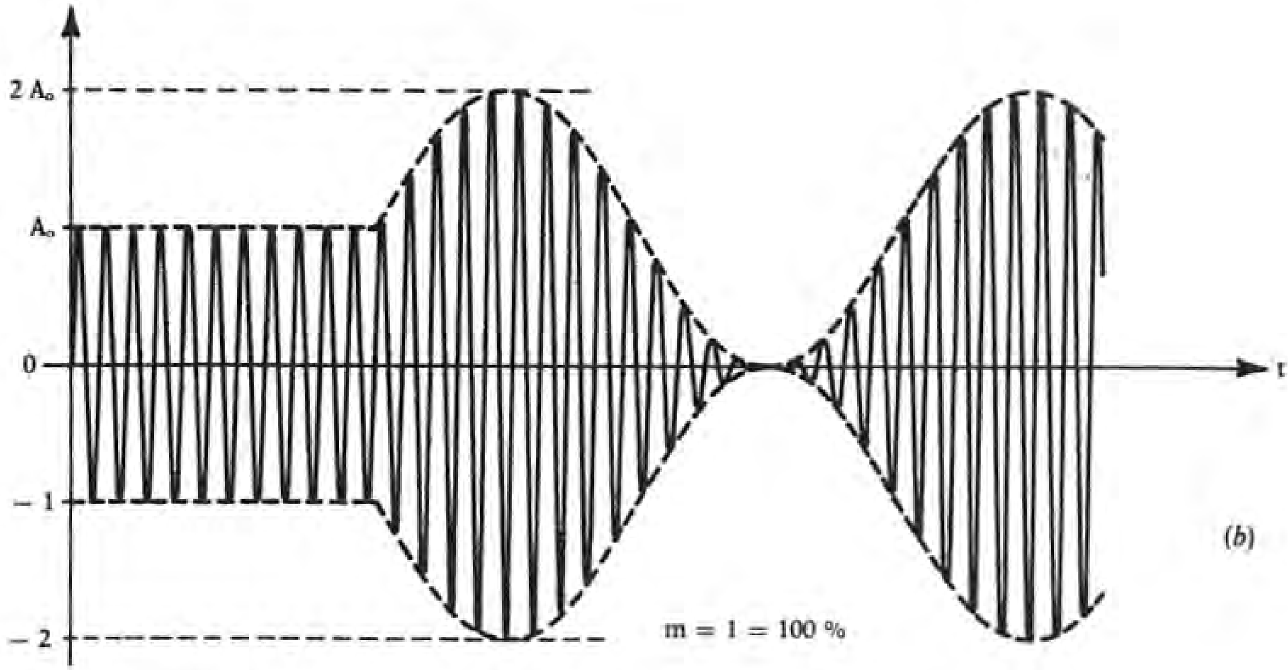

Fig. 1. - (*continuazione*)

che può anche scriversi:

$$v(t) = A_0(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t \tag{2}$$

indicando con m la quantità kV_m/A_0. Come già visto, m prende il nome di *indice di modulazione* o di *profondità di modulazione* e si esprime di solito in %.

La figura 1, in (*a*) e (*b*), rappresenta, rispettivamente, un segnale modulato in ampiezza con $m=0{,}5$ (50%) e con $m=1$ (100%).

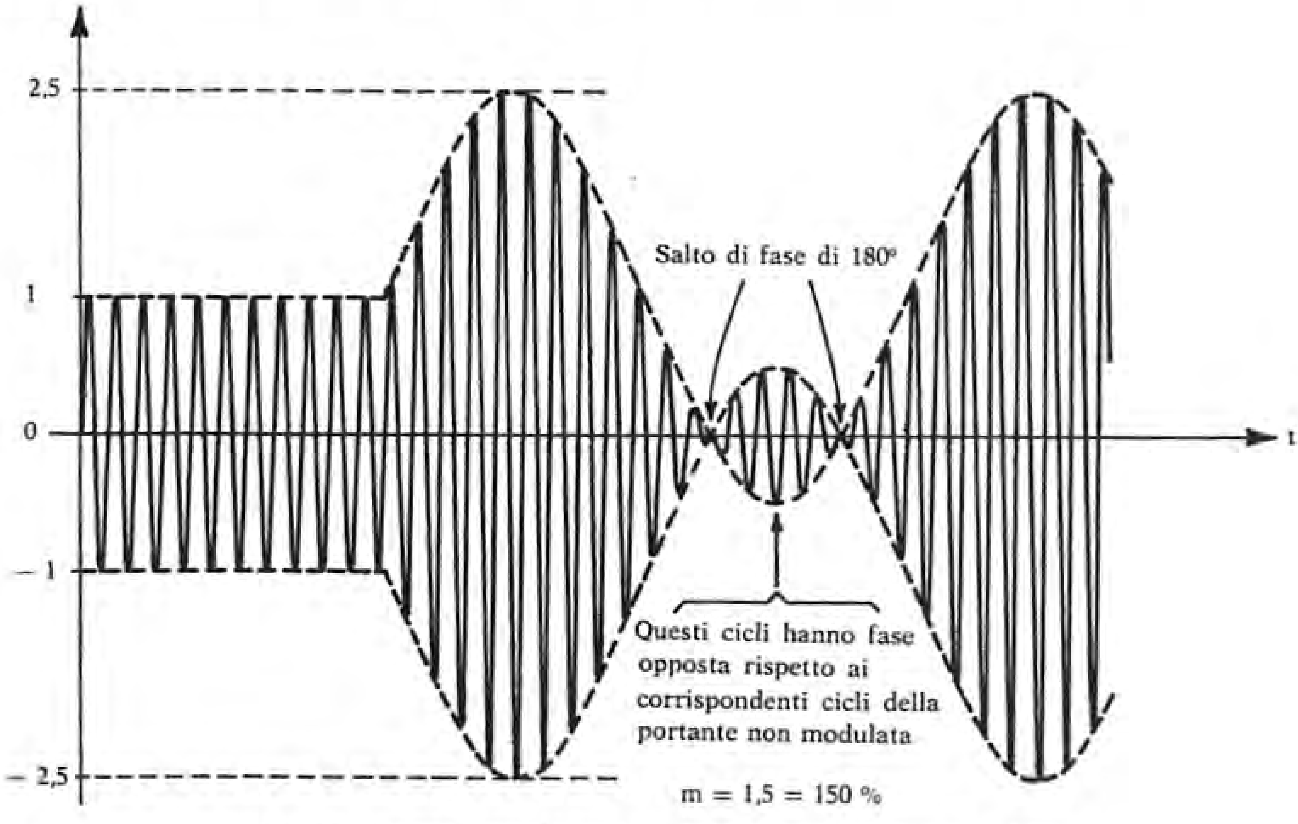

Fig. 2. - Rappresentazione della funzione (1) nel caso $m=1{,}5$.

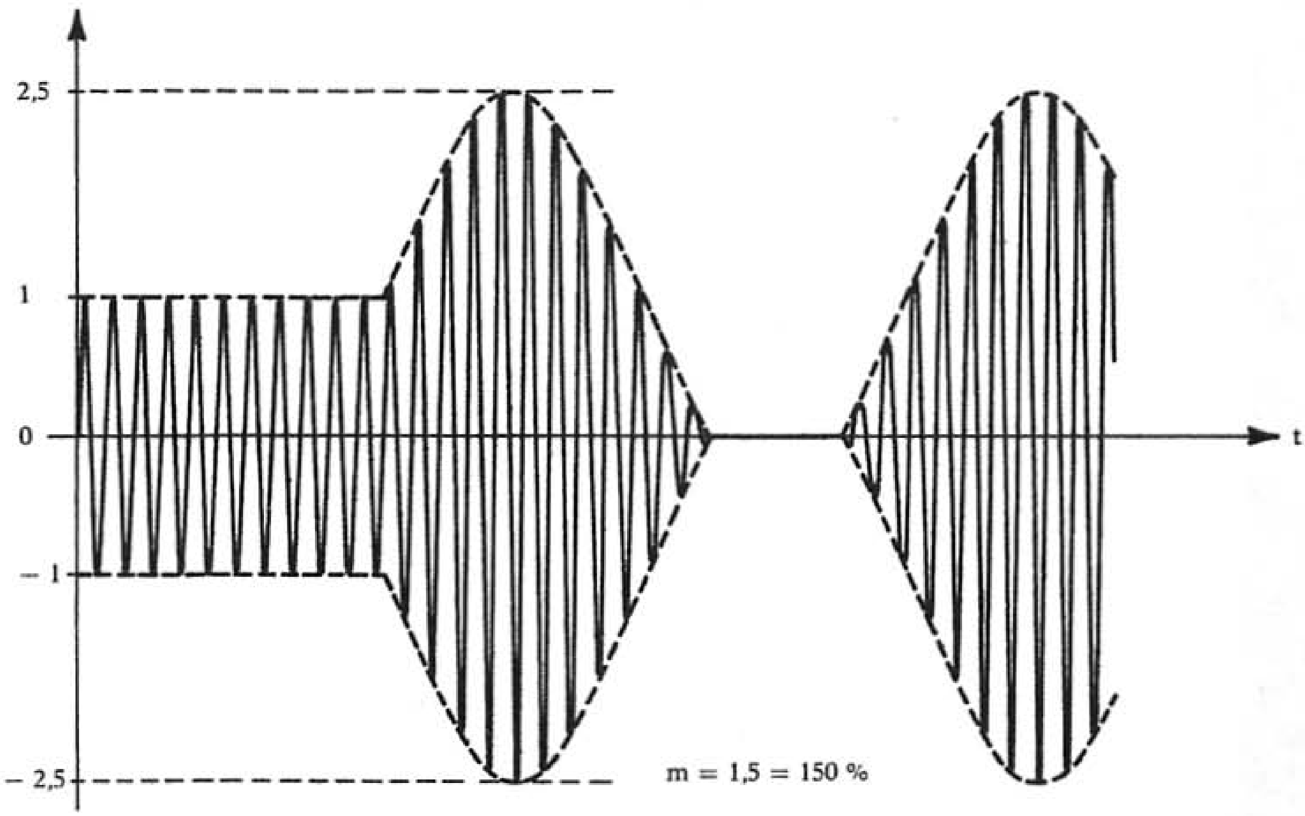

Fig. 3. - Segnale modulato con sovramodulazione.

In figura 2 è rappresentato il segnale modulato in ampiezza con un valore dell'indice m maggiore di 1 ($m=1{,}5$) come si otterrebbe rappresentando graficamente l'espressione analitica data dalla (2). In realtà, la massima profondità di modulazione che può ottenersi in pratica è del 100% ($m=1$), poiché con i dispositivi usati per effettuare la modulazione, se m fosse maggiore di 1, in corrispondenza delle semionde negative del segnale modulante sinusoidale, l'uscita del dispositivo modulatore sarebbe, per un certo intervallo di tempo, nulla e la forma d'onda del segnale modulato si presenterebbe come quella rappresentata in figura 3; si avrebbe cioè la cosiddetta «*sovramodulazione*» e l'inviluppo completo del segnale modulato non risulterebbe più sinusoidale, ma gravemente distorto.

Prodotto di modulazione

L'espressione (1) può essere scomposta come segue:

$$v(t) = A_0 \cos \omega_0 t + k v_m(t) \cos \omega_0 t \tag{3}$$

In assenza di modulazione si avrebbe semplicemente $v(t)=A_0 \cos \omega_0 t$. Il secondo termine a secondo membro della (3) appare quindi soltanto in presenza di modulazione; esso è perciò il *risultato* della modulazione e prende il nome di «*prodotto di modulazione*». Il segnale modulato in ampiezza può quindi pensarsi, istante per istante, come la somma di un segnale non modulato di ampiezza costante A_0 e di un segnale, detto *prodotto di modulazione*, che appare soltanto in presenza di modulazione e che, nel caso di modulazione con modulante sinusoidale, varia nel tempo secondo la legge:

$$(m A_0 \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t$$

Nel primo termine a secondo membro della (3) non appare alcuna grandezza caratteristica del segnale modulante che costituisce l'informazione da trasmettere, mentre le caratteristiche della informazione si trovano presenti soltanto nel prodotto di modulazione. Ai fini della trasmissione della informazione è quindi utile soltanto il prodotto di modulazione.

