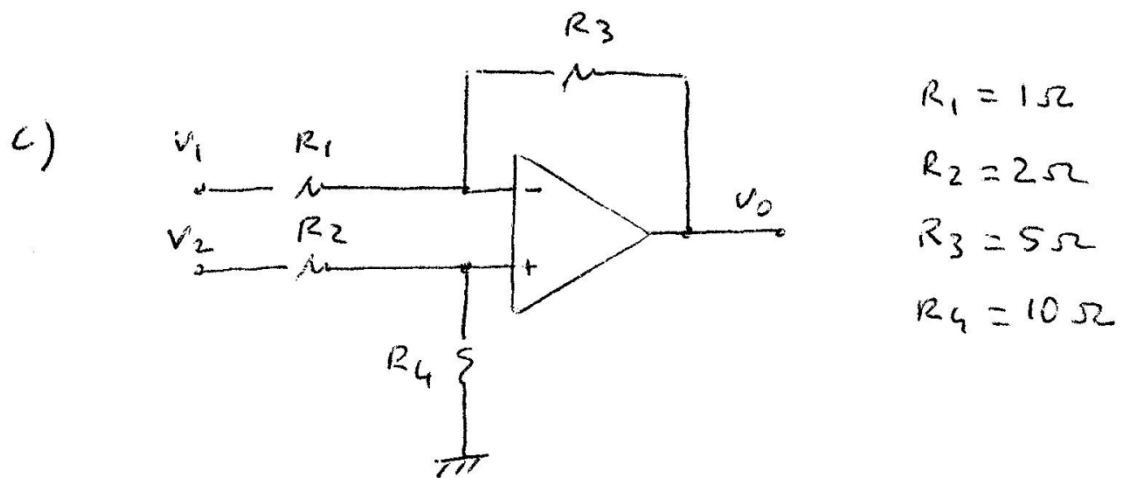
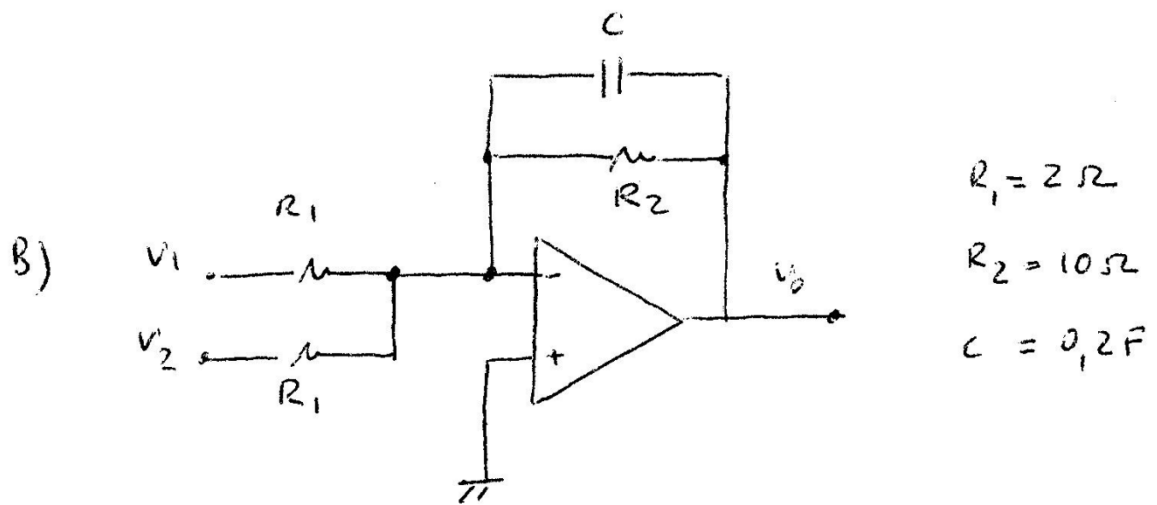
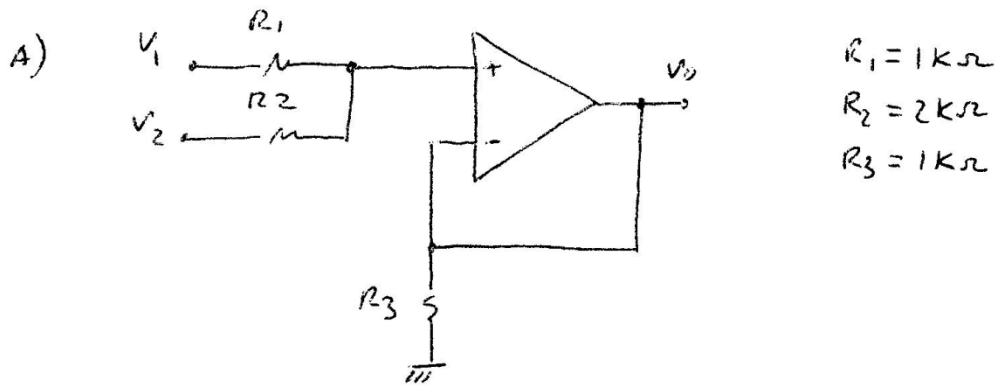
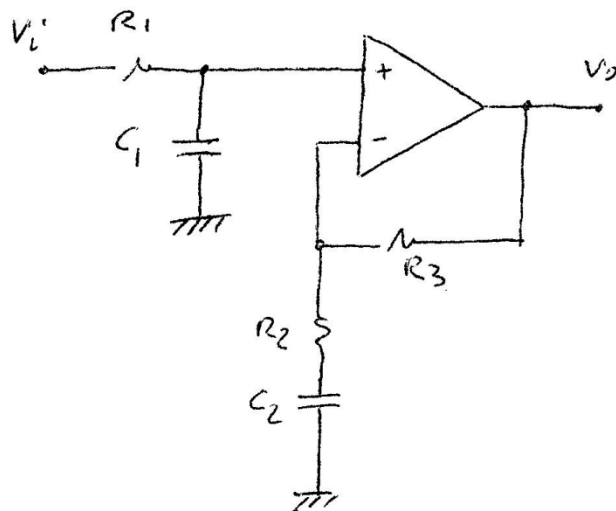


