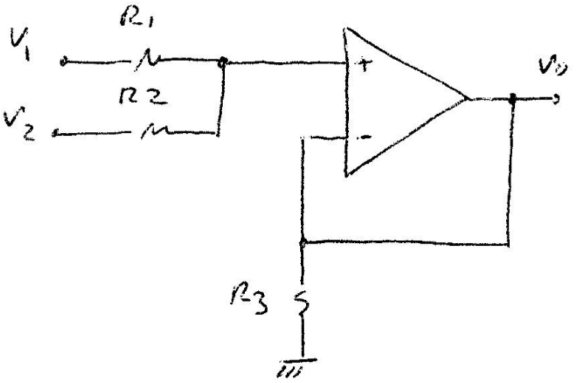
1) RICAVARE LA RELAZIONE INGRESSI / USCITA

A)

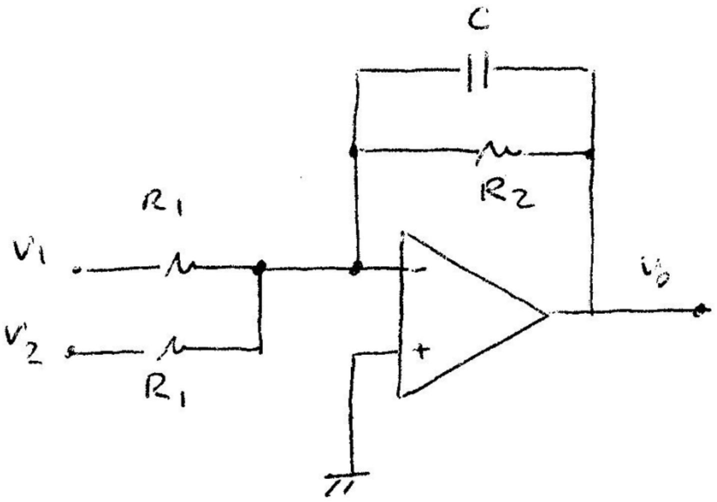


$R_1 = 1 k\Omega$

$R_2 = 2 k\Omega$

$R_3 = 1 k\Omega$

B)

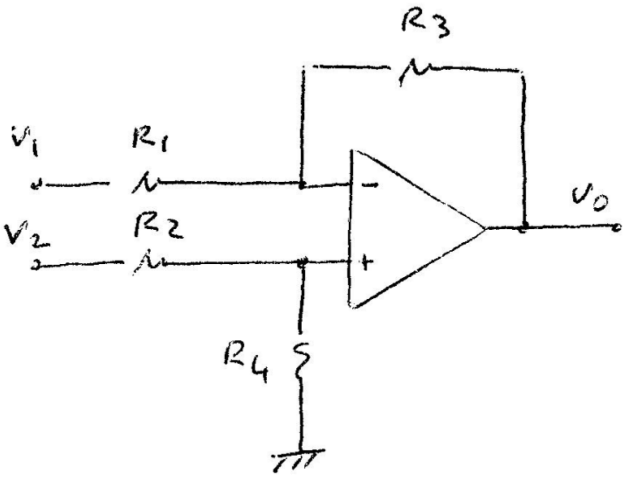


$R_1 = 2 \Omega$

$R_2 = 10 \Omega$

$C = 0,2 F$

C)



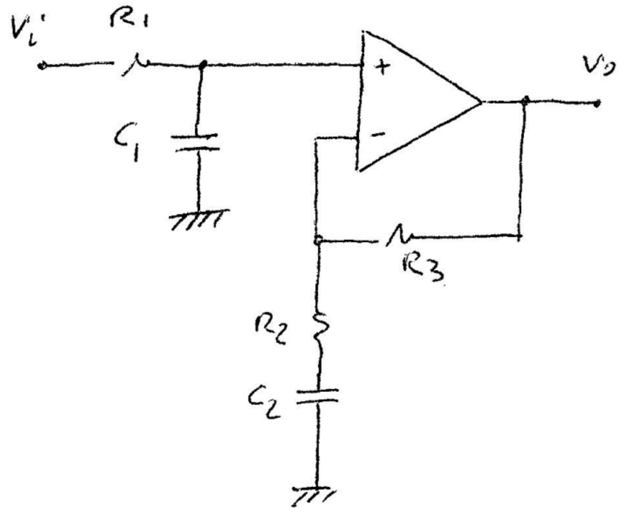
$R_1 = 1 \Omega$

$R_2 = 2 \Omega$

$R_3 = 5 \Omega$

$R_4 = 10 \Omega$

2) RICAVARE LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO / POLI E ZERI



$R_1 = 1\Omega$
$C_1 = 0{,}1F$
$C_2 = 1F$
$R_2 = 1\Omega$
$R_3 = 4\Omega$

3) RICAVARE LE ESPRESSIONI DI MODULO E FASE DELLE SEGUENTI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

$$F_1(s) = \frac{10}{1+\frac{s}{5}} \qquad F_2(s) = -4(1+20s) \qquad F_3(s) = -\frac{2}{5s}$$

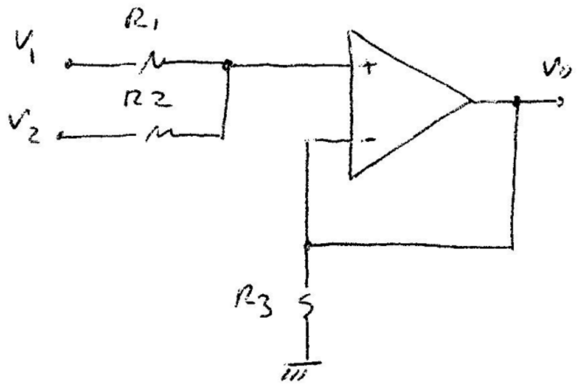
- SCRIVERE LE ESPRESSIONI APPROSSIMATE DEL MODULO NEI RELATIVI DOMINI
- TRACCIARE IN MODO COMPLETO I DIAGRAMMI DEL MODULO (IN dB) IN SCALA SEMILOGARITMICA; INDICARE SUGLI ASSI LE VARIABILI, LE UNITÀ DI MISURA, I VALORI DI PUNTI CARATTERISTICI CHE CONSENTANO UNA CHIARA LETTURA DEL DIAGRAMMA STESSO.
- TRACCIARE I DIAGRAMMI ASINTOTICI DELLE FASI

4) TRACCIARE IL DIAGRAMMA DI BODE ASINTOTICO DEL MODULO DELLA SEGUENTE FdT

$$F(s) = \frac{20(1+0{,}8s)(1-0{,}2s)}{s(1+2s)}$$

1) RICAVARE LA RELAZIONE INGRESSI / USCITA

A)