In figura 4, sotto il segnale portante di ampiezza costante A_0, è rappresentato l'andamento del prodotto di modulazione nel caso di modulazione sinusoidale in cui si è

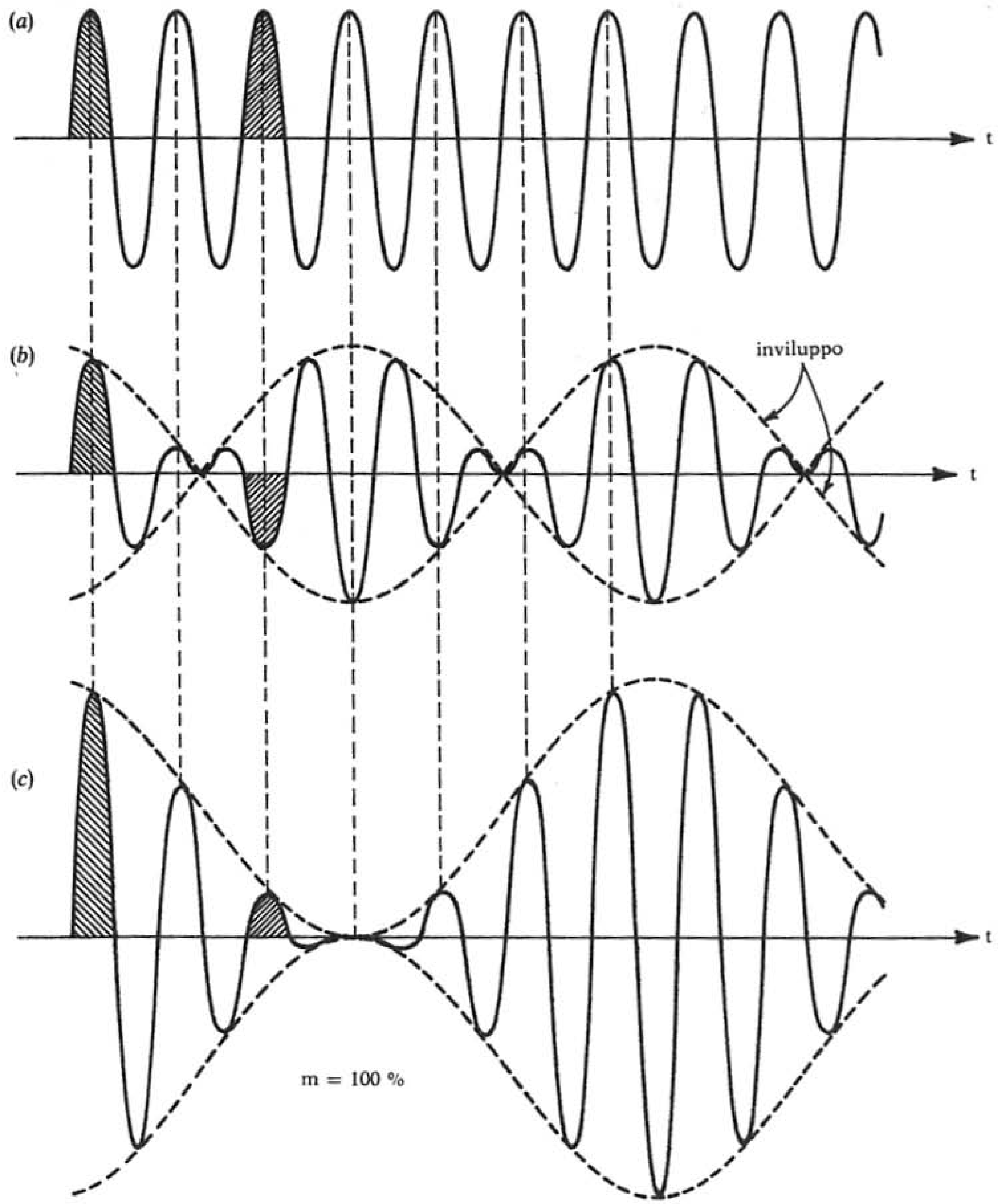

Fig. 4. - Modulazione con segnale sinusoidale e $m = 1$. (*a*) portante; (*b*) prodotto di modulazione; (*c*) segnale modulato.

assunto $m=1$. Sommando istante per istante questi due andamenti, in (*a*) e in (*b*), si ottiene la forma d'onda completa del segnale modulato in ampiezza in (*c*).

Dalla figura 4(*b*) si osserva che il prodotto di modulazione consiste in una oscillazione di ampiezza variabile che varia ciclicamente con frequenza pari a f_0, avente un inviluppo che varia ciclicamente con frequenza f_m. Un fatto assai interessante da sottolineare è che i cicli della oscillazione che rappresenta il prodotto di modulazione, ruotano bruscamente di fase di 180°, rispetto ai corrispondenti cicli della portante non modulata, ogni volta che la linea di inviluppo del prodotto di modulazione attraversa l'asse dei tempi, cioè ogni volta che il segnale $v_m(t)$ assume il valore zero. Ciò è facilmente visibile in figura 4(*b*) dove si osserva che in corrispondenza dei semicicli positivi della portante si hanno i semicicli positivi del prodotto di modulazione quando il segnale modulante è positivo, mentre in corrispondenza dei semicicli positivi della portante si

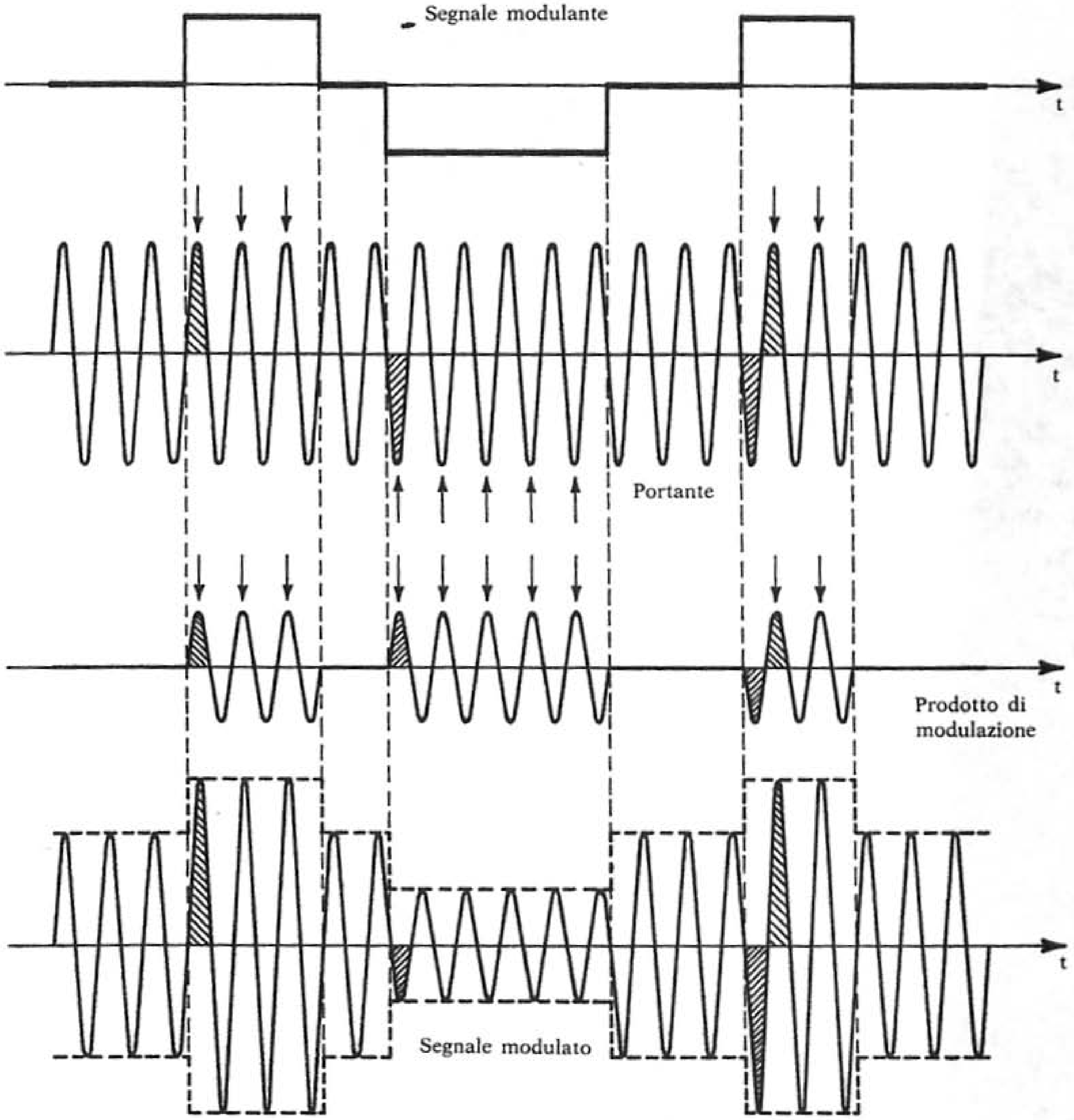

Fig. 5. - Modulazione di ampiezza con segnale modulante rettangolare.

hanno quelli negativi del prodotto di modulazione quando il segnale modulante è negativo; il salto di fase si verifica appunto quando il segnale modulante attraversa il valore zero. Inoltre si può osservare che gli istanti in cui la portante passa per lo zero si verificano sempre in corrispondenza degli istanti in cui anche il prodotto di modulazione passa per lo zero.

In figura 5 è mostrato l'andamento del prodotto di modulazione, insieme al segnale modulante ed al segnale modulato completo, quando il segnale modulante è di forma rettangolare; si osserva che durante gli intervalli di tempo in cui il segnale modulante è nullo, il prodotto di modulazione è assente e i suoi cicli saltano di fase di 180°, rispetto ai corrispondenti cicli della portante, ogni volta che il segnale modulante cambia segno.

2. Componenti di un segnale modulato in ampiezza con modulazione sinusoidale

L'espressione del prodotto di modulazione può scomporsi, a sua volta, nella somma di due segnali sinusoidali puri, in base alla identità trigonometrica:

$$\cos x \cos y = (1/2) \cos (x + y) + (1/2) \cos (x - y)$$

Ponendo $x = \omega_0 t$ e $y = \omega_m t$ si può scrivere:

$$(mA_0 \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t = \frac{m}{2} A_0 \cos (\omega_0 - \omega_m) t + \frac{m}{2} A_0 \cos (\omega_0 + \omega_m) t \qquad (4)$$

Il prodotto di modulazione può quindi pensarsi come la somma, istante per istante, di due segnali puramente sinusoidali, ciascuno di ampiezza $\frac{m}{2} A_0$ e di frequenza $f_0 + f_m$ e $f_0 - f_m$.

Il segnale completo modulato in ampiezza può essere dunque scomposto secondo la seguente espressione:

$$v(t) = A_0 \cos \omega_0 t + \frac{m}{2} A_0 \cos (\omega_0 - \omega_m) t + \frac{m}{2} A_0 \cos (\omega_0 + \omega_m) t \qquad (5)$$

L'onda modulata in ampiezza con modulante sinusoidale consiste perciò di tre componenti sinusoidali di diversa frequenza chiamate: portante, componente laterale superiore di frequenza $f_0 + f_m$, componente laterale inferiore di frequenza $f_0 - f_m$. I valori di frequenza, di ampiezza e di potenza sono riassunti nella seguente tabella:

Componenti	Frequenza	Ampiezza	Potenza su una resistenza di 1 ohm
Portante	f_0	A_0	$\frac{1}{2} A_0^2$
Laterale superiore	$f + f_m$	$\frac{m}{2} A_0$	$\frac{m^2}{8} A_0^2$
Laterale inferiore	$f_0 - f_m$	$\frac{m}{2} A_0$	$\frac{m^2}{8} A_0^2$

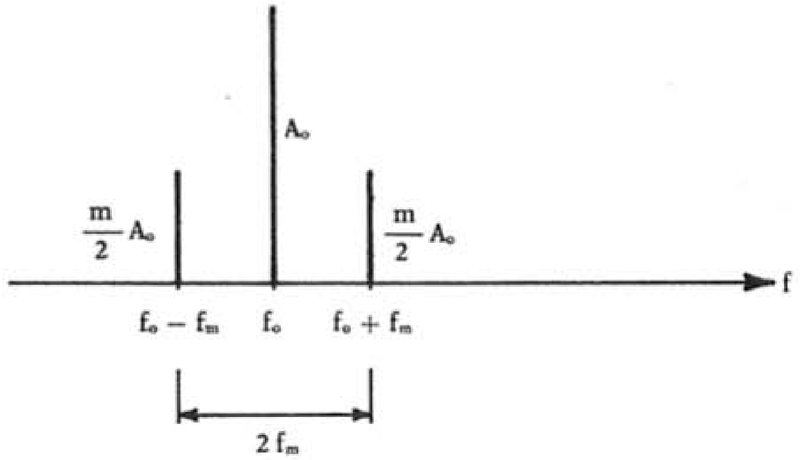

Fig. 6. - Rappresentazione spettrale di un segnale modulato in ampiezza con modulante sinusoidale.