1) RICAVARE LA RELAZIONE INGRESSI / USCITA



2) RICAVARE LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO / POLI E ZERI



$$R_1 = 1\Omega$$

$$C_1 = 0,1F$$

$$C_2 = 1F$$

$$R_2 = 1\Omega$$

$$R_3 = 4\Omega$$

3) RICAVARE LE ESPRESSIONI DI MODULO E FASE DELLE SEGUENTI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

$$F_1(s) = \frac{10}{1 + \frac{s}{5}}$$

$$F_2(s) = -4(1 + 20s)$$

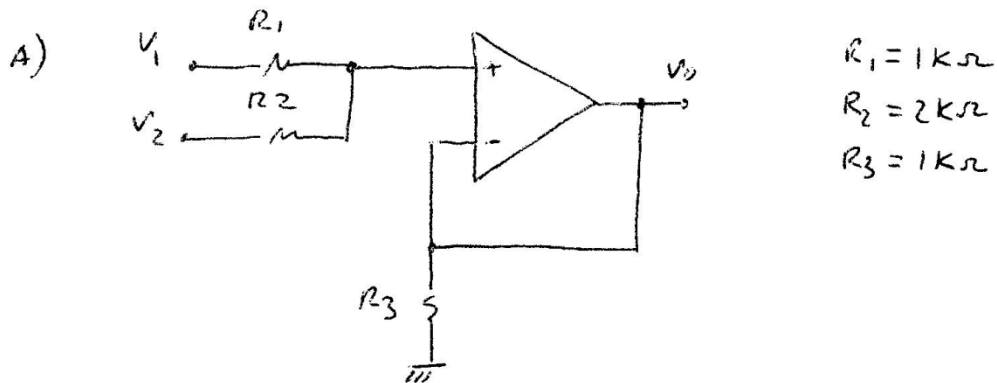
$$F_3(s) = -\frac{2}{5s}$$

- SCRIVERE LE ESPRESSIONI APPROSSIMATE DEL MODULO NEI RELATIVI DOMINI
- TRACCIARE IN MODO COMPLETO I DIAGRAMMI DEL MODULO (IN DB) IN SCALA SEMILOGARITMICA; INDICARE SUGLI ASSI LE VARIABILI, LE UNITÀ DI MISURA, I VALORI DI PUNTI CARATTERISTICI CHE CONSENTANO UNA CHIARA LETTURA DEL DIAGRAMMA STESSO.
- TRACCIARE I DIAGRAMMI ASINTOTICI DELLE FASI

4) TRACCIARE IL DIAGRAMMA DI BODE ASINTOTICO DEL MODULO DELLA SEGUENTE FdT

$$F(s) = \frac{20(1 + 0,8s)(1 - 0,2s)}{s(1 + 2s)}$$

1) RICAVARE LA RELAZIONE INGRESSI / USCITA



1 A)

$$V^+ = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{2}{3} V_1 + \frac{1}{3} V_2$$

$$V_0 = V^+ = \frac{2}{3} V_1 + \frac{1}{3} V_2$$

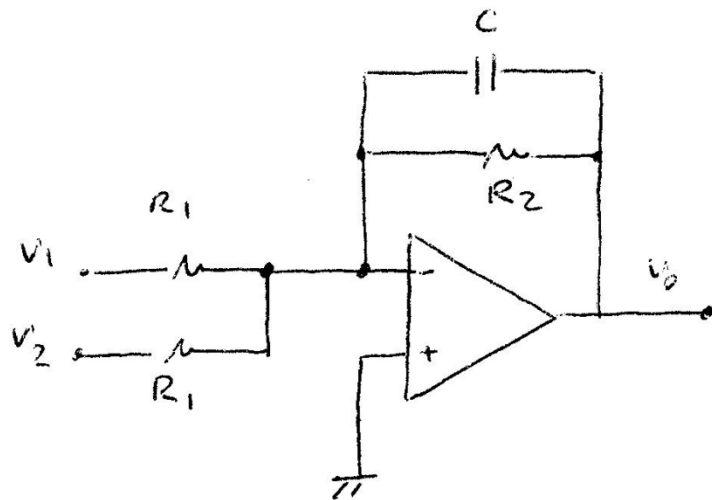
$$R_{in} = \infty \quad I^+ = I^- = 0$$

$$V_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V^+ \rightarrow I^+ = 0 \quad V^+ = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$A_d = \infty \quad V_0 \text{ finito (OP.AMP. in funz. L.H.)} \rightarrow V_{df} = V^+ - V^- = \frac{V_0}{A_d} = 0 \rightarrow V^- = V^+$$

$$V_0 = V^- = V^+ = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

B)



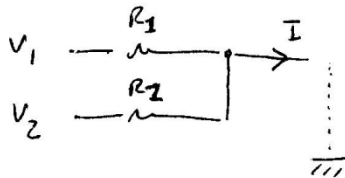
$$R_1 = 2 \Omega$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$C = 0,2 \text{ F}$$

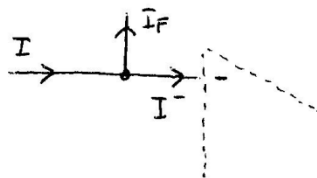
iB)

$$\begin{cases} V_0 \text{ finito} \\ A_d = \infty \end{cases} \rightarrow V_d = \frac{V_0}{A_d} = 0 \rightarrow V^- = V^+ = 0 \text{ V}$$

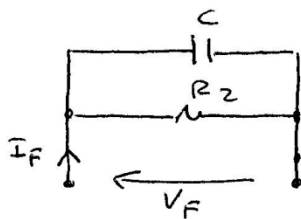


$$I = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$R_{in} = \infty \rightarrow I^- = I^+ = 0$$

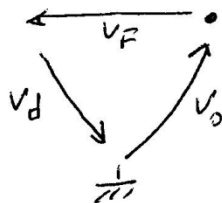


$$I_F = I - I^- = I = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

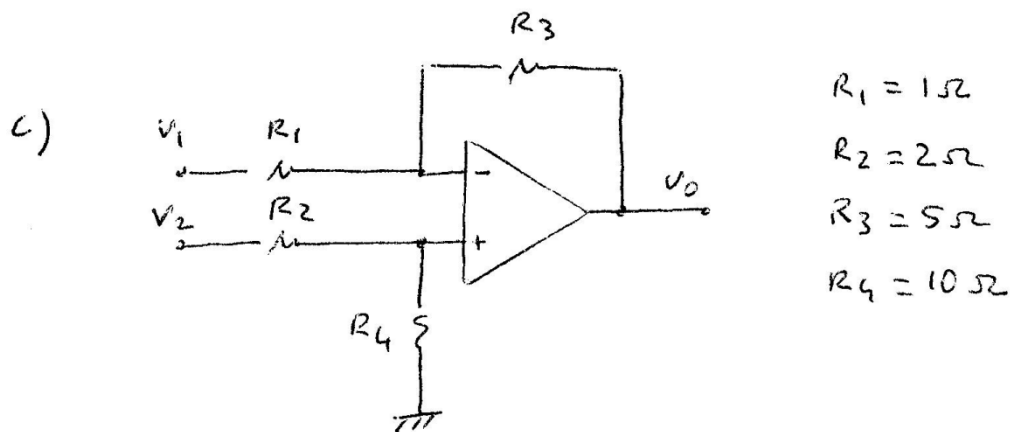


$$Z_F = R_2 \parallel \frac{1}{sC} = \frac{R_2}{1 + sR_2C} = \frac{10}{1 + 2s}$$

$$V_F = Z_F I_F = \frac{10}{1 + 2s} \cdot \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{5}{1 + 2s} (V_1 + V_2)$$



$$V_0 = -V_F - V_d = -V_F = -\frac{5}{1 + 2s} (V_1 + V_2)$$



- (C) H_p. OP.AMP. IDEALE: a) V_0 finite
 $A_d = \infty \rightarrow V_d = \frac{V_0}{A_d} = 0 \rightarrow V^- = V^+$
 b) $R_{in} = \infty \rightarrow I^- = I^+ = 0$