$R_1 = 1\,k\Omega$

$R_2 = 2\,k\Omega$

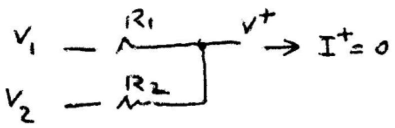
$R_3 = 1\,k\Omega$

1 A)

$$V^+ = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{2}{3} V_1 + \frac{1}{3} V_2$$

$$V_o = V^+ = \frac{2}{3} V_1 + \frac{1}{3} V_2$$

$R_{in} = \infty \quad I^+ = I^- = 0$



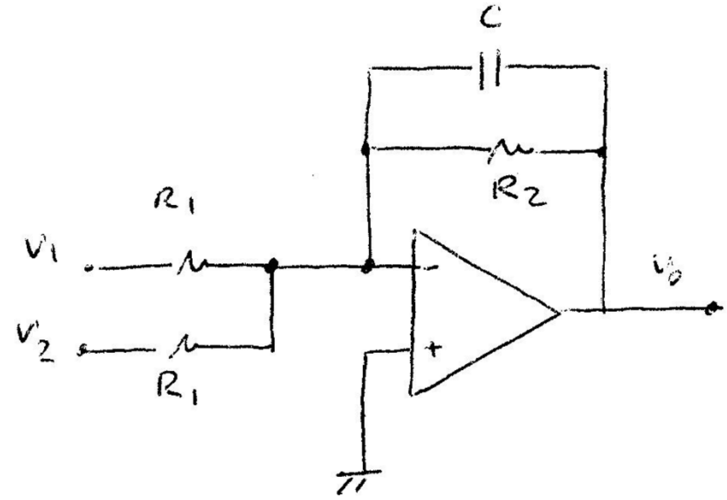
$$V^+ = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$A_d = \infty$

V_o finito (OP.AMP. in funz LIN.) $\rightarrow V_d = V^+ - V^- = \frac{V_o}{A_d} = 0 \rightarrow V^- = V^+$

$$V_o = V^- = V^+ = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

B)



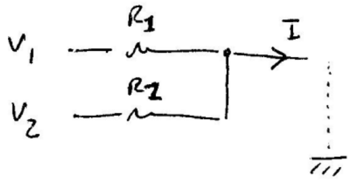
$R_1 = 2\,\Omega$

$R_2 = 10\,\Omega$

$C = 0{,}2\,F$

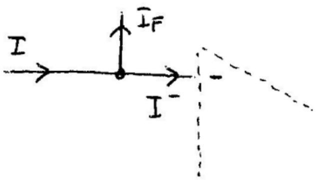
iB)

$\left\{\begin{array}{l} V_0 \text{ finito} \\ A_d = \infty \end{array}\right. \rightarrow V_d = \dfrac{V_0}{A_d} = 0 \rightarrow V^- = V^+ = 0\,V$

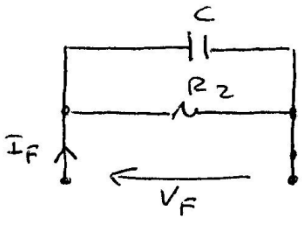


$$I = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$R_{in} = \infty \rightarrow I^- = I^+ = 0$

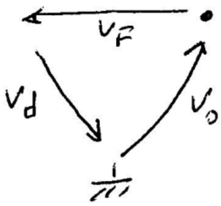


$$I_F = I - I^- = I = \frac{V_1 + V_2}{2}$$



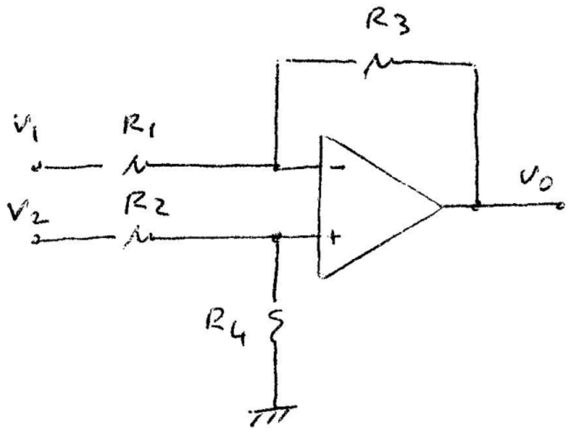
$$Z_F = R_2 \,/\!/\, \frac{1}{SC} = \frac{R_2}{1 + S R_2 C} = \frac{10}{1 + 2S}$$

$$V_F = Z_F\, I_F = \frac{10}{1+2S} \cdot \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{5}{1+2S}\left(V_1 + V_2\right)$$



$$V_0 = -V_F - V_d = -V_F = -\frac{5}{1+2S}\left(V_1 + V_2\right)$$

c)



$R_1 = 1\,\Omega$

$R_2 = 2\,\Omega$

$R_3 = 5\,\Omega$

$R_4 = 10\,\Omega$

1c) Hp. OP. AMP. IDEALE: a) V_0 finito, $A_d = \infty$ $\rightarrow V_d = \dfrac{V_0}{A_d} = 0 \rightarrow V^- = V^+$

b) $R_{in} = \infty \rightarrow I^- = I^+ = 0$

PSCE

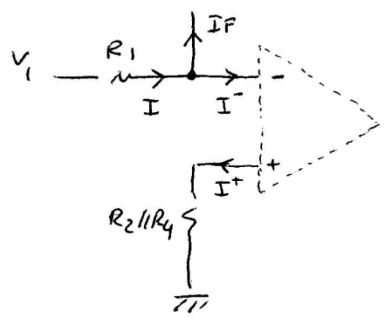
☆ $V_2 \neq 0 \quad V_1 = 0$

PART. TENS. $V^+ = V_2 \dfrac{R_4}{R_2 + R_4} = \dfrac{10}{12} V_2 = \dfrac{5}{6} V_2$

PART. TENS. $V_{02} = V^- \dfrac{R_1 + R_3}{R_1} = V^+ 6 = 6 \cdot \dfrac{5}{6} V_2 = 5 V_2$

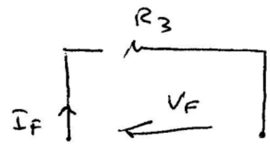
☆ $V_1 \neq 0 \quad V_2 = 0$

$R_2 \parallel R_4 \qquad I^+ = 0 \qquad V^+ = 0 \qquad V^- = V^+ = 0$

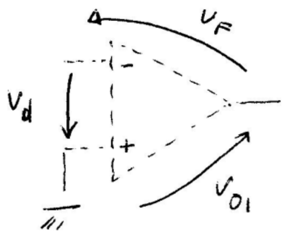


$I = \dfrac{V_1}{R_1}$

$I_F = I - I^- = I = \dfrac{V_1}{R_1}$



$V_F = R_3 I_F = R_3 \dfrac{V_1}{R_1} = 5 V_1$

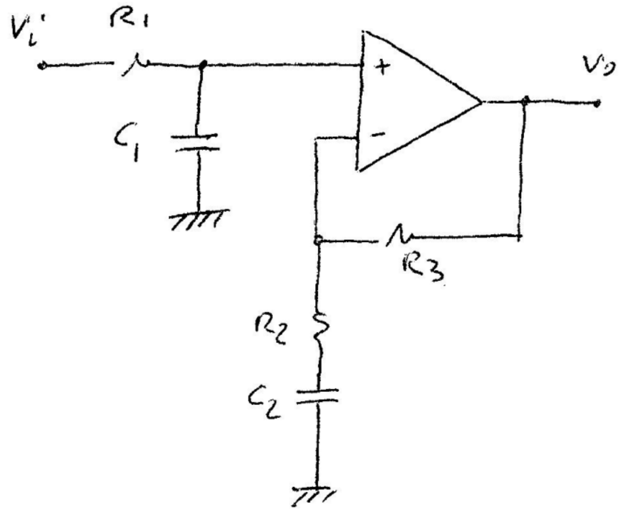


$V_{01} = -V_F - V_d = -V_F = -5 V_1$

$V_0 = V_{02} + V_{01} = 5 V_2 - 5 V_1 = 5 (V_2 - V_1)$

$$* \quad V_0 = V_2 \frac{R_4}{R_2 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} - \frac{R_3}{R_1} V_1$$