È possibile quindi dare una rappresentazione spettrale di un'onda modulata in ampiezza con modulante sinusoidale. In tal caso lo spettro di frequenze è costituito da tre righe di altezza proporzionale all'ampiezza della rispettiva componente e allocate sull'asse delle frequenze in corrispondenza delle frequenze $f_0 - f_m$, f_0, $f_0 + f_m$, con le righe laterali disposte simmetricamente intorno alla riga rappresentativa della portante e distanti da essa di f_m, come indicato in figura 6.

3. Rappresentazione vettoriale di un segnale modulato in ampiezza con modulante sinusoidale

È noto che un segnale variabile sinusoidalmente nel tempo può essere rappresentato vettorialmente mediante un vettore di lunghezza uguale all'ampiezza del segnale, ruotante ad una velocità angolare uguale alla pulsazione del segnale stesso.

In base alla relazione (5) è possibile una rappresentazione vettoriale del segnale modulato in ampiezza, mediante tre vettori ruotanti, come rappresentato in figura 7: il *vettore portante* di lunghezza A_0 ruotante con velocità angolare ω_0 *e i due vettori rappresentativi delle componenti laterali*, entrambi di lunghezza $(m/2)A_0$ ruotanti alle velocità $\omega_0 + \omega_m$ e $\omega_0 - \omega_m$. Ad ogni istante la proiezione sull'asse delle ascisse della

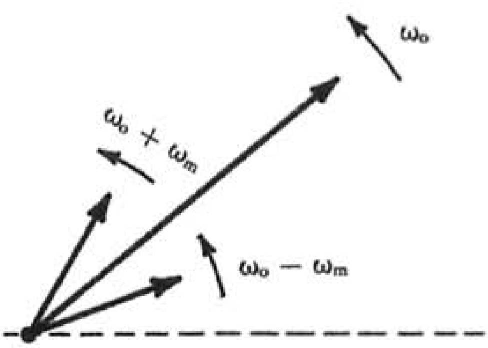

Fig. 7.

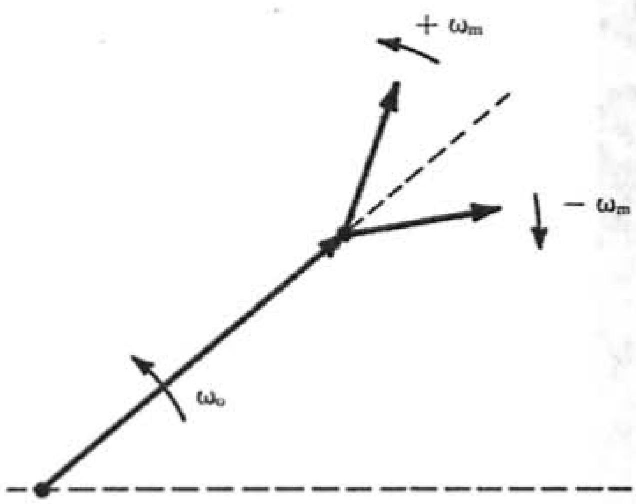

Fig. 8.

Rappresentazioni vettoriali del segnale modulato in ampiezza con modulante sinusoidale.

risultante di questi tre vettori rappresenta il valore istantaneo del segnale modulato in ampiezza.

È più comodo, tuttavia, considerare il movimento dei vettori laterali come viene visto da un osservatore solidale con il vettore portante, cioè, ad esempio, da un osservatore posto su una piattaforma ruotante alla velocità angolare ω_0. La rappresentazione diventa in tal caso quella di figura 8, equivalente a quella di figura 7; i due vettori laterali ruotano, rispetto al vettore portante, in versi opposti, uno con velocità angolare $+\omega_m$ e l'altro con velocità angolare $-\omega_m$. I vettori laterali si mantengono, istante per istante, sempre simmetrici rispetto al vettore portante e cioè l'angolo formato dal vettore laterale superiore e dal vettore portante è sempre uguale ed opposto in segno all'angolo fra il vettore laterale inferiore e il vettore portante. Ne consegue che le componenti dei vettori laterali, normali al vettore portante, sono uguali ed opposte e si cancellano l'una con l'altra in ogni istante. Il vettore risultante dalla somma dei tre vettori è quindi un vettore sempre allineato con il vettore portante A_0, che rappresenta anche il segnale in assenza di modulazione. Questo vettore risultante ha una lunghezza variabile che pulsa fra i limiti $A_0(1-m)$ e $A_0(1+m)$ al ritmo dato dalla frequenza del segnale modulante; la sua punta descrive perciò una spirale come già si è visto nella figura 5 del capitolo III.

A causa della cancellazione delle componenti normali, (*componenti in «quadratura» rispetto alla portante*), il vettore risultante, sempre allineato con quello portante, ruota con velocità angolare ω_0 costante; tale fatto indica che nel segnale modulato in ampiezza non è presente alcuna modulazione di fase o di frequenza; in particolare gli intervalli di tempo fra i punti in cui il valore istantaneo del segnale modulato si annulla

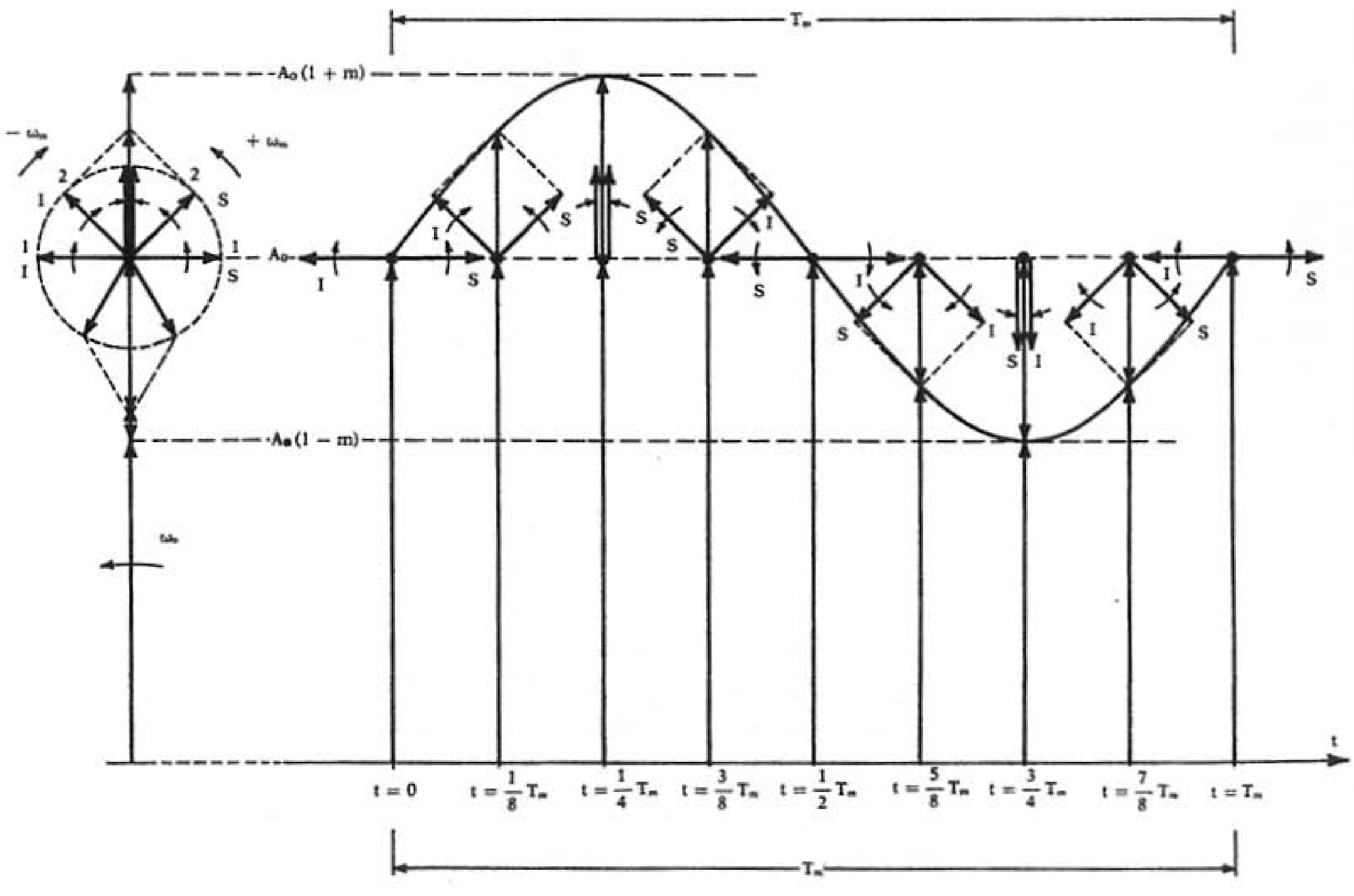

Fig. 9. - Costruzione grafica della curva inviluppo mediante la rappresentazione vettoriale del segnale modulato in diversi istanti del ciclo di modulazione.

sono costanti e uguali a $\frac{1}{2f_0}$. Per avere quindi una modulazione di ampiezza pura, cioè senza alcuna modulazione angolare parassita, è necessario che si verifichi la cancellazione delle componenti normali suddette. In figura 9 sono rappresentate diverse situazioni vettoriali in corrispondenza di diversi istanti del ciclo del segnale modulante, pensando stazionario e verticale il vettore portante. Ci si rende conto da questa figura come si possa eseguire graficamente la costruzione per punti della curva inviluppo del segnale modulato in ampiezza, che risulta in tal caso di forma sinusoidale.

4. Modulazione di ampiezza con un segnale modulante di forma qualunque

In generale, il segnale modulante non è sinusoidale, ma consiste di un certo numero di componenti di diversa ampiezza, frequenza e fase, ed è rappresentabile da una serie di Fourier se è una funzione periodica o da un integrale di Fourier (*trasformata di Fourier*).

Nel caso, ad esempio, in cui il segnale modulante sia costituito da tre componenti sinusoidali, cioè sia espresso dalla relazione:

$$v_m(t) = V_1 \cos \omega_{m1} t + V_2 \cos \omega_{m2} t + V_3 \cos \omega_{m3} t$$

allora il valore istantaneo del segnale modulato in ampiezza è:

$$\begin{aligned} v(t) &= [A_0 + k v_m(t)] \cos \omega_0 t = \\ &= [A_0 + kV_1 \cos \omega_{m1} t + kV_2 \cos \omega_{m2} t + kV_3 \cos \omega_{m3} t] \cdot \cos \omega_0 t \end{aligned}$$

oppure:

$$v(t) = A_0 (1 + m_1 \cos \omega_{m1} t + m_2 \cos \omega_{m2} t + m_3 \cos \omega_{m3} t) \cos \omega_0 t \tag{6}$$

in cui: $m_1 = \frac{kV_1}{A_0}$, $m_2 = \frac{kV_2}{A_0}$, $m_3 = \frac{kV_3}{A_0}$ sono i corrispondenti indici di modulazione relativi alle tre componenti del segnale modulante.

Sviluppando la (6) si può scrivere:

$$\begin{aligned} v(t) = A_0 \cos \omega_0 t &+ \frac{m_1}{2} A_0 \cos (\omega_0 - \omega_{m1}) t + \frac{m_2}{2} A_0 \cos (\omega_0 - \omega_{m2}) t + \\ &+ \frac{m_3}{2} A_0 \cos (\omega_0 - \omega_{m3}) t + \frac{m_1}{2} A_0 \cos (\omega_0 + \omega_{m1}) t + \\ &+ \frac{m_2}{2} A_0 \cos (\omega_0 + \omega_{m2}) t + \frac{m_3}{2} A_0 \cos (\omega_0 + \omega_{m3}) t + \end{aligned}$$

da cui risulta che il segnale modulato è costituito dal segnale portante di frequenza f_0 e ampiezza A_0, da un gruppo di tre componenti di frequenza $f_0 + f_{m1}$, $f_0 + f_{m2}$, $f_0 + f_{m3}$, rispettivamente di ampiezza $(m_1/2) A_0$, $(m_2/2) A_0$, $(m_3/2) A_0$, che costituiscono una banda, detta *banda laterale superiore*, e da un gruppo di tre componenti di frequenza $f_0 - f_{m1}$, $f_0 - f_{m2}$, $f_0 - f_{m3}$, rispettivamente di ampiezza $(m_1/2) A_0$, $(m_2/2) A_0$, $(m_3/2) A_0$, che costituiscono *la banda laterale inferiore*. Lo spettro di frequenza risultante è rappresentato in figura 10, in cui si osserva che le due bande laterali sono simmetriche rispetto alla riga della portante.