PSCÉ

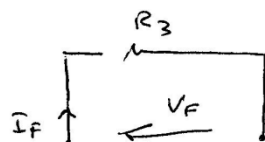
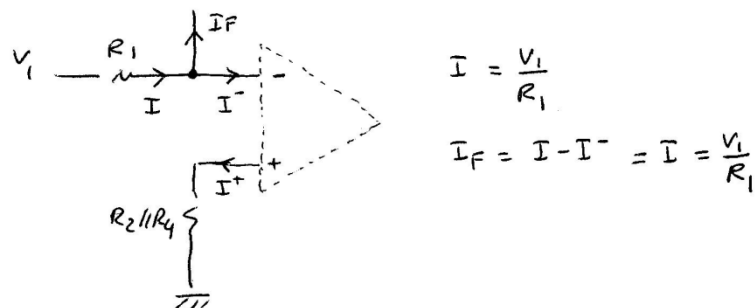
★ $V_2 \neq 0 \quad V_1 = 0$

PART. TENS. $V^+ = V_2 \frac{R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10}{12} V_2 = \frac{5}{6} V_2$

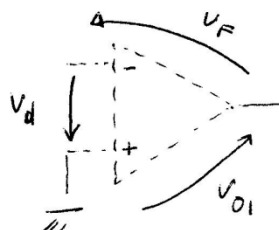
PART. TENS. $V_{02} = V^+ \frac{R_1 + R_3}{R_1} = V^+ 6 = 6 \cdot \frac{5}{6} V_2 = 5 V_2$

★ $V_1 \neq 0 \quad V_2 = 0$

$R_2 \parallel R_4 \quad I^+ = 0 \quad V^+ = 0 \quad V^- = V^+ = 0$



$V_F = R_3 I_F = R_3 \frac{V_1}{R_1} = 5 V_1$

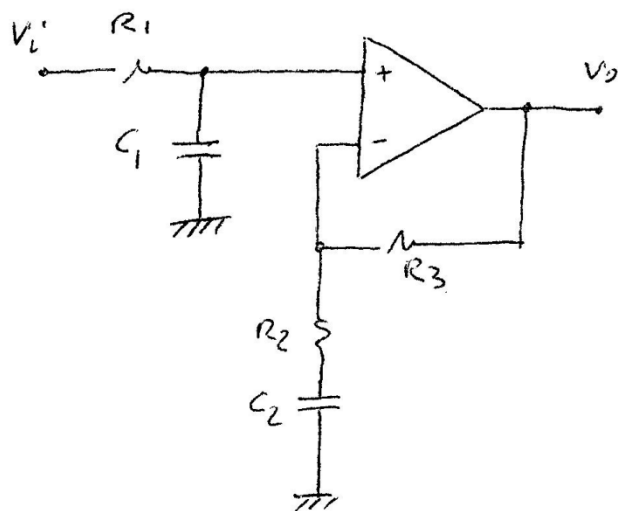


$V_{01} = -V_F - V_d = -V_F = -5 V_1$

$V_0 = V_{02} + V_{01} = 5 V_2 - 5 V_1 = 5 (V_2 - V_1)$

* $V_0 = V_2 \frac{R_4}{R_2 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} - \frac{R_3}{R_1} V_1$

2) RICAVARE LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO / POLI E ZERI



$$R_1 = 1\Omega$$

$$C_1 = 0,1F$$

$$C_2 = 1F$$

$$R_2 = 1\Omega$$

$$R_3 = 4\Omega$$

2) L_p OPAMP IDEALE $R_{in} = \infty \rightarrow I^+ = I^- = 0$

$$\Delta_d = \infty \rightarrow (\text{con } V_0 \text{ finito}) \quad V_d = \frac{V_0}{\Delta_d} = 0 \rightarrow V^- = V^+$$

$$V^+ = V_i \frac{\frac{1}{sC_1}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = V_i \frac{1}{1 + sR_1C_1} = \frac{1}{1 + 0,1s} V_i \quad \left(\begin{array}{l} \text{PARTITORE DI TENSIONE} \\ \text{con } I^+ = 0 \end{array} \right)$$

$$V^- = V^+ \quad \left(\text{con } \Delta_d = \infty \text{ e OPAMP IN FUNZ. LINEARE (CON } V_0 \text{ FINITO)} \right)$$

$$I^- = 0 \quad \Leftrightarrow \quad I_{R_3} = I_{Z_2} \rightarrow \text{PARTITORE DI TENSIONE}$$

$$V_0 = V^- \frac{R_3 + Z_2}{Z_2} = V^+ \frac{R_3 + Z_2}{Z_2} = V_i \frac{1}{1 + sR_1C_1} \cdot \frac{R_3 + Z_2}{Z_2}$$

$$\text{con } Z_2 = R_2 + \frac{1}{sC_2} = \frac{1 + sR_2C_2}{sC_2} = \frac{1 + s}{s}$$

$$V_0 = V_i \frac{1}{1 + sR_1C_1} \cdot \frac{R_3 + \frac{1 + sR_2C_2}{sC_2}}{\frac{1 + sR_2C_2}{sC_2}} = V_i \frac{1}{1 + sR_1C_1} \cdot \frac{1 + s(R_2 + R_3)C_2}{1 + sR_2C_2}$$