2) RICAVARE LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO / POLI E ZERI



$R_1 = 1\Omega$

$C_1 = 0{,}1F$

$C_2 = 1F$

$R_2 = 1\Omega$

$R_3 = 4\Omega$

2) $\perp_p$ OP AMP IDEALE $R_{in} = \infty \rightarrow I^+ = I^- = 0$

$A_d = \infty \rightarrow$ (con V_o finito) $V_d = \dfrac{V_o}{A_d} = 0 \rightarrow V^- = V^+$

$$V^+ = V_i \frac{\frac{1}{SC_1}}{R_1 + \frac{1}{SC_1}} = V_i \frac{1}{1+SR_1C_1} = \frac{1}{1+0{,}1S} V_i$$ (PARTITORE DI TENSIONE x' $I^+ = 0$)

$V^- = V^+$ (x' $A_d = \infty$ e OP.AMP. IN FUNZ. LINEARE (CON V_o FINITO))

$I^- = 0 \leftrightarrow I_{R_3} = I_{Z_2} \rightarrow$ PARTITORE DI TENSIONE

$$V_o = V^- \frac{R_3 + Z_2}{Z_2} = V^+ \frac{R_3 + Z_2}{Z_2} = V_i \frac{1}{1+SR_1C_1} \cdot \frac{R_3 + Z_2}{Z_2}$$

con $Z_2 = R_2 + \dfrac{1}{SC_2} = \dfrac{1+SR_2C_2}{SC_2} = \dfrac{1+S}{S}$

$$V_o = V_i \frac{1}{1+SR_1C_1} \cdot \frac{R_3 + \frac{1+SR_2C_2}{SC_2}}{\frac{1+SR_2C_2}{SC_2}} = V_i \frac{1}{1+SR_1C_1} \cdot \frac{1+S(R_2+R_3)C_2}{1+SR_2C_2}$$

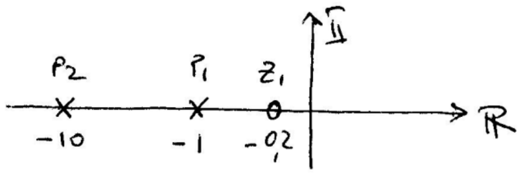
SOSTITUENDO
$$V_o = V_i \frac{1+5S}{(1+0{,}1S)(1+S)}$$

$$F(S) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1+5S}{(1+0{,}1S)(1+S)}$$

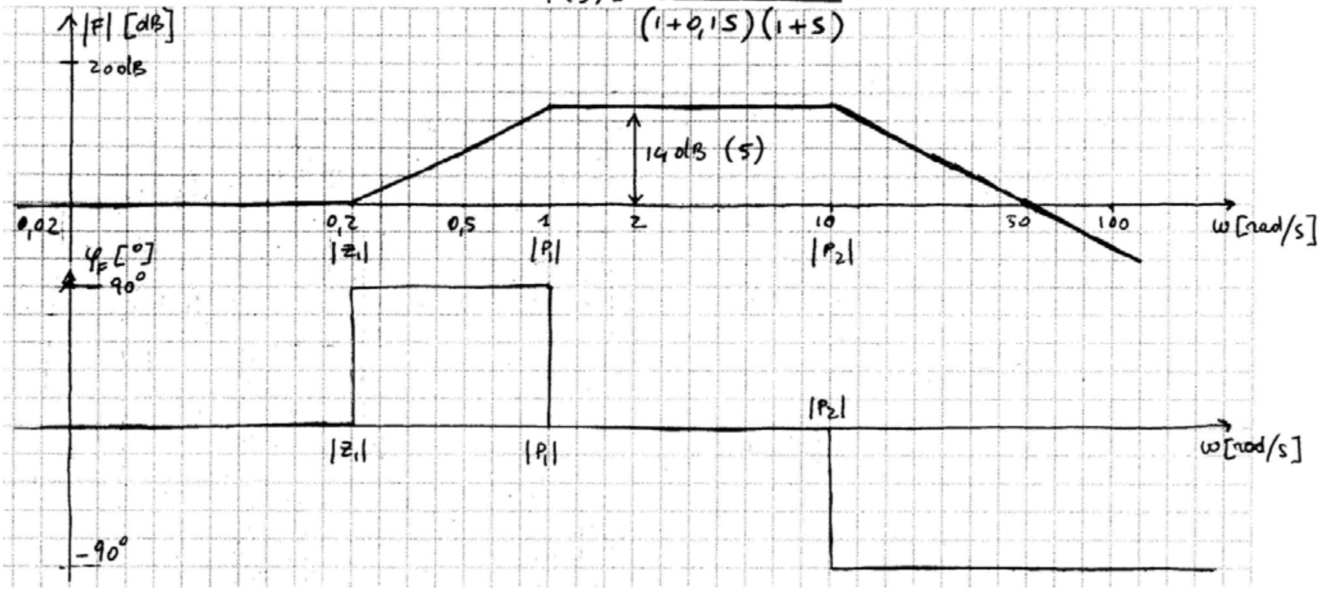
ZERI $N(S) = 0 \rightarrow S = -0{,}2$ (Z_1)

POLI $D(S) = 0 \rightarrow S = -1$ (P_1)

$S = -10$ (P_2)



$$F(s) = \frac{1+5s}{(1+0{,}1s)(1+s)}$$



3) RICAVARE LE ESPRESSIONI DI MODULO E FASE DELLE SEGUENTI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

$$F_1(s) = \frac{10}{1+\frac{s}{5}} \qquad F_2(s) = -4(1+20s) \qquad F_3(s) = -\frac{2}{5s}$$