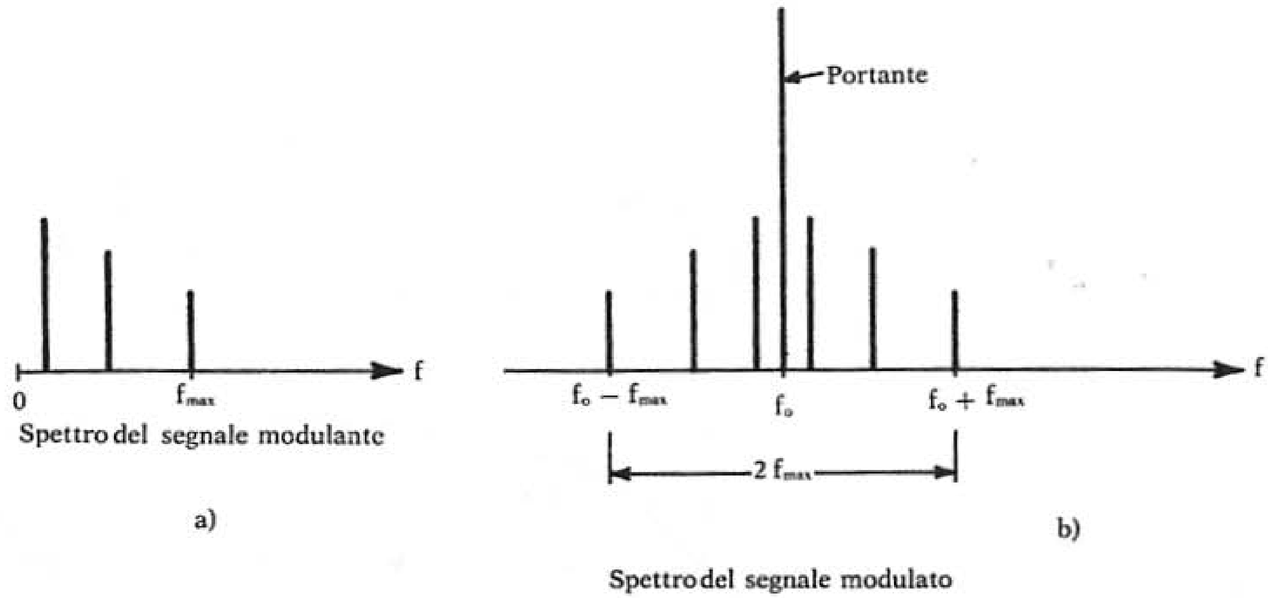

Fig. 10. - In (*a*), spettro del segnale modulante; in (*b*), spettro del segnale modulato.

Ciascuna frequenza del segnale modulante produce quindi, nell'onda modulata in ampiezza, una coppia di frequenze laterali disposte simmetricamente intorno alla frequenza portante e ciascuna banda laterale contiene tutte le caratteristiche del segnale modulante. La banda laterale superiore si ottiene traslando lo spettro del segnale modulante e ponendolo a destra della «riga» della portante, mentre la banda laterale inferiore si ottiene traslando il simmetrico dello spettro del segnale modulante rispetto alla frequenza $f=0$, e ponendolo alla sinistra della riga della portante.

Ad esempio, se un segnale modulante audio avente frequenze fra 0 e 5000 Hz modula una portante di 1 MHz, il segnale modulato ha uno spettro di frequenza largo 10000 Hz, centrato intorno alla frequenza di 1 MHz. Si dice allora che il segnale modulato richiede una «larghezza di canale» di 10000 Hz. Se f_{max} è la massima frequenza contenuta nel segnale modulante, il segnale modulato che ne risulta ha uno spettro di frequenza largo 2 f_{max} centrato intorno alla frequenza portante f_0 [fig. 10(*b*)].

In generale si può dimostrare che, se il segnale modulante ha uno spettro di ampiezza $A(\omega)$ e uno spettro di fase $\Phi(\omega)$, i corrispondenti spettri del segnale modulato in ampiezza si ottengono come segue: lo spettro di ampiezza del segnale modulante viene completato con il suo simmetrico rispetto alla verticale per $f=0$, mentre quello di fase viene completato con il suo simmetrico rispetto all'origine $f=0$ [fig. 11(*a*)]; gli spettri del segnale modulante così completati vengono poi traslati sull'asse delle frequenze di una quantità pari alla frequenza della portante e cioè centrati intorno a f_0, ottenendo in tal modo le forme degli spettri del segnale modulato, come appare dalla figura 11(*b*).

Le precedenti considerazioni indicano che nel processo di modulazione è insito quello di *traslazione di frequenza*. Lo spettro del segnale modulante può essere traslato in una qualsiasi parte dell'asse delle frequenze mediante una scelta opportuna della frequenza del segnale portante.

Il processo di modulazione comporta la generazione di nuove frequenze, date dalla somma e dalla differenza delle frequenze dei segnali che intervengono nel processo stesso con quella della portante. Tale generazione si incontra anche, come si vedrà, nei processi di *demodulazione* e di *conversione di frequenza*.

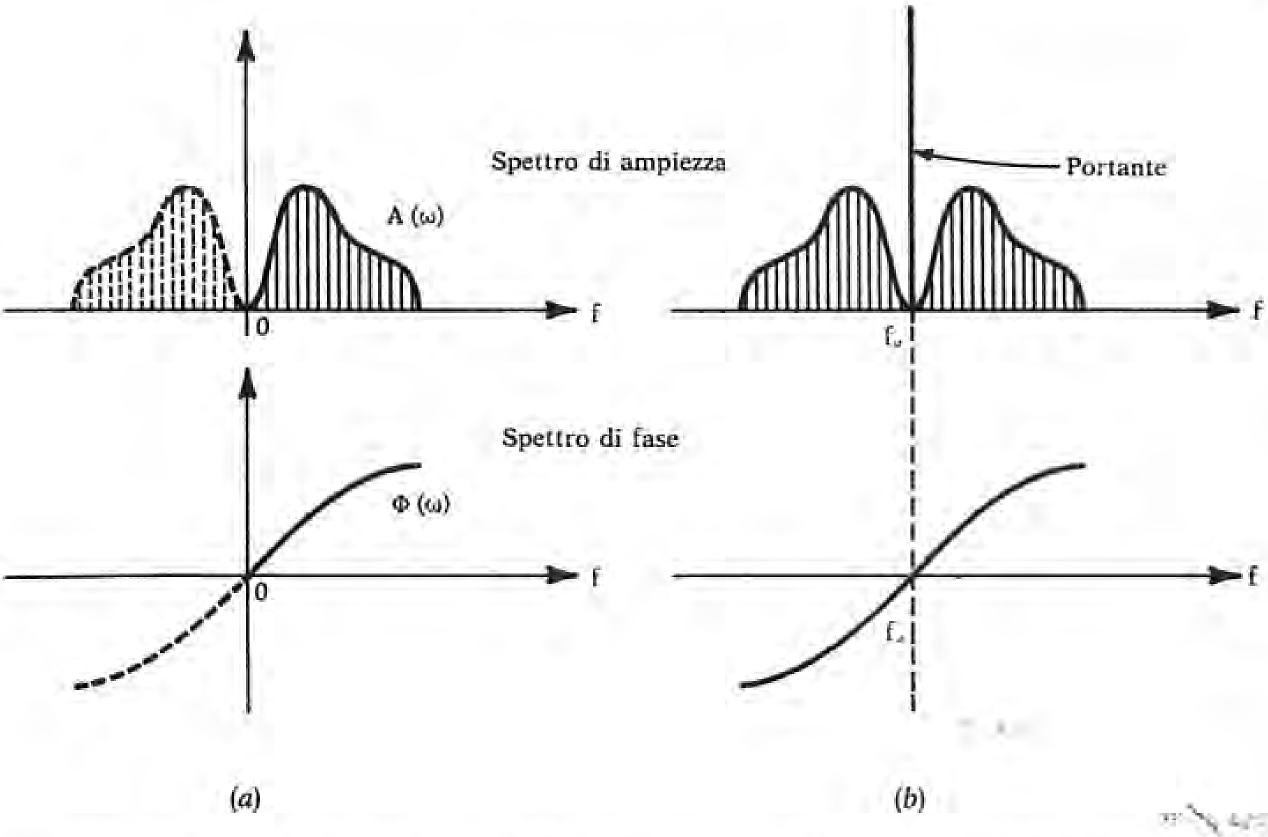

Fig. 11. - Spettri di ampiezza e di fase del segnale modulante e del segnale modulato.

La generazione delle frequenze somma e differenza, come si può osservare dalla relazione (4), si ottiene mediante la *moltiplicazione* di un segnale per un altro segnale; in particolare, nella modulazione di ampiezza i due segnali sono la portante e il segnale modulante che *moltiplicati* fra loro danno il *prodotto di modulazione* che contiene appunto le componenti aventi frequenza pari alla somma e alla differenza delle frequenze dei segnali che vengono moltiplicati.

La moltiplicazione di un segnale per un altro può compiersi soltanto in un dispositivo non lineare. Questo può essere facilmente constatato considerando una generica rete elettrica per la quale il segnale di uscita sia una certa funzione $v_u = f(v_i)$ del segnale di ingresso. In una rete perfettamente lineare si ha $v_u = Kv_i$, in cui K è una costante; assumendo per v_i l'espressione: $v_i = A_0 \cos \omega_0 t + V_m \cos \omega_m t$, si ottiene in uscita: $v_u = K(A_0 \cos \omega_0 t + V_m \cos \omega_m t)$ e cioè il segnale di uscita conterrebbe ancora soltanto le frequenze dei due segnali di ingresso. Se l'uscita della rete è una funzione non lineare dell'ingresso, essa può, in generale, essere rappresentata da uno sviluppo in serie di potenze della forma:

$$v_u = K_1 v_i + K_2 v_i^2 + K_3 v_i^3 + \ldots + K_n V_i^n \tag{7}$$

Se v_i contiene le due frequenze f_0 ed f_m, cioè è $v_i = A_0 \cos \omega_0 t + V_m \cos \omega_m t$, l'uscita v_u contiene le frequenze di ingresso, le loro armoniche e tutte le frequenze che si ottengono dalle combinazioni somma e differenza di f_0 e f_m, come si può constatare sostituendo nella (7) l'espressione di v_i e sviluppando i vari termini mediante identità trigonometriche. Nella seguente tabella sono riportate le frequenze che si ottengono in uscita nel caso in cui nella (7) sia $n = 5$. Le varie frequenze sono raggruppate in gruppi o *ordini*; il valore più grande dell'ordine è uguale al valore di n. Si osserva che in ciascun

ordine è contenuto un numero di frequenze pari a $2\,i$, in cui $i=1, 2, 3, 4, 5, \ldots, n$, è il generico ordine.

1° ordine	2° ordine	3° ordine	4° ordine	5° ordine
f_m	$2f_m$	$3f_m$	$4f_m$	$5f_m$
			$3f_0+f_m$	$4f_0+f_m$
	f_0+f_m	$2f_0+f_m$	$3f_0-f_m$	$4f_0-f_m$
		$2f_0-f_m$	$2f_0+2f_m$	$3f_0+2f_m$
f_0	f_0-f_m	f_0+2f_m	$2f_0-2f_m$	$3f_0-2f_m$
		f_0-2f_m	f_0+3f_m	$2f_0+3f_m$
	$2f_0$	$3f_0$	f_0-3f_m	$2f_0-3f_m$
			$4f_0$	f_0+4f_m
				f_0-4f_m
				$5f_0$

Le frequenze desiderate possono essere separate dalle altre mediante filtraggio con opportuni filtri.

Da quanto sopra si può affermare che i modulatori, i demodulatori e i convertitori di frequenza sono dispositivi non lineari. La principale distinzione fra questi dispositivi sta nei diversi valori delle frequenze dei segnali di ingresso e di uscita. Per esempio, nella modulazione di ampiezza si ha la moltiplicazione di due segnali di cui quello portante ha una frequenza in genere molto più alta della massima frequenza contenuta nell'altro segnale, che è il segnale modulante.