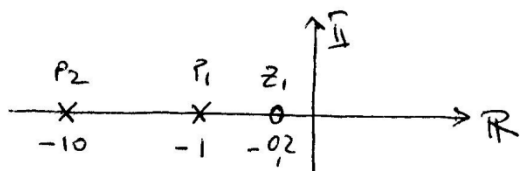
SOSTITUENDO

$$V_0 = V_i \frac{1 + 5s}{(1 + 0,1s)(1 + s)}$$

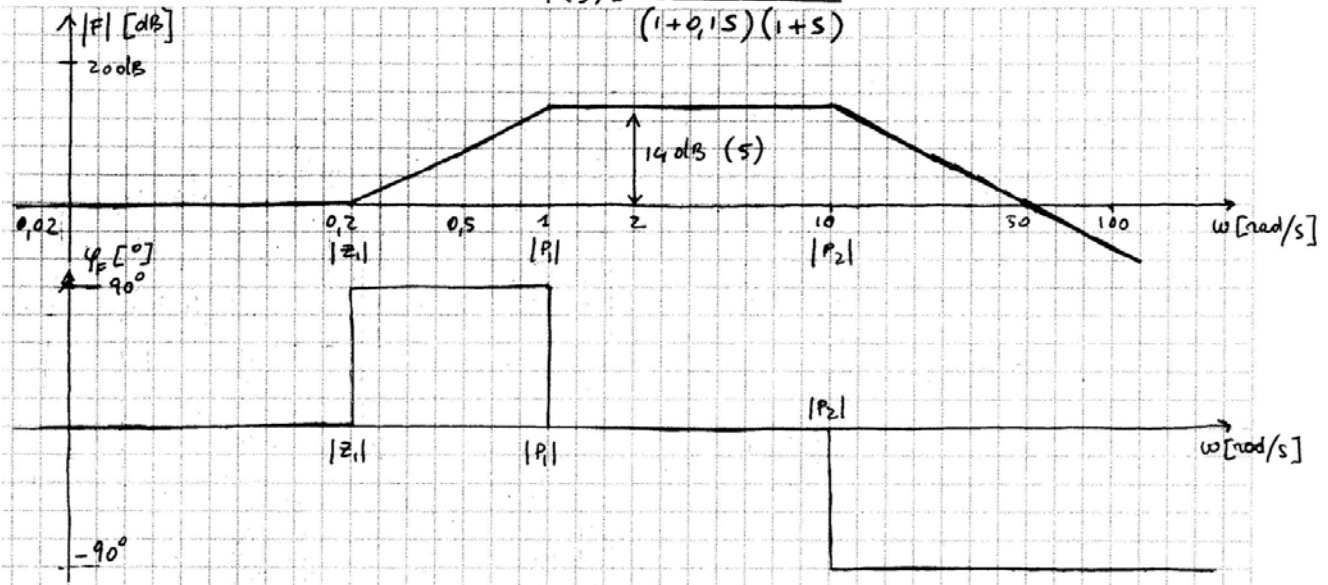
$$F(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{1 + 5s}{(1 + 0,1s)(1 + s)}$$

$$\text{ZERI } N(s) = 0 \rightarrow s = -0,2 \quad (z_1)$$

$$\text{POLI } D(s) = 0 \rightarrow \begin{array}{l} s = -1 \quad (p_1) \\ s = -10 \quad (p_2) \end{array}$$



$$F(s) = \frac{1 + 5s}{(1 + 0,1s)(1 + s)}$$



3) RICAVARE LE ESPRESSIONI DI MODULO E FASE DELLE SEGUENTI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

$$F_1(s) = \frac{10}{1 + \frac{s}{5}} \quad F_2(s) = -4(1 + 20s) \quad F_3(s) = -\frac{2}{5s}$$

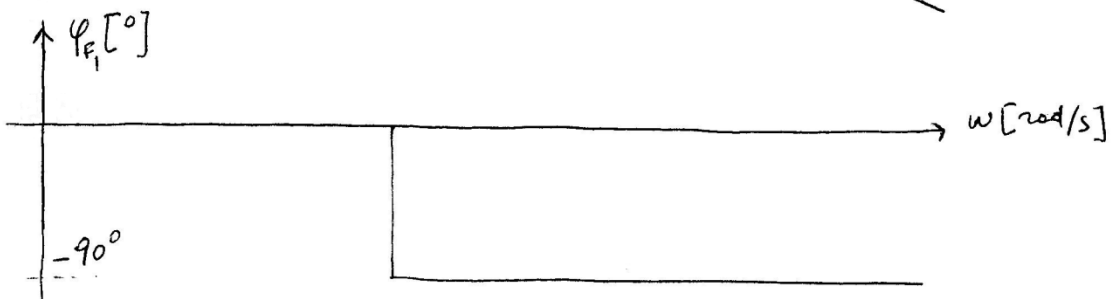
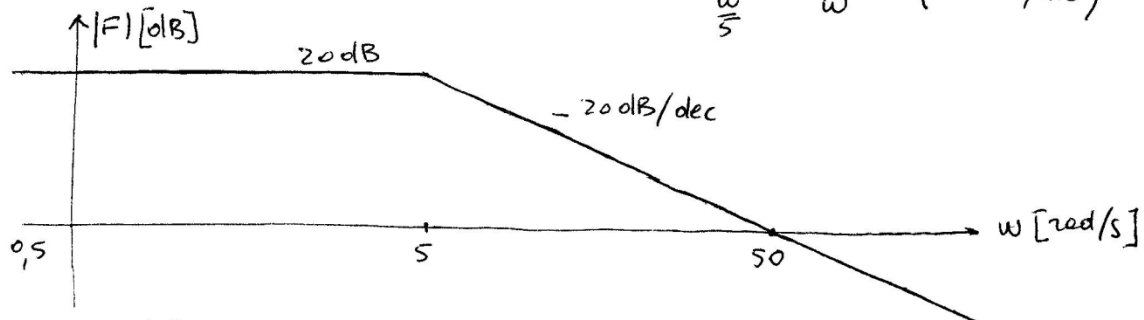
- SCRIVERE LE ESPRESSIONI APPROSSIMATE DEL MODULO NEI RELATIVI DOMINI
- TRACCIARE IN MODO COMPLETO I DIAGRAMMI DEL MODULO (IN DB) IN SCALA SEMILOGARITMICA; INDICARE SUGLI ASSI LE VARIABILI, LE UNITÀ DI MISURA, I VALORI DI PUNTI CARATTERISTICI CHE CONSENTANO UNA CHIARA LETTURA DEL DIAGRAMMA STESSO.
- TRACCIARE I DIAGRAMMI ASINTOTICI DELLE FASI

3) $F_1(s) = \frac{10}{1 + \frac{s}{5}} \quad s = j\omega \quad F(j\omega) = \frac{10}{1 + j\frac{\omega}{5}}$

$$|F_1| = \frac{10}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{5}\right)^2}}$$

$$\omega \ll 5 \quad |F_1| = 10 \quad \rightarrow F_1[\text{dB}] = 20 \log_{10} 10 = 20 \text{ dB}$$