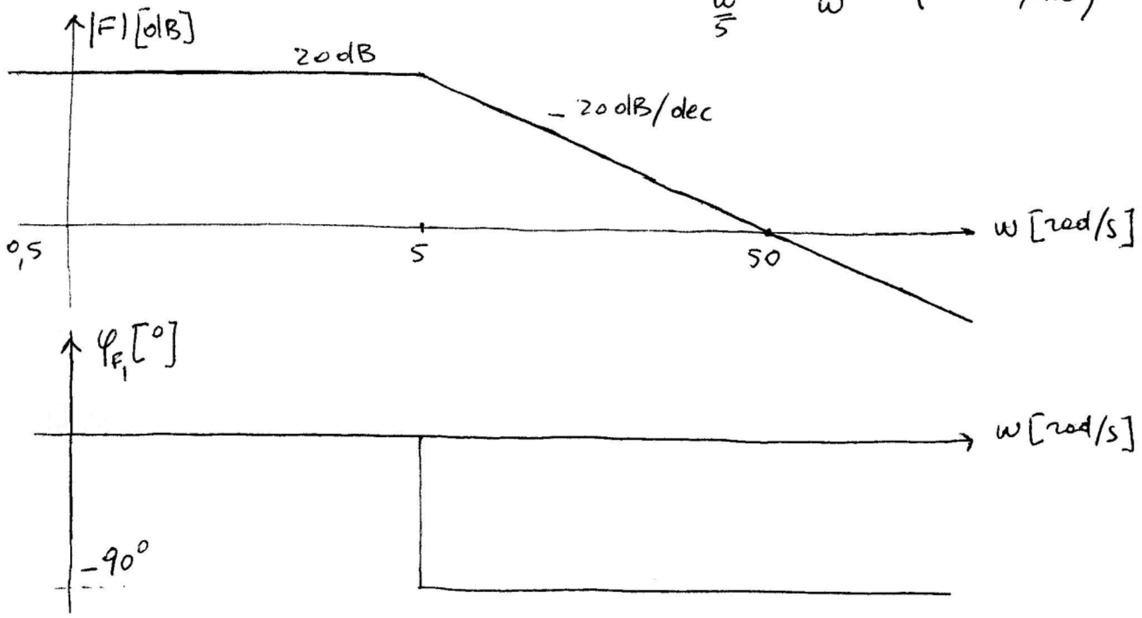
- SCRIVERE LE ESPRESSIONI APPROSSIMATE DEL MODULO NEI RELATIVI DOMINI
- TRACCIARE IN MODO COMPLETO I DIAGRAMMI DEL MODULO (IN dB) IN SCALA SEMILOGARITMICA; INDICARE SUGLI ASSI LE VARIABILI, LE UNITÀ DI MISURA, I VALORI DI PUNTI CARATTERISTICI CHE CONSENTANO UNA CHIARA LETTURA DEL DIAGRAMMA STESSO.
- TRACCIARE I DIAGRAMMI ASINTOTICI DELLE FASI

3) $F_1(s) = \dfrac{10}{1+\frac{s}{5}}$ $\quad s = j\omega \quad$ $F(j\omega) = \dfrac{10}{1+j\frac{\omega}{5}}$

$|F_1| = \dfrac{10}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{5}\right)^2}}$

$\omega \ll 5 \quad |F_1| = 10 \quad \rightarrow F_1\,[dB] = 20\log_{10} 10 = 20\,dB$

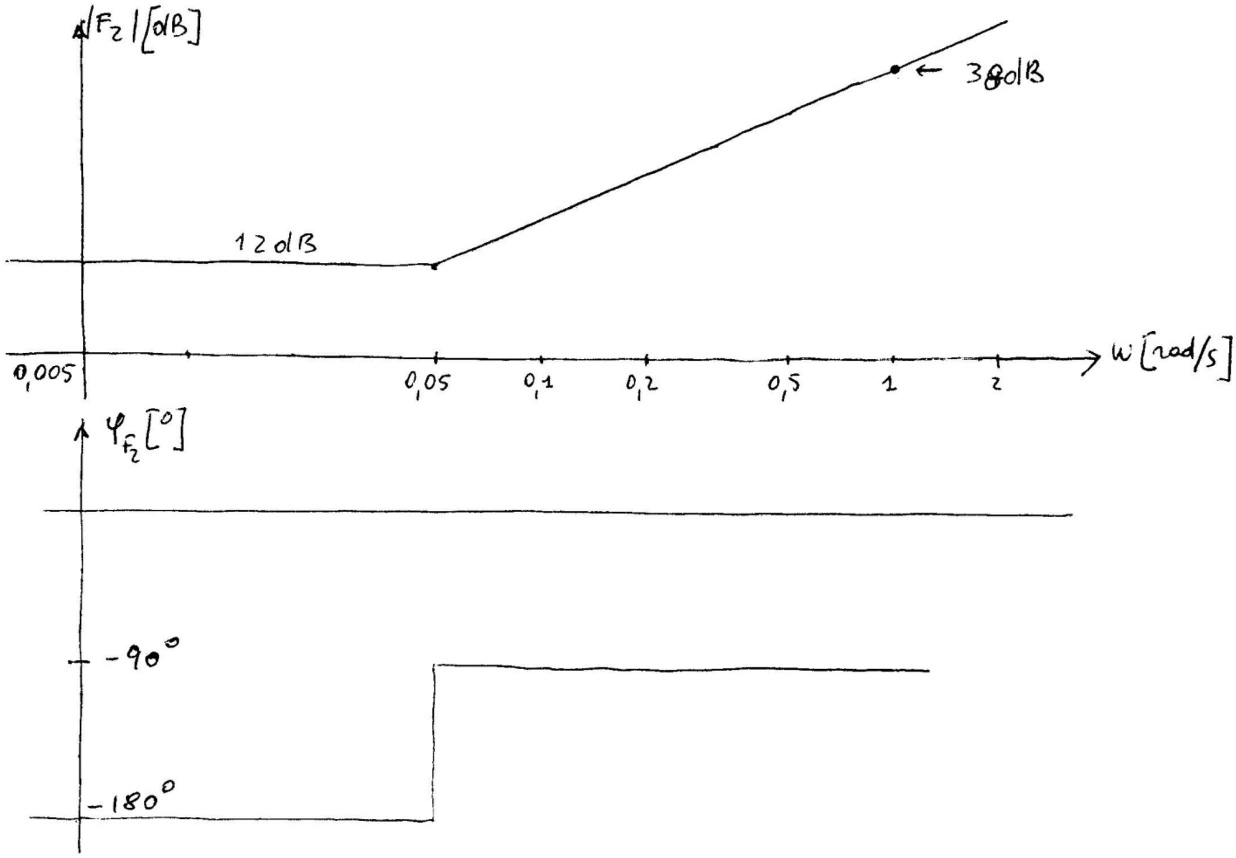
$\omega \gg 5 \quad |F_1| = \dfrac{10}{\frac{\omega}{5}} = \dfrac{50}{\omega} \quad (-20\,dB/dec)$



$F_2(s) = -4(1+20s) \qquad s = j\omega \qquad F(j\omega) = -4(1+j20\omega)$

$|F_2| = 4\sqrt{1+(20\omega)^2} \qquad \omega \ll \frac{1}{20} = 0{,}05 \quad |F_2| = 4 \rightarrow |F_2|[dB] = 20\log_{10}4 = 12dB$