Nella conversione di frequenza vengono invece moltiplicati, mediante circuiti detti *mescolatori* (*mixer*), due segnali di ingresso ad alta frequenza, per ottenere in uscita un segnale di frequenza uguale alla differenza delle frequenze dei segnali di ingresso. Infine, nella demodulazione, ottenuta con circuiti detti *rivelatori*, si esegue la moltiplicazione del segnale portante e dei segnali che costituiscono le bande laterali, per produrre in uscita le loro frequenze differenza che sono le frequenze del segnale modulante originario.

5. Potenza di un segnale modulato in ampiezza

Il processo di modulazione di ampiezza della portante fa sì che la potenza del segnale modulato sia maggiore della potenza in assenza di modulazione. Infatti la potenza associata alla portante non cambia in assenza o in presenza di modulazione, mentre sotto modulazione si aggiunge la potenza associata alle bande laterali. Nel caso molto semplice di modulazione con modulante sinusoidale, la potenza del segnale modulato è:

$$P = P_{\text{portante}} + P_{\substack{\text{componente lat.}\\ \text{superiore}}} + P_{\substack{\text{componente lat.}\\ \text{inferiore}}} =$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{A_0^2}{R} + \frac{1}{2}\left(\frac{mA_0}{2}\right)^2 \Big/ R + \frac{1}{2}\left(\frac{mA_0}{2}\right)^2 \Big/ R$$

in cui R è il valore di una resistenza sulla quale si può pensare di far dissipare la potenza del segnale modulato. La relazione precedente può essere anche scritta:

$$P = \frac{1}{2}\frac{A_0^2}{R} + \frac{m^2}{2}\cdot\frac{1}{2}\frac{A_0^2}{R} = P_{\text{portante}} + \frac{m^2}{2} P_{\text{portante}}$$

La potenza associata alle componenti laterali è perciò:

$$P_{\text{componenti lat.}} = \frac{m^2}{2} P_{\text{portante}}$$

Se il segnale modulante è costituito da più componenti sinusoidali, la potenza totale del segnale modulato è:

$$P = P_{\text{port.}}\left(1 + \sum_n m_n^2/2\right)$$

in cui m_n è l'indice di modulazione relativo alla componente ennesima del segnale modulante.

Nella modulazione con modulante sinusoidale, la potenza associata alle componenti laterali è proporzionale al quadrato dell'indice di modulazione m. Al 100% di profondità di modulazione, la potenza delle componenti laterali è soltanto la metà di quella della portante, mentre con una profondità ad esempio del 10%, sulle componenti laterali è concentrata una potenza che è appena lo 0,5% di quella della portante.

Nel caso di modulazione al 100% eseguita invece con un segnale modulante di forma rettangolare (modulazione tutto-niente usata ad esempio in telegrafia), l'ampiezza del segnale modulato è doppia dell'ampiezza della portante per mezzo periodo del segnale rettangolare ed è nulla per l'altro mezzo periodo; poiché la potenza varia con il quadrato dell'ampiezza, la potenza del segnale modulato è perciò, in tal caso, doppia della potenza della portante e la potenza concentrata sulle bande laterali è uguale a quella della portante.

STB

6. Trasmissione D.S.B. e S.S.B.

Dalle precedenti considerazioni si può affermare che la potenza associata alle bande laterali è sempre una piccola frazione della potenza totale del segnale modulato in ampiezza. Occorre ricordare che l'informazione portata dal segnale modulato è contenuta interamente nelle bande laterali, mentre la componente a frequenza portante non contiene l'informazione. La maggior parte della potenza trasmessa, essendo associata alla portante, non partecipa quindi alla trasmissione dell'informazione per la quale è utile soltanto la potenza delle bande laterali. La maggior parte della potenza trasmessa costituisce perciò uno spreco ai fini della trasmissione dell'informazione. Si potrebbe pensare allora, onde realizzare un considerevole risparmio di potenza al trasmettitore, di sopprimere la portante dalla trasmissione e trasmettere soltanto le bande laterali che da sole contengono l'informazione completa. In alcuni casi la portante viene effettivamente soppressa e non trasmessa; tuttavia la mancanza della portante nel segnale ricevuto complica alquanto il processo di demodulazione nel

ricevitore per riottenere il segnale modulante di informazione originario e le complicazioni che ne derivano ed il costo dei sistemi a portante soppressa rendono non economico il loro uso in molte applicazioni, ad esempio nella radiodiffusione, sebbene sopprimendo la portante si realizzi un risparmio di potenza al trasmettitore.

Quando nella trasmissione di un segnale modulato in ampiezza si sopprime la portante e si trasmettono soltanto le due bande laterali, si dice che si attua la *trasmissione di tipo D.S.B.* (Double Side Band suppressed carrier transmission).

Poiché il segnale A.M. modulato in ampiezza $v(t)=[A_0+kv_m(t)]\cos\omega_0 t$, detto anche *segnale a doppia banda laterale a portante intera*, ha lo *spettro di frequenze* costituito da una riga spettrale (alla frequenza f_0), rappresentativa della portante, da una banda laterale inferiore e da una banda laterale superiore, il segnale modulato $v(t)$, oltre che essere costituito dalla portante e dal prodotto di modulazione, secondo l'espressione (3), può anche essere considerato, nel dominio del tempo, come la somma di tre segnali, di cui uno è la portante $A_0 \cos\omega_0 t$ di ampiezza costante, uno è il segnale corrispondente alla banda laterale inferiore e uno è il segnale corrispondente alla banda laterale superiore; si può cioè scrivere:

$$v(t)=A_0\cos\omega_0 t+s_{BLI}(t)+s_{BLS}(t) \tag{8}$$

in cui $s_{BLI}(t)$ è un segnale modulato il cui spettro è costituito dalla banda laterale inferiore (BLI) e $s_{BLS}(t)$ è un segnale modulato avente come spettro la banda laterale superiore (BLS). È possibile dimostrare che le espressioni dei segnali $s_{BLI}(t)$ e $s_{BLS}(t)$, in funzione del tempo, sono:

$$s_{BLI}(t)=\frac{k}{2}v_m(t)\cos\omega_0 t+\frac{k}{2}\hat{v}_m(t)\sin\omega_0 t \tag{9}$$

$$s_{BLS}(t)=\frac{k}{2}v_m(t)\cos\omega_0 t-\frac{k}{2}\hat{v}_m(t)\sin\omega_0 t \tag{10}$$

in cui $\hat{v}_m(t)$ è un segnale modulante le cui componenti hanno le stesse frequenze e le stesse ampiezze di quelle del segnale modulante $v_m(t)$ vero e proprio, ma sono tutte *in quadratura di fase* con le componenti di $v_m(t)$, cioè ritardate rispetto a quest'ultime di 90°. Il segnale $\hat{v}_m(t)$ è quindi da considerarsi come un segnale modulante avente lo *spettro di ampiezza* identico a quello del segnale $v_m(t)$ e lo *spettro di fase* modificato, rispetto a quello di $v_m(t)$, di una quantità costante e uguale a $-90°$ per tutte le componenti. Di conseguenza la forma d'onda, cioè l'andamento nel tempo, di $\hat{v}_m(t)$ è diversa da quella di $v_m(t)$, poiché è noto che nella determinazione della forma d'onda di un segnale intervengono non soltanto le frequenze e le ampiezze delle sue componenti, ma in maniera determinante anche le fasi di queste componenti. La forma d'onda di $\hat{v}_m(t)$ è come quella di $v_m(t)$ solo nel caso in cui $v_m(t)$ sia sinusoidale: infatti, se $v_m(t)=V_m\cos\omega_m t$, allora $\hat{v}_m(t) = V_m\cos(\omega_m t - 90°) = V_m\sin\omega_m t$, oppure se $v_m(t) = V_m\sin\omega_m t$ è $\hat{v}_m(t)=V_m\sin(\omega_m t-90°)=-V_m\cos\omega_m t$; pertanto, nel caso particolare in cui il segnale modulante $v_m(t)$ è sinusoidale, anche il segnale $\hat{v}_m(t)$ è sinusoidale, ma ritardato rispetto a $v_m(t)$ di un quarto di periodo.

Il segnale $\hat{v}_m(t)$ è chiamato «*segnale di Hilbert*» associato a $v_m(t)$ e si può pensare ottenuto facendo passare $v_m(t)$ attraverso un quadripolo, detto *quadripolo di Hilbert*,

avente una funzione di trasferimento con *risposta in ampiezza* costante e uguale a 1 e con *risposta in fase* costante e uguale a $-90°$, per tutte le frequenze da 0 a infinito (*).

Si osserva che i termini $(k/2)\,\hat{v}_m(t)$ sin $\omega_0 t$ appaiono nelle (9) e (10) con segni opposti per cui nella somma, nell'espressione (8), questi termini si elidono l'un l'altro e la somma $s_{BLI}(t)+s_{BLS}(t)$ è appunto il prodotto di modulazione $kv_m(t)$ cos $\omega_0 t$: pertanto, nella trasmissione in A.M. o in D.S.B. il segnale $\hat{v}_m(t)$ non interviene e non viene quindi preso in considerazione.

Il primo termine a secondo membro nella (9) e nella (10) è in fase con la portante A_0 cos $\omega_0 t$ e viene chiamato «*componente in fase*», mentre il secondo termine a secondo membro è in quadratura rispetto alla portante e viene chiamato «*componente in quadratura*».

Si può inoltre osservare che ai fini della *trasmissione della informazione* non è nemmeno necessario trasmettere entrambe le bande laterali poiché ciascuna di esse, e quindi i corrispondenti segnali $s_{BLI}(t)$ e $s_{BLS}(t)$, contiene per conto proprio l'informazione completa. La configurazione dello spettro di ciascuna banda laterale è simile alla configurazione dello spettro del segnale di informazione modulante. La trasmissione di entrambe le bande laterali è quindi *ridondante* ai fini della trasmissione dell'informazione e si può perciò realizzare la trasmissione della stessa informazione mediante una sola banda laterale, sopprimendo la portante e l'altra banda laterale con opportuni metodi. Questo tipo di trasmissione è chiamato *trasmissione S.S.B.* (*Single Side Band suppressed carrier*). Con essa, oltre al risparmio di potenza al trasmettitore, dovuto alla soppressione della portante, si viene ad occupare una *larghezza di canale* uguale alla metà di quella necessaria per la trasmissione A.M. e D.S.B.

Considerando la trasmissione D.S.B., il segnale che viene trasmesso è soltanto il *prodotto di modulazione*. Nel ricevitore, per poter *ricostruire* l'informazione originaria modulante, mediante il *processo di demodulazione*, è necessario *rigenerare* la portante (*portante di demodulazione*), e combinarla con il prodotto di modulazione ricevuto.