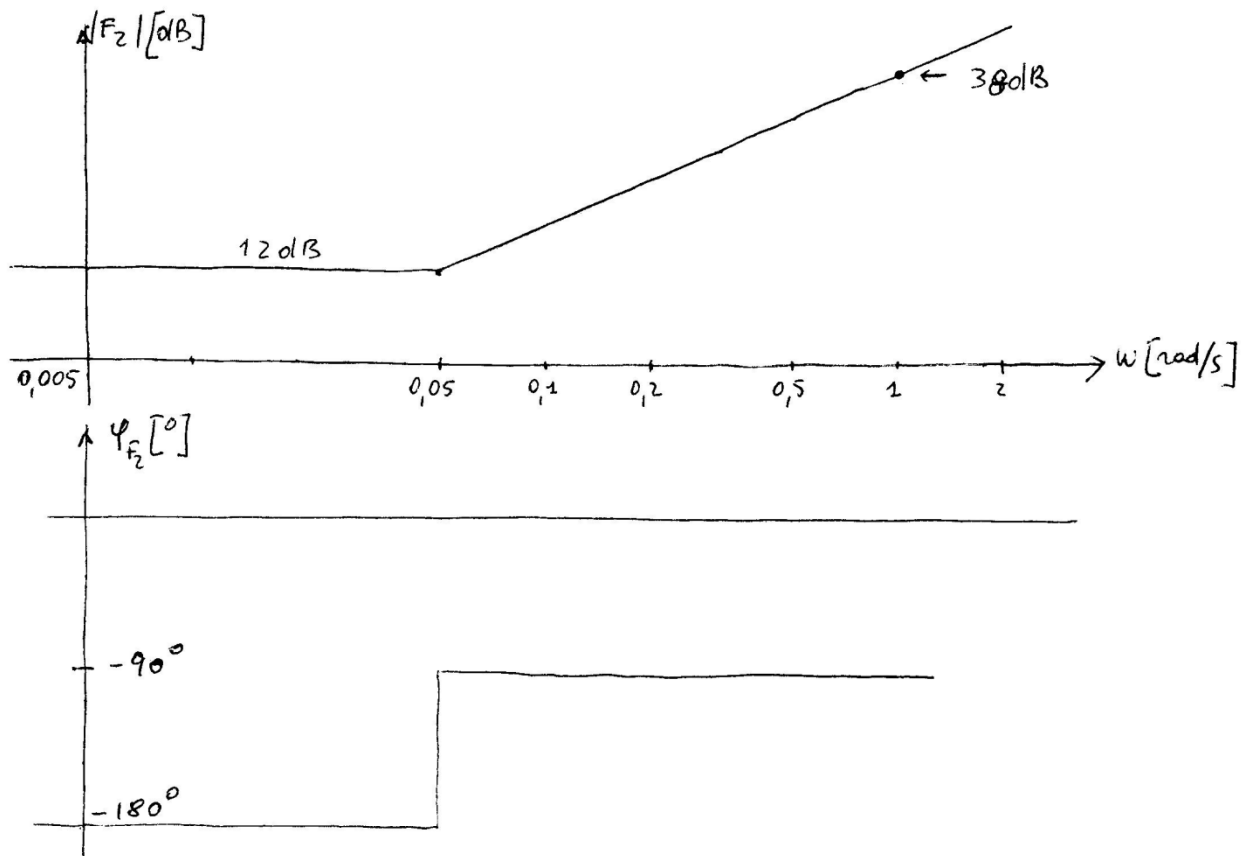
$$\omega \gg 5 \quad |F_1| = \frac{10}{\frac{\omega}{5}} = \frac{50}{\omega} \quad (-20 \text{ dB/dec})$$



$$F_2(s) = -4(1 + 20s) \quad s = j\omega \quad F(j\omega) = -4(1 + j20\omega)$$

$$|F_2| = 4 \sqrt{1 + (20\omega)^2} \quad \omega \ll \frac{1}{20} = 0,05 \quad |F_2| = 4 \rightarrow |F_2|[\text{dB}] = 20 \log_{10} 4 = 12 \text{ dB}$$

$$\omega \gg 0,05 \quad |F_2| = 4 \cdot 20\omega = 80\omega \quad (+20 \text{ dB/dec})$$

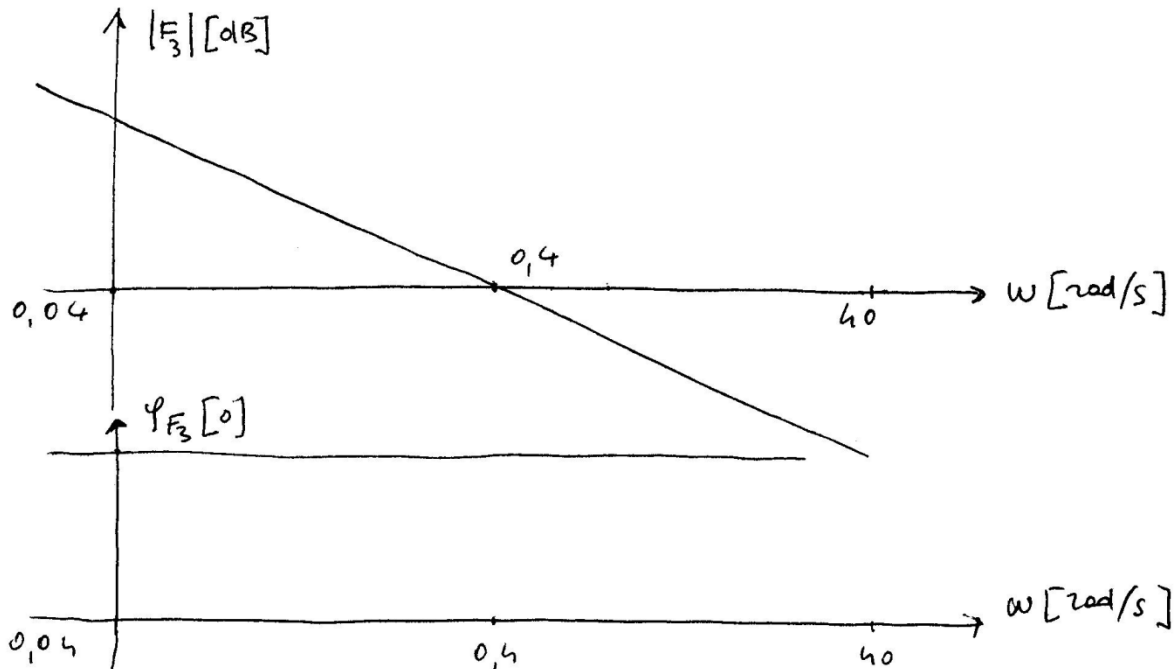


$$F_3(s) = -\frac{2}{5s} \quad s = j\omega \quad F_3(j\omega) = -\frac{2}{j5\omega} = j\frac{2}{5\omega}$$

$$|F_3| = \frac{2}{5\omega} = \frac{0,4}{\omega}$$

$$\ln \omega = 0,4 \quad |F_3| = 1 = 0 \text{ dB}$$

-20 dB/dec.