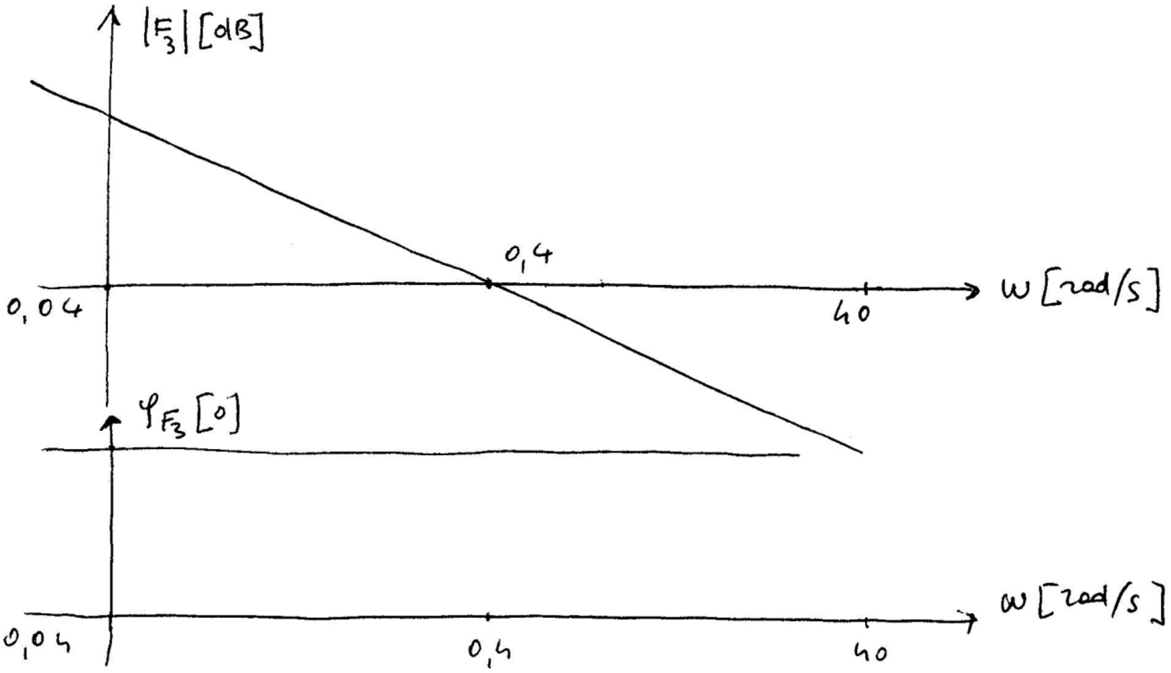
$\omega \gg 0{,}05 \quad |F_2| = 4 \cdot 20\omega = 80\omega \quad (+20dB/dec)$



$F_3(s) = -\frac{2}{5s}$ $\quad s = j\omega \quad$ $F_3(j\omega) = -\frac{2}{j5\omega} = j\frac{2}{5\omega}$

$|F_3| = \frac{2}{5\omega} = \frac{0{,}4}{\omega}$ $\quad$ pt $\omega = 0{,}4$ $|F_3| = 1 = 0\,dB$

$-20\,dB/dec.$



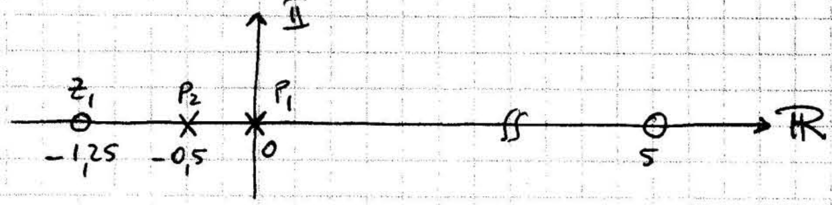
4) TRACCIARE IL DIAGRAMMA DI BODE ASINTOTICO DEL MODULO DELLA SEGUENTE FdT

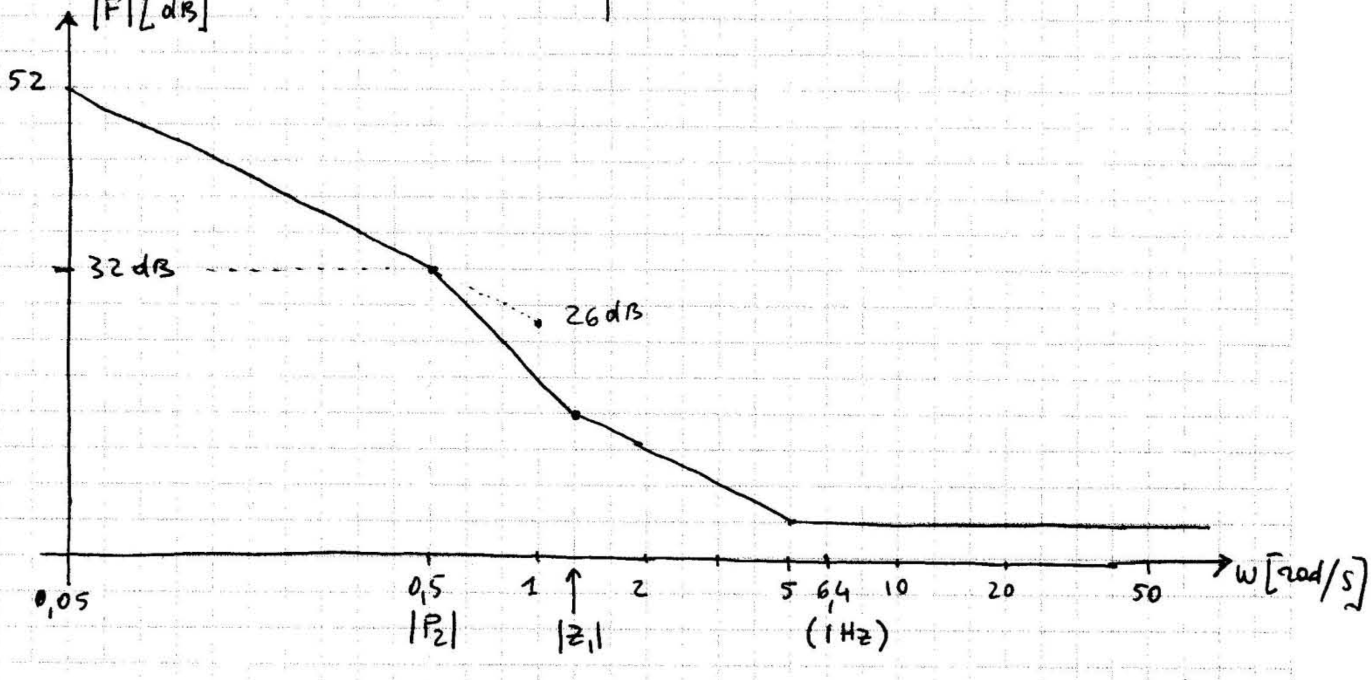
$$F(s) = \frac{20(1+0{,}8s)(1-0{,}2s)}{s(1+2s)}$$