La portante di demodulazione deve essere rigenerata in modo da essere *sincrona* con la portante di modulazione che era stata soppressa in trasmissione, cioè deve *avere la stessa frequenza e la stessa fase* di quella usata per la modulazione. Ammettendo di eseguire la cosiddetta «*demodulazione di inviluppo*» o «*rivelazione di inviluppo*», la

---

(*) In generale, per $v_m(t)$ di forma qualsiasi, il *segnale di Hilbert* $\hat{v}_m(t)$ è dato dalla *trasformata o integrale di Hilbert*:

$$\hat{v}_m(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_m(x)}{t-x}\,dx$$

in cui x è una variabile di integrazione. Il *quadripolo di Hilbert*, avente risposta in ampiezza uguale a 1 e risposta in fase costante e uguale a $-90°$, su tutto il campo delle frequenze, da 0 a ∞, è un quadripolo *distorcente*, in quanto la sua risposta in fase non soddisfa la *condizione di non distorsione*. Infatti, un quadripolo ideale *non distorcente*, cioè che conserva inalterata la forma d'onda del segnale ad esso applicato, ha la risposta in ampiezza indipendente dalla frequenza e la risposta in fase (*fase angolare*) variabile linearmente con la frequenza. Per il quadripolo di Hilbert è la seconda condizione, relativa alla fase, che non è soddisfatta, per cui, tranne nel caso di segnale sinusoidale, il segnale $\hat{v}_m(t)$ uscente dal quadripolo di Hilbert ha una forma d'onda completamente diversa da quella di $v_m(t)$. Si può dimostrare che un quadripolo avente risposte in ampiezza e in fase costanti con la frequenza, per tutte le frequenze da 0 a ∞, è *fisicamente irrealizzabile*. In pratica, tuttavia, i segnali modulanti $v_m(t)$ hanno uno spettro di frequenze finito, cioè sono *limitati in banda*, per cui interessa soltanto che le condizioni a cui le risposte debbono soddisfare per avere il quadripolo di Hilbert siano soddisfatte in modo accettabile entro la banda di frequenze del segnale ad esso applicato.

portante rigenerata deve avere anche una grande ampiezza. Nella rivelazione di inviluppo, prima di eseguire la rivelazione la portante viene *sommata* al prodotto di modulazione ricevuto. Se la portante viene inserita con le sue caratteristiche errate, il segnale che ne risulta presenta un inviluppo distorto rispetto alla forma del segnale modulante originario per cui, dopo la demodulazione, il segnale di informazione che si ottiene non è più la riproduzione fedele del segnale di informazione che si aveva in trasmissione. Un altro tipo di demodulazione, molto importante, è la *demodulazione a prodotto*, in cui il segnale ricevuto e da demodulare (prodotto di modulazione nel caso della D.S.B.) viene *moltiplicato* per la portante di demodulazione, ottenendo il *prodotto di demodulazione* dal quale, mediante un filtro passa-basso, si estrae il segnale di informazione. I due metodi fondamentali di demodulazione sono rappresentati schematicamente in figura 12. Considerando la demodulazione a prodotto, con un segnale D.S.B. all'ingresso espresso da $v_m(t)\cos\omega_0 t$ e con una portante di demodulazione $A_d\cos[(\omega_0+\Delta\omega_0)t+\alpha]$ affetta da un errore di frequenza Δf_0 e da un errore di fase α rispetto alla portante di modulazione, all'uscita dal moltiplicatore si ha:

$$v_m(t)\cos\omega_0 t\cdot A_d\cos[(\omega_0+\Delta\omega_0)t+\alpha]=$$

$$\frac{A_d}{2}v_m(t)\cos(\Delta\omega_0\cdot t+\alpha)+\frac{A_d}{2}v_m(t)\cos[(2\omega_0+\Delta\omega_0)t+\alpha]$$

Il secondo termine a secondo membro è un segnale modulato, a banda laterale doppia e portante soppressa, il cui spettro è centrato intorno alla frequenza $2f_0+\Delta f_0$, e pertanto tale segnale viene eliminato dal filtro passa-basso. All'uscita del filtro il segnale demodulato $v_u(t)$ è quindi: $v_u(t)=(A_d/2)\,v_m(t)\cos(\Delta\omega_0 t+\alpha)$. Se la portante di demodulazione rigenerata ha la frequenza esatta $(\Delta\omega_0=0)$, ma con errore di fase α, il segnale demodulato è, (a meno della costante moltiplicativa $A_d/2$):

$$v_u(t)=v_m(t)\cdot\cos\alpha$$

Pertanto, a causa dell'errore di fase α, non si riottiene il segnale $v_m(t)$, ma il segnale ridotto secondo il fattore $\cos\alpha$. È necessario pertanto che sia $\alpha=0$, $[\cos\alpha=1]$, cioè la sottoportante di demodulazione deve essere sincrona con quella di modulazione, sia in frequenza sia in fase (*demodulazione sincrona o omodina*). Se fosse $\alpha=90°$ (portante di demodulazione in quadratura con quella di modulazione) il segnale utile all'uscita del demodulatore scomparirebbe e l'informazione sarebbe completamente perduta.

Il problema della rigenerazione della portante di demodulazione con l'adeguata ampiezza e l'esatta frequenza può pensarsi risolubile, mentre risulta impossibile ottenere la portante rigenerata con l'esatta fase, se non viene trasmessa un'informazione

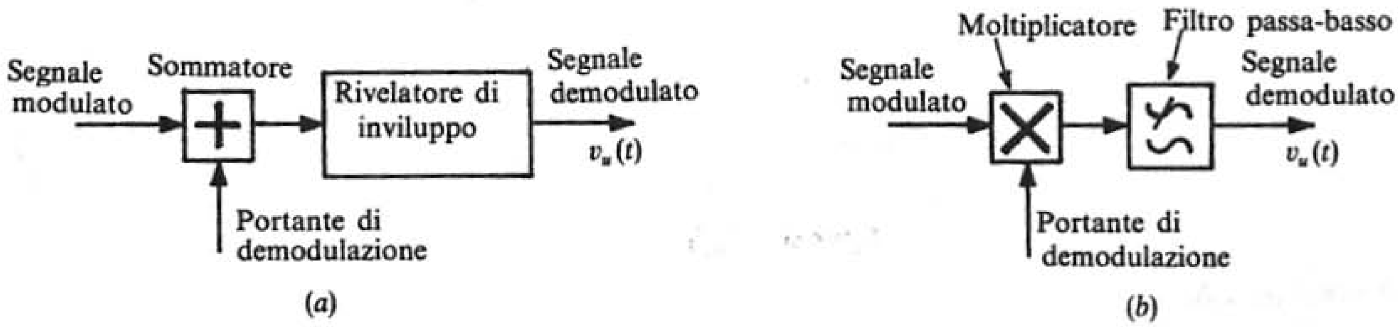

Fig. 12. - Rappresentazione schematica del processo di demodulazione: in (*a*), demodulazione di inviluppo; in (*b*), demodulazione a prodotto.

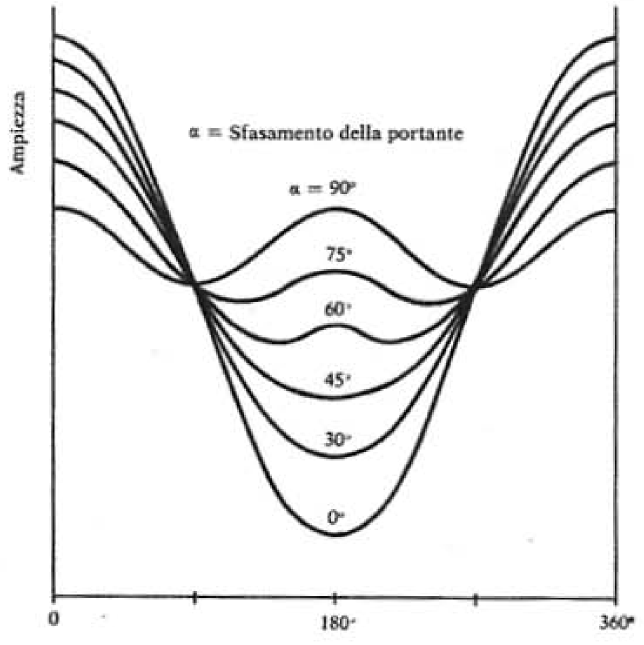

Fig. 13. - Distorsione dell'inviluppo dovuta all'errore di fase della portante di demodulazione.

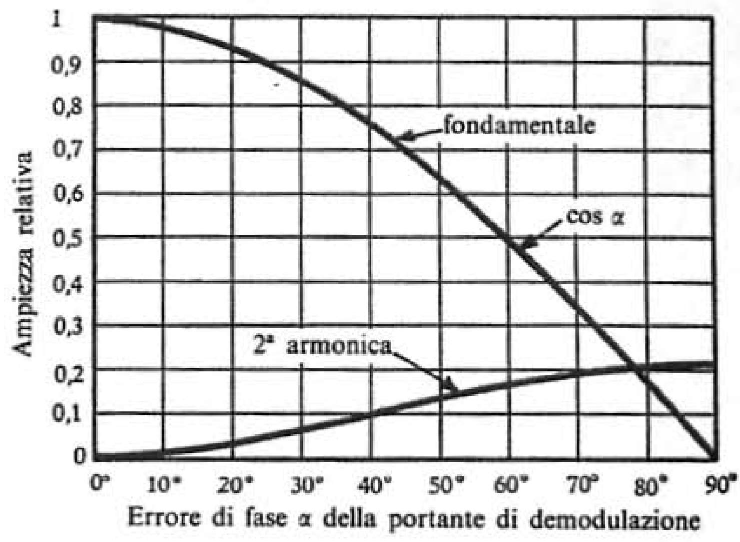

Fig. 14. - Ampiezze relative della fondamentale e della seconda armonica dell'inviluppo in funzione dell'angolo di errore di fase della portante di demodulazione.

supplementare che, opportunamente elaborata nel ricevitore, permetta di «controllare» la fase dell'oscillatore che rigenera la portante, portandola in fase con la portante di modulazione. Ad esempio, invece di sopprimere completamente la portante in trasmissione, la si può trasmettere con una ampiezza molto ridotta (*vestigial carrier*), ad esempio ad un livello di 20 dB al di sotto del suo livello normale. Questa soluzione consente in trasmissione di diminuire lo spreco di potenza trasmessa e in ricezione, utilizzando in maniera opportuna la «*vestigia*» di portante ricevuta, di rigenerare la portante con la corretta fase, per poterla poi combinare con il prodotto di modulazione.

Supponendo in ricezione di eseguire la demodulazione di inviluppo, anziché quella a prodotto, il segnale modulato che si ottiene «*sommando*» al prodotto di modulazione la portante rigenerata con fase errata ha un inviluppo distorto come è rappresentato in figura 13, supponendo che il segnale modulante $v_m(t)$ sia sinusoidale. Si osserva che, se l'errore di fase è 90°, il segnale utile scompare e l'inviluppo pulsa ad una frequenza doppia di quella del segnale modulante originario. In figura 14 sono riportati i valori relativi delle ampiezze delle componenti fondamentali e di seconda armonica dell'inviluppo, per uno spostamento di fase della portante di demodulazione compreso fra 0° e 90°. Si osserva che all'aumentare dell'errore di fase, l'ampiezza della fondamentale diminuisce fino a ridursi a 0 per un errore di 90°, con andamento dato da $\cos\alpha$, mentre l'ampiezza della seconda armonica aumenta.

7. Distorsione dell'inviluppo del segnale modulato in ampiezza a causa dello spostamento di fase e della alterazione delle ampiezze relative delle diverse componenti del segnale

Si supponga di inviare il segnale modulato in ampiezza all'ingresso di un quadripolo che tratti diversamente l'ampiezza e la fase delle diverse componenti del

segnale. Se il segnale è di tipo A.M. con modulante sinusoidale, all'ingresso del quadripolo si ha:

$$A_0 \cos \omega_0 t + \frac{m}{2} A_0 \cos (\omega_0 - \omega_m) t + \frac{m}{2} A_0 \cos (\omega_0 + \omega_m) t$$

In uscita dal quadripolo il segnale diventa:

$$A \cos (\omega_0 t + \alpha) + B \cos [(\omega_0 - \omega_m) t + \beta] + C \cos [(\omega_0 + \omega_m) t + \gamma]$$

in cui A, B, C sono le nuove ampiezze delle componenti e α, β, γ gli sfasamenti subiti da ciascuna di esse. Si può constatare, mediante una rappresentazione vettoriale, che il segnale di uscita risulta modulato in ampiezza con inviluppo distorto rispetto all'inviluppo che aveva in ingresso e che inoltre presenta una modulazione angolare parassita. Il vettore risultante dei due vettori laterali non risulta più allineato, istante per istante, con il vettore portante e quindi, non verificandosi più la cancellazione delle componenti ortogonali, nel segnale risultante è presente, oltre alla distorsione dell'inviluppo, anche la modulazione angolare. Un *rivelatore di inviluppo* nel ricevitore, anche se è insensibile alla modulazione angolare, fornisce tuttavia alla sua uscita un segnale distorto rispetto al segnale modulante originario.

Le relazioni di ampiezza e di fase esistenti fra la portante e le bande laterali di un segnale modulato in ampiezza possono essere alterate o per effetto di evanescenza selettiva (*fading*) nella propagazione delle radioonde o perché i circuiti accordati del trasmettitore o del ricevitore non sono regolati per una curva di risposta simmetrica rispetto alla frequenza portante.