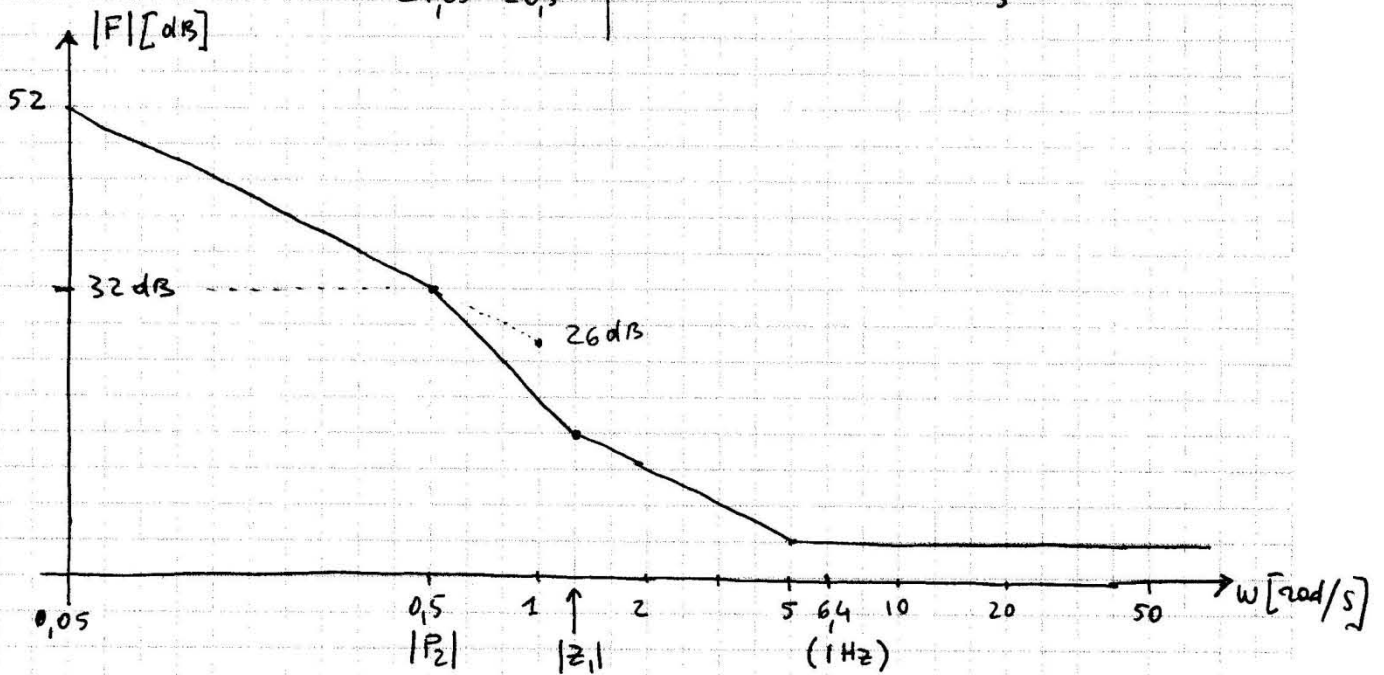
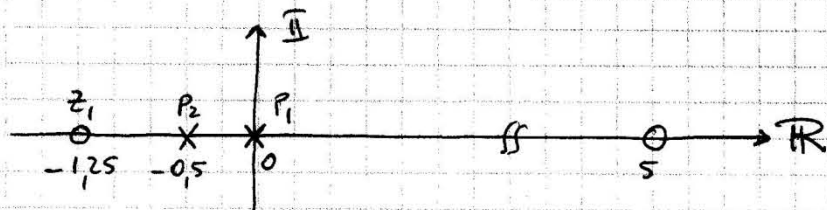
4) TRACCIARE IL DIAGRAMMA DI BODE ASINTOTICO DEL MODULO DELLA SEGUENTE FdT

$$F(s) = \frac{20(1+0,8s)(1-0,2s)}{s(1+2s)}$$

POLI E ZERI / RAPPRESENTAZIONE SU PIANO DI GAUSS

$$N(s) = 0 \quad \begin{cases} 1 + 0,8s = 0 & s = -\frac{1}{0,8} = -1,25 \quad (z_1) \\ 1 - 0,2s = 0 & s = \frac{1}{0,2} = 5 \quad (z_2) \end{cases}$$

$$D(s) = 0 \quad \begin{cases} s = 0 & (p_1) \\ 1 + 2s = 0 & s = -\frac{1}{2} = -0,5 \quad (p_2) \end{cases}$$



$$\text{in } \omega = 0,5 \quad |F| = \frac{20}{0,5} = 40$$

$$40 = 10 \cdot 4 \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 20 \text{ dB} + 12 \text{ dB} = 32 \text{ dB}$$

$$(\text{in } \omega = 1 \quad 20 = 10 \cdot 2) \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 20 \text{ dB} + 6 \text{ dB} = 26 \text{ dB}$$

$$\text{in } \omega \rightarrow \infty \quad |F| = \frac{20 \cdot 0,8 \cdot 0,2}{2} = 1,6 = \frac{16}{10} = \frac{2^4}{10} \Rightarrow 6 \times 4 \text{ dB} - 20 \text{ dB} = 4 \text{ dB}$$

$$F(s) = \frac{20(1+0,8s)(1-0,2s)}{s(1+2s)}$$

$$H(s) = k \cdot s^h \cdot \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{s}{s_i} \right)^{m_i}$$

k = 20
h = -1
H_R = 1

Frequenze di poli e zeri

w₁ = -5 m₁ = 1

w = 0,5; m = -1

w = 1,25; m = 1

w = -5; m = 1

Aggiungi

Elimina

Azzera

Disegna!