POLI E ZERI / RAPPRESENTAZIONE SU PIANO DI GAUSS

$$N(s)=0 \quad \begin{cases} 1+0{,}8\,s=0 & s=-\dfrac{1}{0{,}8}=-1{,}25 \quad (z_1) \\ 1-0{,}2\,s=0 & s=\dfrac{1}{0{,}2}=5 \quad (z_2) \end{cases}$$

$$D(s)=0 \quad \begin{cases} s=0 & (P_1) \\ 1+2s=0 & s=-\dfrac{1}{2}=-0{,}5 \quad (P_2) \end{cases}$$





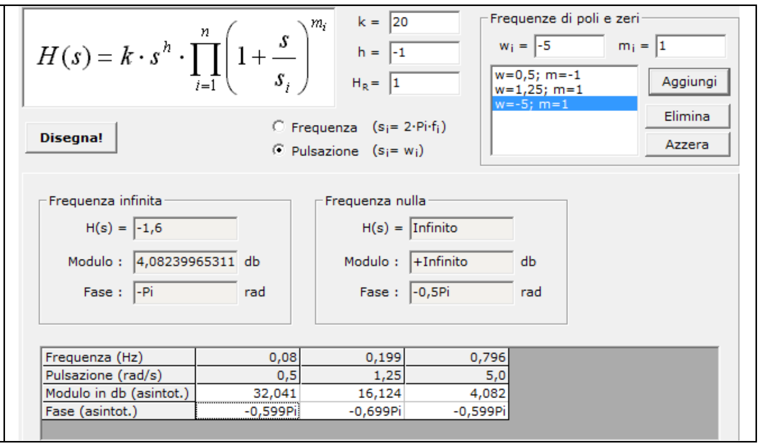
per $w=0{,}5$ $\quad |F|=\dfrac{20}{0{,}5}=40$

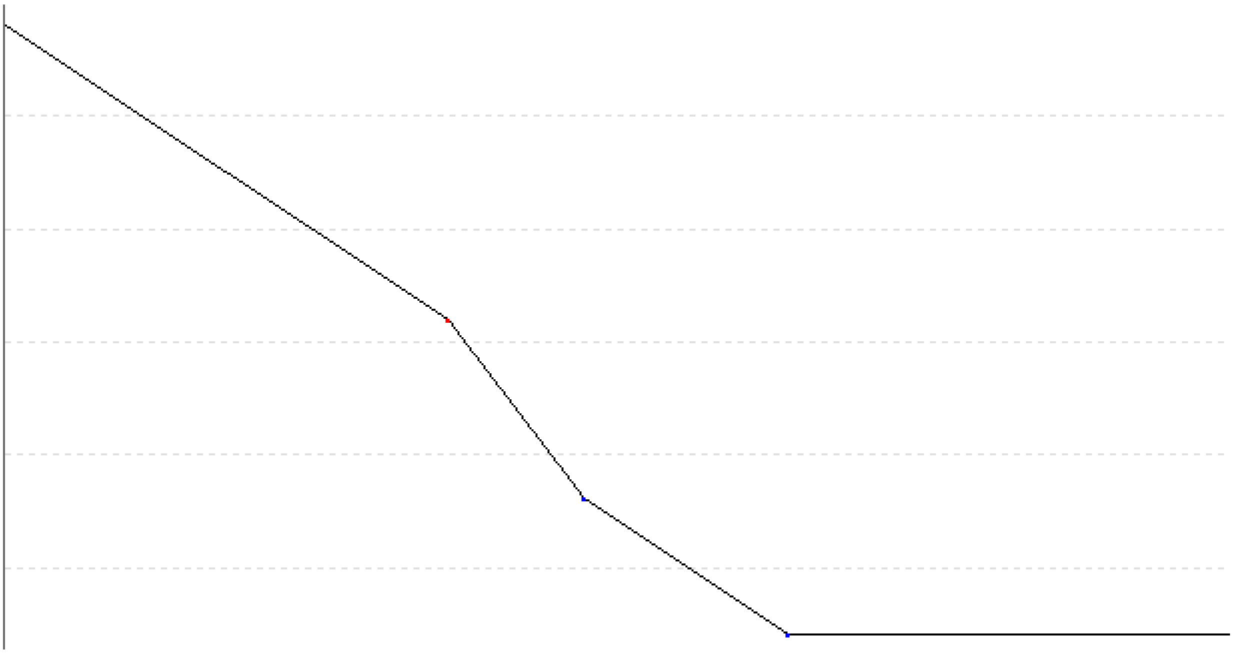
$$40 = 10 \cdot 4$$
$$20\,dB + 12\,dB = 32\,dB$$

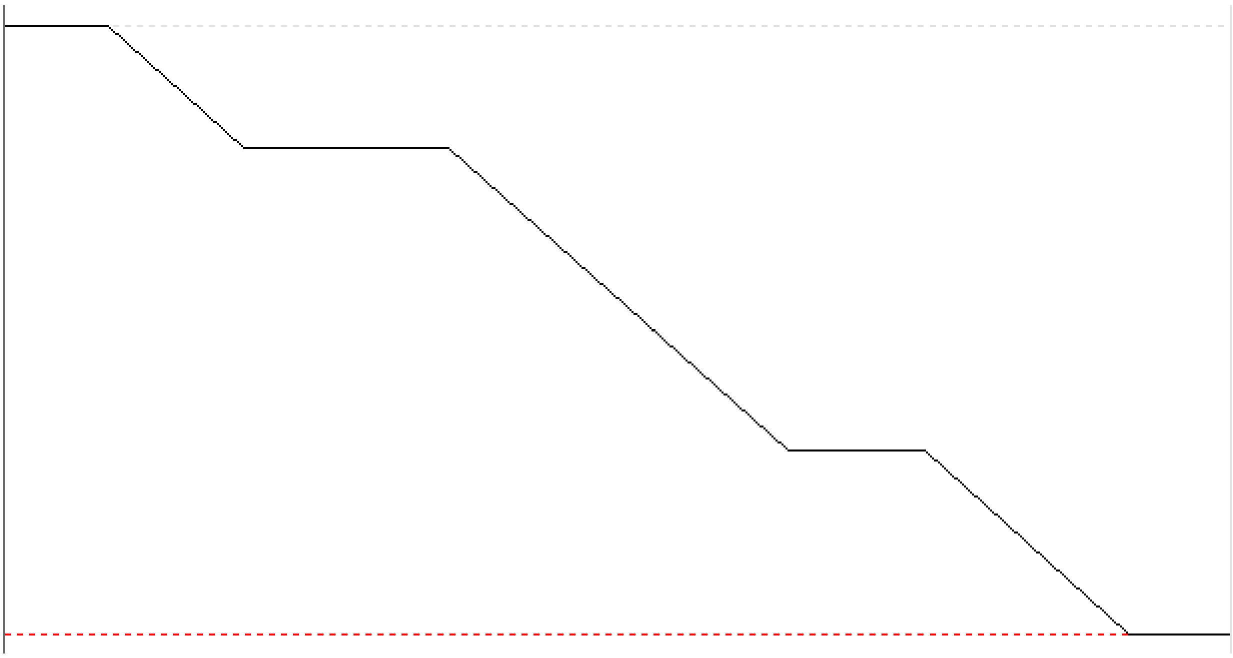
(per $w=1$ $\quad 20 = 10 \cdot 2$)
$$20\,dB + 6\,dB = 26\,dB$$

per $w \to \infty$ $\quad |F| = \dfrac{20 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}{2} = 1{,}6 = \dfrac{16}{10} = \dfrac{2^4}{10} \Rightarrow \dfrac{6 \times 4\,dB}{-20\,dB} = 4\,dB$