8. Trasmissione S.S.B. con portante

Si consideri il caso in cui in trasmissione venga soppressa una banda laterale e si trasmetta la portante insieme all'altra banda laterale, ad esempio quella superiore. Lo spettro di frequenze del segnale trasmesso è allora come quello rappresentato in figura 15 e in funzione del tempo il segnale è espresso dalla relazione: $v(t) = A_0 \cos \omega_0 t + s_{BLS}(t)$, e quindi, per la (10), si ha:

$$v(t) = A_0 \cos \omega_0 t + \frac{k}{2} v_m(t) \cos \omega_0 t - \frac{k}{2} \hat{v}_m(t) \sin \omega_0 t =$$

$$= \left[A_0 + \frac{k}{2} v_m(t) \right] \cos \omega_0 t - \left[\frac{k}{2} \hat{v}_m(t) \right] \sin \omega_0 t \tag{11}$$

La rappresentazione vettoriale del segnale $v(t)$ è indicata in figura 16: si hanno tre vettori ruotanti con velocità angolare ω_0; il vettore $\overline{OA}$, di modulo A_0, rappresenta la portante; il vettore $\overline{AB}$, in fase con $\overline{OA}$, ha modulo $(k/2) v_m(t)$ e rappresenta il termine $(k/2) v_m(t) \cos \omega_0 t$ della (11); il vettore $\overline{BC}$, in quadratura rispetto ad $\overline{AB}$, ha modulo $(k/2) \hat{v}_m(t)$ e rappresenta il termine $-(k/2) \hat{v}_m(t) \sin \omega_0 t$ della (11). L'espressione di $v(t)$ può essere scritta in una forma più generale, cioè $v(t) = A(t) \cos [\omega_0 t + \theta(t)]$ in cui $A(t)$ rappresenta l'ampiezza e quindi l'inviluppo del segnale $v(t)$, mentre $\theta(t)$ rappresenta una modulazione di fase parassita. Nel diagramma vettoriale di figura 16, $A(t)$ è la lunghezza (modulo) del vettore risultante $\overline{OC}$ e $\theta(t)$ è il suo sfasamento rispetto al vettore della portante $\overline{OA}$. Poiché i demodulatori dei segnali modulati in ampiezza sono insensibili alla modulazione di fase, interessa esaminare soltanto l'andamento dell'ampiezza $A(t)$

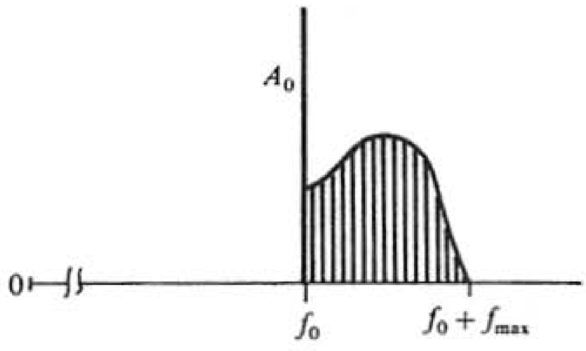

Fig. 15. - Spettro di frequenze nella trasmissione S.S.B. con portante (banda laterale inferiore soppressa).

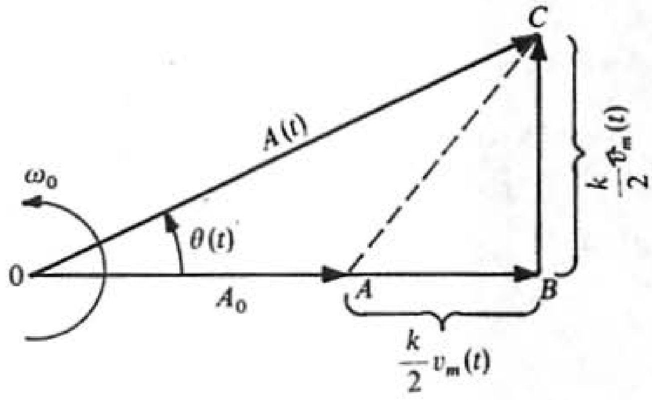

Fig. 16. - Rappresentazione vettoriale del segnale S.S.B. con portante (banda laterale inferiore soppressa).

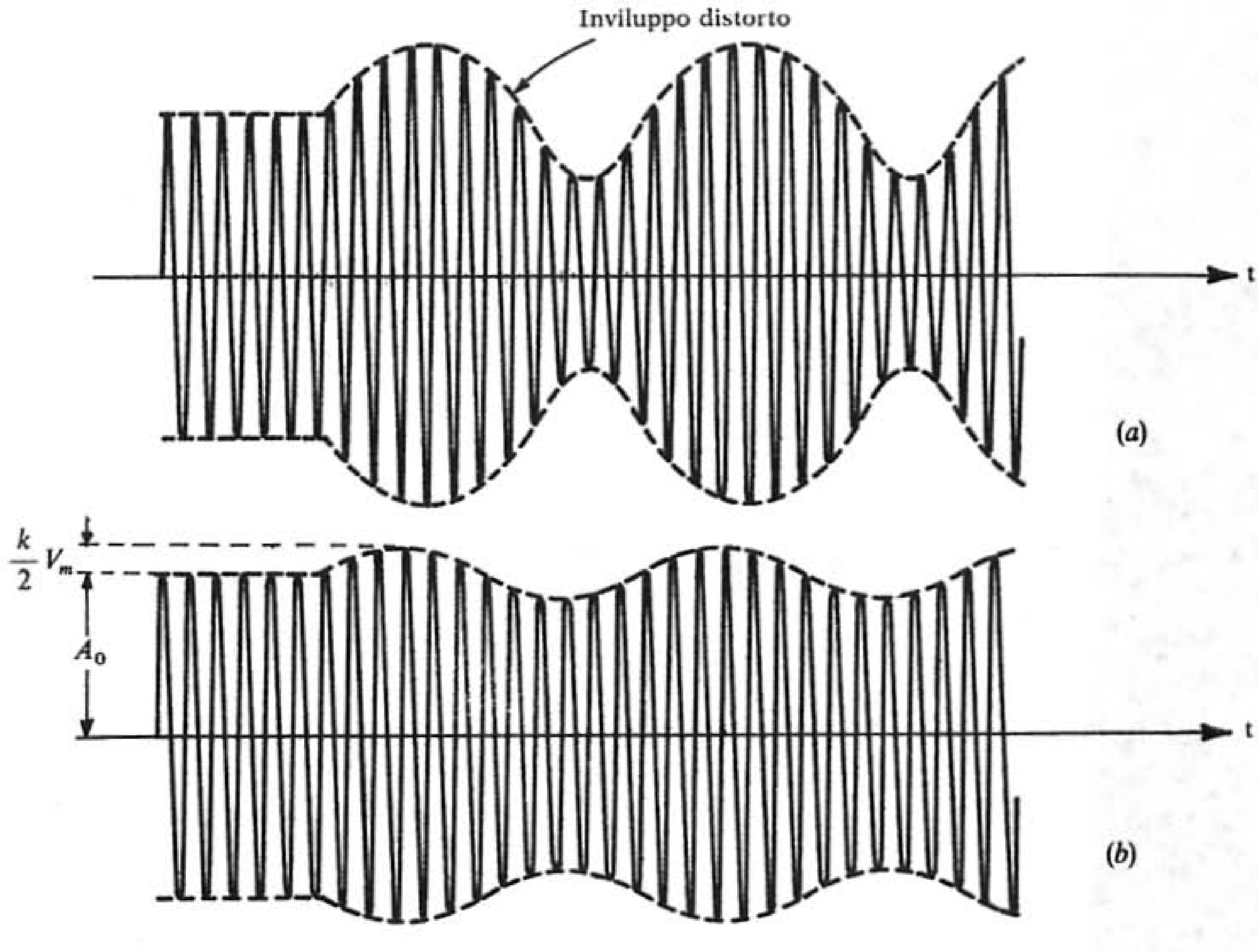

Fig. 17. - In (*a*), distorsione dell'inviluppo dovuta alla soppressione di una componente laterale del segnale modulato in ampiezza con segnale modulante sinusoidale. In (*b*), segnale modulato in ampiezza con soppressione di una componente laterale, nel caso $kV_m \ll A_0$, cioè $m \ll 1$.

dato che, dopo la rivelazione nel ricevitore, la variazione di $A(t)$ costituisce il segnale di informazione. Dalla (11), e anche dal diagramma vettoriale, si ha:

$$A(t) = \sqrt{\left[A_0 + \frac{k}{2} v_m(t)\right]^2 + \left[\frac{k}{2} \hat{v}_m(t)\right]^2} =$$

$$= \sqrt{A_0^2 + kA_0 v_m(t) + \frac{k^2}{4}\{[v_m(t)]^2 + [\hat{v}_m(t)]^2\}}$$

Nel caso in cui il segnale modulante sia sinusoidale, cioè $v_m(t)=V_m \cos \omega_m t$, è $\hat{v}_m(t)=V_m \sin \omega_m t$ e quindi l'espressione fra parentesi graffa è costante e uguale a V_m^2. L'espressione dell'inviluppo del segnale è allora:

$$A(t)=\sqrt{A_0^2+\frac{k^2}{4}V_m^2+kA_0V_m \cos \omega_m t} \tag{12}$$

Dalla (12) si osserva che, pur essendo il segnale modulante sinusoidale, il segnale modulato in ampiezza privato di una banda laterale non ha più (per la presenza della radice) un inviluppo sinusoidale, ma distorto, come è rappresentato in figura 17(*a*). Se è verificata la condizione $kV_m \ll A_0$ (indice di modulazione m abbastanza piccolo rispetto a 1) allora, sviluppando la (12) in serie di Taylor e trascurando i termini superiori, si ottiene:

$$A(t)=A_0+\frac{kV_m}{2}\cos \omega_m t$$

Con $kV_m \ll A_0$, ($m \ll 1$), l'inviluppo si può quindi considerare sinusoidale, come è rappresentato in figura 17(*b*), ma ha una ampiezza uguale alla metà di quella che si avrebbe con entrambe le componenti laterali presenti, cioè nel caso di segnale A.M. modulato completo.

9. Trasmissione a banda laterale residua (Vestigial sideband transmission)

La *trasmissione a banda laterale residua o vestigiale* (*V.S.B.*), che è un sistema intermedio fra la D.S.B. e la S.S.B., è usata nei sistemi che richiedono un'ampia larghezza di banda, come nella televisione, in cui il segnale modulante ha una grande larghezza dello spettro e l'uso della trasmissione a doppia banda laterale comporterebbe una larghezza eccessiva del canale di trasmissione.

Nella trasmissione V.S.B. una banda laterale (ad esempio quella superiore) viene trasmessa interamente, mentre dell'altra banda laterale ne viene trasmessa soltanto una parte (*vestigia*). Quando il segnale modulante contiene componenti a frequenze molto basse e anche la componente continua, come si ha nella televisione per il segnale video, è impossibile usare la trasmissione in S.S.B. poiché non si possono separare le due bande laterali l'una dall'altra e pertanto, per evitare l'eccessiva larghezza di banda che si avrebbe usando la modulazione di ampiezza ordinaria, si utilizza la trasmissione V.S.B. Il segnale modulato di tipo V.S.B. viene ottenuto da un circuito modulatore dal quale escono la portante e le due bande laterali, seguito da un filtro avente una risposta in ampiezza in funzione della frequenza tale da lasciar passare completamente la banda laterale superiore e soltanto una piccola parte della banda laterale inferiore, come è rappresentato in figura 18(*b*) e (*c*). Si osserva che per le frequenze modulanti comprese fra 0 e f_1 la trasmissione è a banda laterale doppia (D.S.B.), mentre per le frequenze del segnale modulante maggiori di f_1 la trasmissione è in S.S.B. Per quanto visto nel paragrafo precedente riguardo alla trasmissione S.S.B. con portante, nel ricevitore, dopo aver effettuato la rivelazione, mentre le ampiezze delle componenti dello spettro del segnale rivelato comprese fra 0 e f_1 sono proporzionali alle ampiezze delle corrispondenti componenti del segnale modulante in trasmissione (essendo esse trasmesse in D.S.B.), le ampiezze delle componenti con frequenze maggiori di f_1 risultano (a parte la piccola distorsione di inviluppo che è accettabile) proporzionali alla metà delle