☐ Frequenza (s_i = 2·Pi·f_i)

☒ Pulsazione (s_i = w_i)

Frequenza infinita

H(s) = -1,6

Modulo : 4,08239965311 db

Fase : -Pi rad

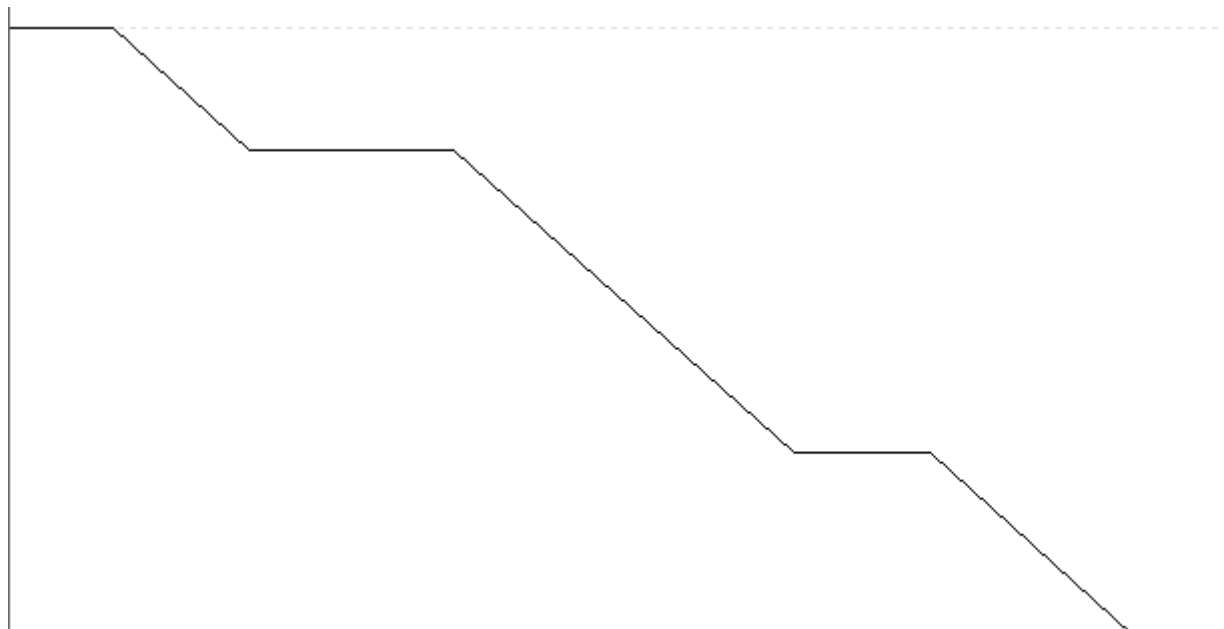
Frequenza nulla

H(s) = Infinito

Modulo : +Infinito db

Fase : -0,5Pi rad

Frequenza (Hz)	0,08	0,199	0,796
Pulsazione (rad/s)	0,5	1,25	5,0
Modulo in db (asintot.)	32,041	16,124	4,082
Fase (asintot.)	-0,599Pi	-0,699Pi	-0,599Pi



$$F(s) = \frac{20s(1-0,2s)}{(1+2s)(1+0,8s)}$$

$$H(s) = k \cdot s^h \cdot \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{s}{s_i} \right)^{m_i}$$

Disegna!

☐ Frequenza (s_i = 2·Pi·f_i)
 ☒ Pulsazione (s_i = w_i)

k =
 h =
 H_R =

Frequenze di poli e zeri
 w_i = m_i =
 w = 0,5; m = -1
 w = 1,25; m = -1
 w = -5; m = 1

Aggiungi
 Elimina
 Azzerà

Frequenza infinita
 H(s) =
 Modulo : db
 Fase : rad

Frequenza nulla
 H(s) =
 Modulo : db
 Fase : rad

Frequenza (Hz)	0,08	0,199	0,796
Pulsazione (rad/s)	0,5	1,25	5,0
Modulo in db (asintot.)	20,0	20,0	7,959
Fase (asintot.)	0,401Pi	-0,199Pi	0,099Pi

The figure displays the Bode plot for the transfer function $F(s) = \frac{20s(1-0,2s)}{(1+2s)(1+0,8s)}$. The plot consists of two parts: a magnitude plot (top) and a phase plot (bottom).

Magnitude Plot (Top): The magnitude is plotted in dB against frequency in Hz. The plot shows a piecewise linear approximation with the following segments:

- From 0 Hz to 0.08 Hz, the magnitude increases linearly from 20 dB to 40 dB.
- From 0.08 Hz to 0.199 Hz, the magnitude is constant at 40 dB.
- From 0.199 Hz to 0.796 Hz, the magnitude decreases linearly from 40 dB to 8 dB.
- From 0.796 Hz to infinity, the magnitude is constant at 8 dB.

Phase Plot (Bottom): The phase is plotted in degrees against frequency in Hz. The plot shows a smooth curve that starts at 0 degrees, rises to a peak of approximately 40 degrees at 0.08 Hz, and then decreases, approaching 0 degrees at high frequencies. The curve is marked with a red dashed line at 0 degrees and a green dashed line at 40 degrees.

$$F(s) = \frac{100}{s^2} \cdot \frac{(1+0.2s)}{(1+0.01s)}$$

Espressione del MODULO

$$|F(j\omega)| = \frac{100}{\omega^2} \cdot \frac{\sqrt{1+(0.2\omega)^2}}{\sqrt{1+(0.01\omega)^2}} \quad |F(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10} |F(j\omega)|$$

Espressione della FASE

$$\varphi[F(j\omega)]^\circ = -180^\circ + \operatorname{atg}0.2\omega - \operatorname{atg}0.01\omega$$

DIAGRAMMI DI BODE

Diagramma asintotico del MODULO

- per $\omega \leq 5$ $|F(j\omega)| = \frac{100}{\omega^2}$
- punto di passaggio
 - per $\omega = 1$ $|F(j\omega)| = 100$ $|F(j\omega)|_{dB} = 40 \text{ dB}$
 - (per $\omega = 5$ $|F(j\omega)| = \frac{100}{5^2} = 4$ $|F(j\omega)|_{dB} = 12 \text{ dB}$)
- pendenza iniziale ($\omega < 5$)
 - 2 poli nell'origine \rightarrow pendenza iniziale = -2 (-40dB/dec)
- cambi di pendenza (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di pendenza	pendenza complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO	+1 ($+20\text{dB/dec}$)	-1 (-20dB/dec)
da	$\omega = 100$	POLO	-1 (-20dB/dec)	-2 (-40dB/dec)
- pendenza finale ($\omega > 100$)
 - $\text{pendenza finale} = N_{zeri} - N_{poli} = 1 - 3 = -2$ (-40dB/dec)