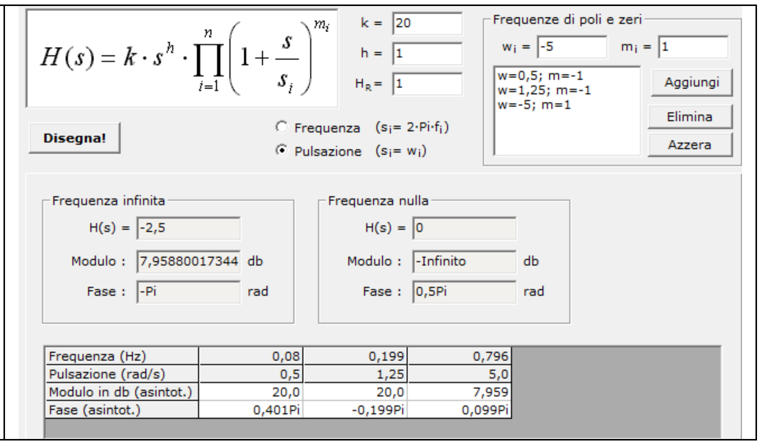
$$F(s) = \frac{20(1+0{,}8s)(1-0{,}2s)}{s(1+2s)}$$

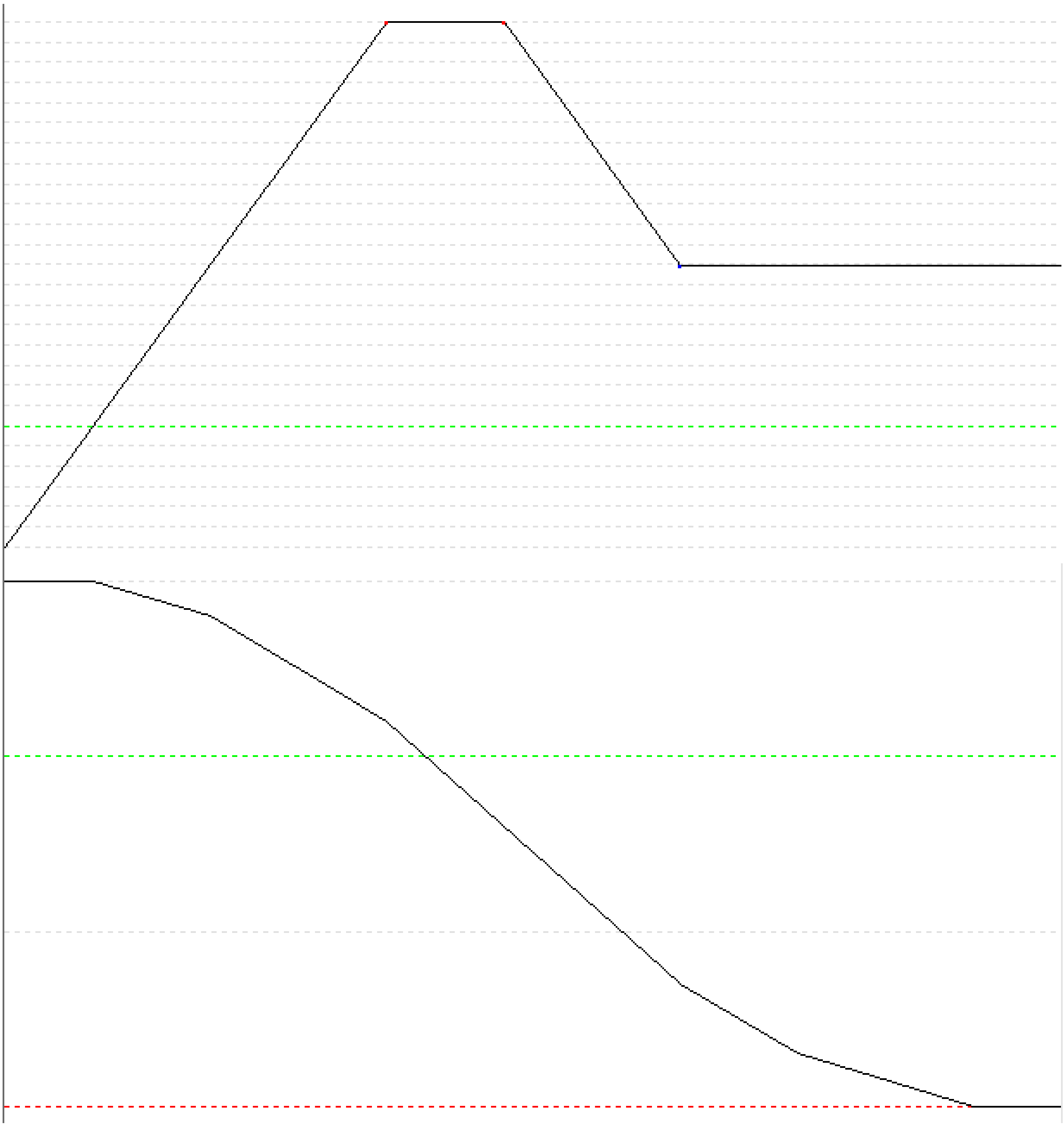






$$F(s) = \frac{20\,s\,(1-0{,}2s)}{(1+2s)(1+0{,}8s)}$$





$$F(s) = \frac{100}{S^2} \cdot \frac{(1+0.2S)}{(1+0.01S)}$$

Espressione del MODULO

$$|F(j\omega)| = \frac{100}{\omega^2} \cdot \frac{\sqrt{1+(0.2\omega)^2}}{\sqrt{1+(0.01\omega)^2}} \qquad |F(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10}|F(j\omega)|$$

Espressione della FASE

$$\varphi[F(j\omega)]° = -180° + \text{atg}0.2\omega - \text{atg}0.01\omega$$

DIAGRAMMI DI BODE

Diagramma asintotico del MODULO

- per $\omega \leq 5$ $\quad |F(j\omega)| = \frac{100}{\omega^2}$
- punto di passaggio

  per $\omega = 1$ $\quad |F(j\omega)| = 100$ $\quad |F(j\omega)|_{dB} = 40\text{ dB}$

  (per $\omega = 5$ $\quad |F(j\omega)| = \frac{100}{5^2} = 4$ $\quad |F(j\omega)|_{dB} = 12\text{ dB}$)