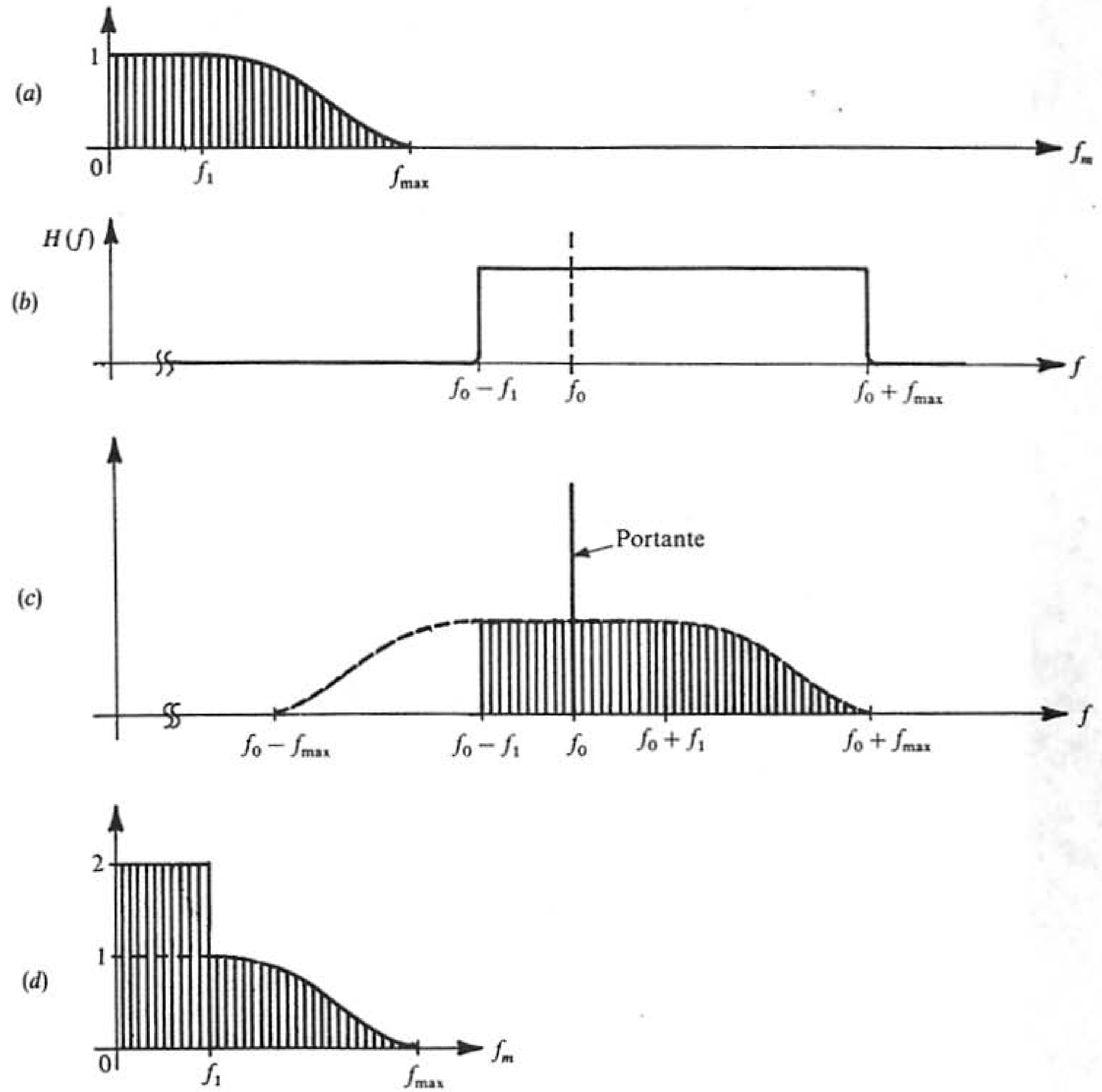

Fig. 18. - In (*a*), generico spettro di ampiezza del segnale modulante. In (*b*), risposta ideale del filtro passa-banda. In (*c*), spettro del segnale modulato, con banda laterale inferiore residua. In (*d*), spettro del segnale modulante ottenuto dopo la rivelazione nel ricevitore, se non si apportasse la correzione delle ampiezze.

ampiezze delle corrispondenti componenti del segnale modulante in trasmissione, poiché queste componenti sono trasmesse in S.S.B. e quindi con dimezzamento dell'ampiezza dell'inviluppo. Nel ricevitore, se non si usassero particolari accorgimenti, si otterrebbe, dopo la demodulazione, un segnale di informazione il cui spettro non avrebbe più la stessa forma di quello del segnale modulante in trasmissione: il segnale demodulato risulterebbe distorto in quanto non verrebbe più conservato il rapporto relativo fra le ampiezze, con una esaltazione delle componenti con frequenze inferiori a f_1 rispetto al loro livello normale [fig. 18(*d*)].

Si può dimostrare che per avere nel ricevitore, dopo la rivelazione, il segnale demodulato con lo spettro della stessa forma di quello che si aveva in trasmissione, il filtro da porre dopo il modulatore per eliminare la maggior parte della banda laterale inferiore deve avere una risposta in ampiezza $H(f)$ come quella rappresentata in figura 19(*a*), con un andamento *graduale* per le frequenze comprese fra $(f_0 - f_1)$ e $(f_0 + f_1)$, con

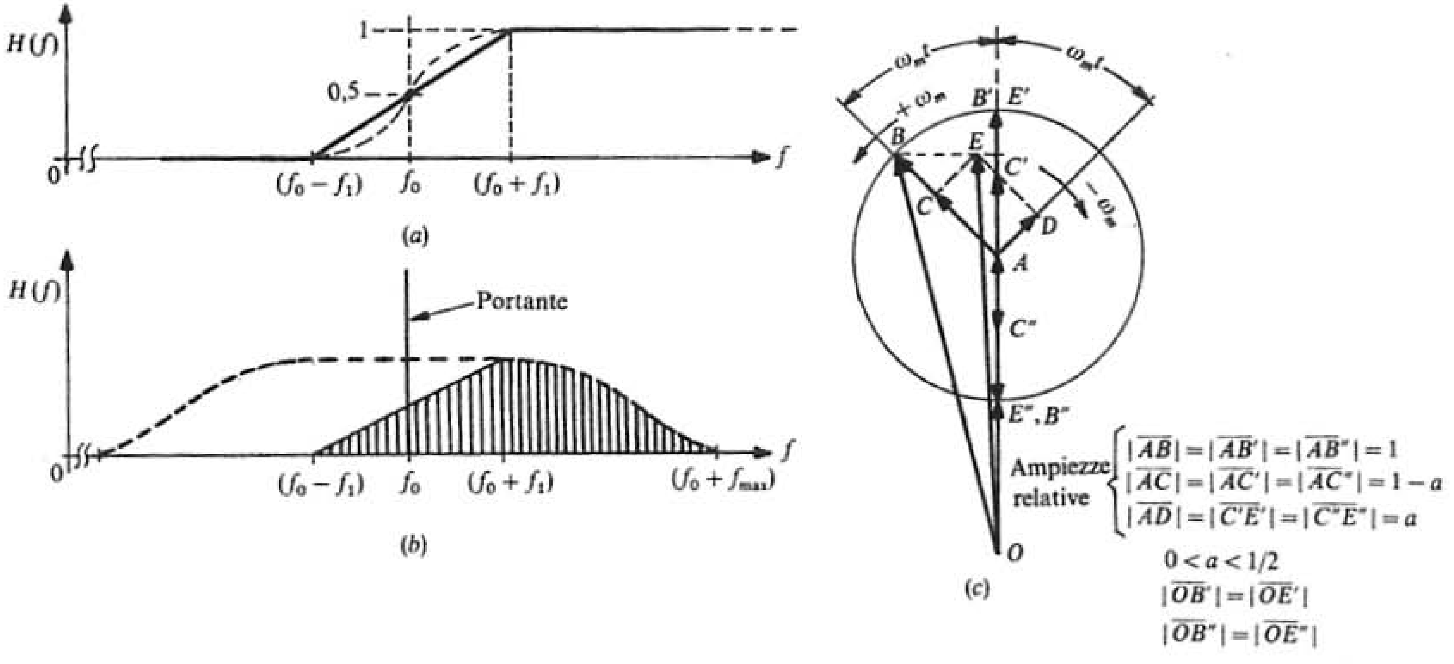

Fig. 19. - In (*a*), risposta in ampiezza, in funzione della frequenza, del filtro con *taglio graduale*. In (*b*), spettro di ampiezza del segnale modulato di tipo *V.S.B.* In (*c*), rappresentazione vettoriale: $\overline{OA}$ è il vettore rappresentativo della portante; $\overline{AB}$ è il vettore «laterale» superiore, di lunghezza normalizzata a 1, nel caso di trasmissione in *S.S.B.* e $\overline{OB}$ è il vettore risultante in un generico istante; i vettori $\overline{AC}$ e $\overline{AD}$, di lunghezza rispettivamente $(1-a)$ e a, con $0<a<1/2$, sono i vettori «laterali» superiore e inferiore nel caso di trasmissione in *D.S.B.* e $\overline{OE}$ è il vettore risultante. In entrambi i casi l'escursione dell'ampiezza dell'inviluppo del segnale modulato, e quindi l'ampiezza del segnale rivelato, è la stessa. Infatti, nel caso di *D.S.B.*, pur essendo presenti entrambi i vettori laterali, le loro lunghezze sono minori di quella del solo vettore laterale nel caso di *S.S.B.*, ma la somma delle lunghezze di $\overline{AC}$ e $\overline{AD}$ è uguale alla lunghezza di $\overline{AB}$. La risultante della somma $\overline{AC}+\overline{AD}$ è uguale ad $\overline{AB}$ quando questi vettori sono allineati verticalmente o nello stesso verso o nel verso opposto a quello del vettore $\overline{OA}$ della portante, cioè negli istanti in cui l'inviluppo del segnale modulato ha il suo valore massimo o il suo valore minimo. Inoltre, in ogni istante, la proiezione sull'asse verticale (direzione di $\overline{OA}$) del vettore $\overline{AB}$ è sempre uguale alla somma delle proiezioni dei vettori $\overline{AC}$ e $\overline{AD}$, cioè le componenti dei vettori $\overline{OB}$ e $\overline{OE}$ «in fase» con la portante sono uguali; di conseguenza, usando la demodulazione a prodotto, con portante di demodulazione «sincrona», essendo tale tipo di demodulazione sensibile soltanto alla «componente in fase» del segnale da demodulare, e non a quella «in quadratura», il segnale di informazione viene riottenuto senza distorsione.

risposta 0,5 (50%) in corrispondenza della frequenza f_0 della portante (*filtro con fianco di Nyquist*). La risposta in ampiezza intorno alla frequenza f_0 deve avere simmetria tale che $1-H(f_0+f_m)=H(f_0-f_m)$, in cui f_m è la generica frequenza modulante compresa fra 0 e f_1. Se per la frequenza $f=(f_0-f_m)$ si ha $H(f_0-f_m)=a$, con $0 \leqslant a \leqslant 1/2$, per la frequenza $f=(f_0+f_m)$ deve essere $H(f_0+f_m)=1-a$, con $a=1/2$ per $f=f_0$. D'altra parte, la realizzazione di un filtro con risposta a taglio ripido come è rappresentato in figura 18(*b*) sarebbe praticamente molto difficoltosa, dato che la difficoltà di realizzazione di un filtro è tanto più grande quanto più piccolo è il rapporto $\Delta f/f$, dove Δf è l'intervallo di frequenze in cui l'attenuazione del filtro deve passare da un valore molto piccolo (*banda passante*) ad un valore abbastanza elevato (*banda «oscura»*). Inoltre un filtro a taglio ripido introdurrebbe distorsioni di fase per le componenti aventi frequenze in prossimità della frequenza di taglio. È pertanto più semplice realizzare un filtro a taglio graduale, con simmetria rispetto alla portante. In tal caso lo spettro trasmesso è quello di figura 19(*b*). Anche se le componenti della banda laterale *superiore*, con frequenze tra f_0 e (f_0+f_1), hanno ampiezze *ridotte*, proporzionali a $(1-a)$, con $0<a<1/2$, a queste componenti vanno associate le corrispondenti componenti della

banda laterale inferiore aventi ampiezze proporzionali ad a, per cui il contributo di entrambe le bande laterali, per le componenti del segnale modulante con frequenze fra 0 e f_1, produce nel segnale modulato un inviluppo avente la stessa ampiezza come nel caso di trasmissione in S.S.B., come si può dedurre dal diagramma vettoriale di figura 19(c).

La correzione delle ampiezze secondo la curva di figura 19(a), invece di essere eseguita in trasmissione, può essere effettuata nel ricevitore. In effetti, quello che interessa è l'insieme delle curve di risposta del trasmettitore e del ricevitore che complessivamente debbono riprodurre una curva di risposta come quella di figura 19(a). In televisione, ad esempio, la correzione delle ampiezze viene eseguita nel ricevitore prima della demodulazione; dopo la demodulazione si ottiene quindi il segnale di informazione desiderato, con lo spettro avente la stessa forma di quello del segnale modulante originario.