Diagramma asintotico della FASE

- fase iniziale ($\omega < 5$)
 - guadagno $\mu = 100 > 0$ $\varphi_\mu = 0^\circ$
 - poli/zeri nell'origine $\varphi_{p/z} = -2 \cdot 90^\circ = -180^\circ$
 - $\text{fase iniziale} = \varphi_\mu + \varphi_{p/z} = -180^\circ$
- cambi di fase (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di fase	fase complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO sx	$+90^\circ$	-90°
da	$\omega = 100$	POLO sx	-90°	-180°
- fase finale ($\omega > 100$)
 - $\text{fase finale} = \text{fase iniziale} + (N_{zerisx} - N_{polisx} - N_{zeridx} + N_{polidx}) \cdot 90^\circ = -180^\circ$

Intervallo di rappresentazione dei diagrammi

- pulsazione iniziale $\omega_i = \frac{1}{10} \cdot \min(\text{tra } |poli| \text{ e } |zeri|)$ $\omega_i = 0.5 \text{ rad/s}$
- pulsazione finale $\omega_f = 10 \cdot \max(\text{tra } |poli| \text{ e } |zeri|)$ $\omega_f = 1000 \text{ rad/s}$

$$F(s) = 100 \cdot \frac{(1+0.2s)}{(1+0.01s)}$$

Espressione del MODULO

$$|F(j\omega)| = 100 \cdot \frac{\sqrt{1+(0.2\omega)^2}}{\sqrt{1+(0.01\omega)^2}} \quad |F(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10} |F(j\omega)|$$

Espressione della FASE

$$\varphi[F(j\omega)]^\circ = 0^\circ + \text{atg}0.2\omega - \text{atg}0.01\omega$$

DIAGRAMMI DI BODE

Diagramma asintotico del MODULO

- per $\omega \leq 5$ $|F(j\omega)| = 100$ $|F(j\omega)|_{dB} = 40 \text{ dB}$
- pendenza iniziale ($\omega < 5$)

∄ poli/zeri nell'origine → pendenza iniziale = 0 (0dB/dec)

- cambi di pendenza (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di pendenza	pendenza complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO	+1 (+20dB/dec)	+1 (+20dB/dec)
da	$\omega = 100$	POLO	-1 (-20dB/dec)	0 (0dB/dec)

- pendenza finale ($\omega > 100$)

$$\text{pendenza finale} = N_{zeri} - N_{poli} = 1 - 1 = 0 \quad (0\text{dB/dec})$$

- modulo finale ($\omega > 100$)

$$|F(j\omega)| = 100 \cdot \frac{0.2}{0.01} = 2000 \quad |F(j\omega)|_{dB} = 66 \text{ dB}$$

Diagramma asintotico della FASE

- fase iniziale ($\omega < 5$)

$$\text{guadagno } \mu = 100 > 0 \quad \varphi_\mu = 0^\circ$$

$$\nexists \text{ poli/zeri nell'origine} \quad \varphi_{p/z} = 0 \cdot 90^\circ = 0^\circ$$

$$\text{fase iniziale} = \varphi_\mu + \varphi_{p/z} = 0^\circ$$

- cambi di fase (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di fase	fase complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO sx	+90°	+90°
da	$\omega = 100$	POLO sx	-90°	0°

- fase finale ($\omega > 100$)

$$\text{fase finale} = \text{fase iniziale} + (N_{zerisx} - N_{polisx} - N_{zeridx} + N_{polidx}) \cdot 90^\circ = 0^\circ$$

Intervallo di rappresentazione dei diagrammi

- pulsazione iniziale $\omega_i = \frac{1}{10} \cdot \min(\text{tra } |poli| \text{ e } |zeri|)$ $\omega_i = 0.5 \text{ rad/s}$
- pulsazione finale $\omega_f = 10 \cdot \max(\text{tra } |poli| \text{ e } |zeri|)$ $\omega_f = 1000 \text{ rad/s}$

$$F(s) = -10 \cdot s \cdot \frac{(1+0.2s)}{(1+0.01s)}$$

Espressione del MODULO

$$|F(j\omega)| = 10 \cdot \omega \cdot \frac{\sqrt{1+(0.2\omega)^2}}{\sqrt{1+(0.01\omega)^2}} \quad |F(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} |F(j\omega)|$$

Espressione della FASE

$$\varphi[F(j\omega)]^\circ = -180^\circ + 90^\circ + \operatorname{atg} 0.2\omega - \operatorname{atg} 0.01\omega$$

DIAGRAMMI DI BODE

Diagramma asintotico del MODULO

- per $\omega \leq 5$ $|F(j\omega)| = \frac{100}{\omega^2}$
- punto di passaggio

$$\text{per } \omega = 1 \quad |F(j\omega)| = 10 \quad |F(j\omega)|_{dB} = 20 \text{ dB}$$

$$(\text{ per } \omega = 5 \quad |F(j\omega)| = 10 \cdot 5 = 50 \quad |F(j\omega)|_{dB} = 40 - 6 = 34 \text{ dB})$$

- pendenza iniziale ($\omega < 5$)

$$1 \text{ zero nell'origine} \rightarrow \text{pendenza iniziale} = +1 \quad (+20\text{dB/dec})$$

- cambi di pendenza (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di pendenza	pendenza complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO	+1 (+20dB/dec)	+2 (+40dB/dec)
da	$\omega = 100$	POLO	-1 (-20dB/dec)	+1 (+20dB/dec)

- pendenza finale ($\omega > 100$)

$$\text{pendenza finale} = N_{zeri} - N_{poli} = 2 - 1 = 1 \quad (+20\text{dB/dec})$$

Diagramma asintotico della FASE

- fase iniziale ($\omega < 5$)

$$\text{guadagno } \mu = -10 < 0 \quad \varphi_\mu = -180^\circ$$

$$\text{poli/zeri nell'origine} \quad \varphi_{p/z} = +1 \cdot 90^\circ = +90^\circ$$

$$\text{fase iniziale} = \varphi_\mu + \varphi_{p/z} = -90^\circ$$

- cambi di fase (in corrispondenza di poli e zeri)

			variazione di fase	fase complessiva
da	$\omega = 5$	ZERO sx	+90°	0°
da	$\omega = 100$	POLO sx	-90°	-90°

- fase finale ($\omega > 100$)

$$\text{fase finale} = \text{fase iniziale} + (N_{zerisx} - N_{polisx} - N_{zeridx} + N_{polidx}) \cdot 90^\circ = -90^\circ$$

Intervallo di rappresentazione dei diagrammi

- pulsazione iniziale $\omega_i = \frac{1}{10} \cdot \min(\text{tra } |poli| \text{ e } |zeri|)$ $\omega_i = 0.5 \text{ rad/s}$
- pulsazione finale $\omega_f = 10 \cdot \max(\text{tra } |poli| \text{ e } |zeri|)$ $\omega_f = 1000 \text{ rad/s}$