- pendenza iniziale ($\omega < 5$)

  2 poli nell'origine $\rightarrow$ pendenza iniziale $= -2$ (-40dB/dec)

- cambi di pendenza (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di pendenza	pendenza complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO	+1 $(+20dB/dec)$	-1 $(-20dB/dec)$
da	$\omega = 100$	POLO	-1 (-20dB/dec)	-2 (-40dB/dec)

- pendenza finale ($\omega > 100$)

  $$pendenza\ finale = N_{zeri} - N_{poli} = 1 - 3 = -2 \quad (-40dB/dec)$$

Diagramma asintotico della FASE

- fase iniziale ($\omega < 5$)

  guadagno $\mu = 100 > 0$ $\qquad \varphi_\mu = 0°$

  poli/zeri nell'origine $\qquad \varphi_{p/z} = -2 \cdot 90° = -180°$

  $$fase\ iniziale = \varphi_\mu + \varphi_{p/z} = -180°$$

- cambi di fase (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di fase	fase complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO sx	+90°	-90°
da	$\omega = 100$	POLO sx	-90°	-180°

- fase finale ($\omega > 100$)

  $$fase\ finale = \text{fase iniziale} + (N_{zerisx} - N_{polisx} - N_{zeridx} + N_{polidx}) \cdot 90° = -180°$$

Intervallo di rappresentazione dei diagrammi

- pulsazione iniziale $\quad \omega_i = \frac{1}{10} \cdot min(\text{tra |poli| e |zeri|})$ $\qquad \omega_i = 0.5\ \text{rad/s}$
- pulsazione finale $\quad \omega_f = 10 \cdot max(\text{tra |poli| e |zeri|})$ $\qquad \omega_f = 1000\ \text{rad/s}$

$$F(s) = 100 \cdot \frac{(1+0.2S)}{(1+0.01S)}$$

Espressione del MODULO

$$|F(j\omega)| = 100 \cdot \frac{\sqrt{1+(0.2\omega)^2}}{\sqrt{1+(0.01\omega)^2}} \qquad |F(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10}|F(j\omega)|$$

Espressione della FASE

$$\varphi[F(j\omega)]° = 0° + \text{atg}0.2\omega - \text{atg}0.01\omega$$

DIAGRAMMI DI BODE

Diagramma asintotico del MODULO

- per $\omega \leq 5$ $|F(j\omega)| = 100$ $|F(j\omega)|_{dB} = 40\text{ dB}$
- pendenza iniziale ($\omega < 5$)

  ∄ poli/zeri nell'origine $\rightarrow$ pendenza iniziale $= 0$ (0dB/dec)

- cambi di pendenza (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di pendenza	pendenza complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO	+1 $(+20dB/dec)$	+1 $(+20dB/dec)$
da	$\omega = 100$	POLO	-1 (-20dB/dec)	0 (0dB/dec)

- pendenza finale ($\omega > 100$)

  $pendenza\ finale = N_{zeri} - N_{poli} = 1 - 1 = 0 \quad (0dB/dec)$

- modulo finale ($\omega > 100$)

  $|F(j\omega)| = 100 \cdot \frac{0.2}{0.01} = 2000$ $|F(j\omega)|_{dB} = 66\text{ dB}$

Diagramma asintotico della FASE

- fase iniziale ($\omega < 5$)

  guadagno $\mu = 100 > 0$ $\varphi_\mu = 0°$

  ∄ poli/zeri nell'origine $\varphi_{p/z} = 0 \cdot 90° = 0°$

  $fase\ iniziale = \varphi_\mu + \varphi_{p/z} = 0°$

- cambi di fase (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di fase	fase complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO sx	+90°	+90°
da	$\omega = 100$	POLO sx	-90°	0°

- fase finale ($\omega > 100$)

  $fase\ finale = \text{fase iniziale} + (N_{zerisx} - N_{polisx} - N_{zeridx} + N_{polidx}) \cdot 90° = 0°$

Intervallo di rappresentazione dei diagrammi

- pulsazione iniziale $\omega_i = \frac{1}{10} \cdot min(\text{tra |poli| e |zeri|})$ $\omega_i = 0.5$ rad/s
- pulsazione finale $\omega_f = 10 \cdot max(\text{tra |poli| e |zeri|})$ $\omega_f = 1000$ rad/s

$$F(s) = -10 \cdot S \cdot \frac{(1+0.2S)}{(1+0.01S)}$$

Espressione del MODULO

$$|F(j\omega)| = 10 \cdot \omega \cdot \frac{\sqrt{1+(0.2\omega)^2}}{\sqrt{1+(0.01\omega)^2}} \qquad |F(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10}|F(j\omega)|$$

Espressione della FASE

$$\varphi[F(j\omega)]° = -180° + 90° + \mathrm{atg}0.2\omega - \mathrm{atg}0.01\omega$$

DIAGRAMMI DI BODE

Diagramma asintotico del MODULO

- per $\omega \leq 5$ $|F(j\omega)| = \frac{100}{\omega^2}$
- punto di passaggio

  per $\omega = 1$ $|F(j\omega)| = 10$ $|F(j\omega)|_{dB} = 20\ \mathrm{dB}$

  (per $\omega = 5$ $|F(j\omega)| = 10 \cdot 5 = 50$ $|F(j\omega)|_{dB} = 40 - 6 = 34\ \mathrm{dB}$)
- pendenza iniziale ($\omega < 5$)

  1 zero nell'origine → pendenza iniziale $= +1$ $(+20\mathrm{dB/dec})$
- cambi di pendenza (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di pendenza	pendenza complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO	+1 $(+20dB/dec)$	+2 $(+40dB/dec)$
da	$\omega = 100$	POLO	-1 $(-20\mathrm{dB/dec})$	+1 $(+20\mathrm{dB/dec})$

- pendenza finale ($\omega > 100$)

  $$pendenza\ finale = N_{zeri} - N_{poli} = 2 - 1 = 1 \quad (+20dB/dec)$$

Diagramma asintotico della FASE

- fase iniziale ($\omega < 5$)

  guadagno $\mu = -10 < 0$ $\varphi_\mu = -180°$

  poli/zeri nell'origine $\varphi_{p/z} = +1 \cdot 90° = +90°$

  $$fase\ iniziale = \varphi_\mu + \varphi_{p/z} = -90°$$
- cambi di fase (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di fase	fase complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO sx	+90°	0°
da	$\omega = 100$	POLO sx	-90°	-90°

- fase finale ($\omega > 100$)

  $$fase\ finale = \text{fase iniziale} + (N_{zerisx} - N_{polisx} - N_{zeridx} + N_{polidx}) \cdot 90° = -90°$$

Intervallo di rappresentazione dei diagrammi

- pulsazione iniziale $\omega_i = \frac{1}{10} \cdot min(\text{tra |poli| e |zeri|})$ $\omega_i = 0.5$ rad/s
- pulsazione finale $\omega_f = 10 \cdot max(\text{tra |poli| e |zeri|})$ $\omega_f = 1000$ rad/s