

■ Agli inizi del '900 furono gettate le fondamenta teoriche che avrebbero portato alla realizzazione delle fibre ottiche per telecomunicazioni: nessuno poteva allora immaginare che tali studi avrebbero consentito lo sviluppo degli attuali sistemi di trasmissione utilizzati nei collegamenti sia a lunga che a breve distanza. Grazie all'invenzione del laser (1962) e agli studi sui vetri a basse perdite (1966) fu infatti possibile realizzare le moderne fibre ottiche, molto più competitive rispetto a tutte le altre tipologie di cavi. Da quel momento iniziò una competizione tra le aziende produttrici che ha portato agli attuali standard, consentendo alle fibre ottiche di diventare il principale mezzo trasmissivo delle comunicazioni mondiali.

E2.1 La luce come portante trasmissivo

L'impiego della luce come mezzo di comunicazione è remoto e risale ai tempi degli antichi Romani i quali, per controllare militarmente il loro impero avevano realizzato una vera e propria "rete di telecomunicazioni", utilizzando come mezzo trasmissivo segnali luminosi generati da fuochi accesi su alture o torri (che partendo da Roma attraversavano la Gallia, la Spagna, lo stretto di Gibilterra, l'Africa mediterranea, le zone del Tigri e dell'Eufrate e attraverso la valle del Danubio si richiudevano a Roma).

Tuttavia, l'idea di utilizzare un fascio luminoso come portante trasmissivo e sfruttarne le sue grandi potenzialità, si sviluppò su basi scientifiche soltanto all'inizio del ventesimo secolo.

La luce infatti è un'oscillazione elettromagnetica avente frequenza intorno a 100.000 miliardi di cicli al secondo, circa 10.000 volte superiore a quella delle onde radio di frequenza più elevata e pertanto non passò inosservata agli studiosi la possibilità di realizzare sistemi di telecomunicazioni con capacità di trasporto elevatissime.

L'inizio dell'impiego della luce come portante trasmissivo è però abbastanza recente.

Infatti, la possibilità di utilizzare un "condotto ottico" in grado di realizzare reti di telecomunicazioni a grande capacità, ebbe notevole impulso con l'invenzione del LASER (Light, Amplification, by Stimulated, Emission of Radiation) che, contrariamente alle altre sorgenti di luce fino ad allora note, è in grado di produrre un intenso raggio di luce monocromatica, direttiva e stabile in ampiezza e frequenza.

Agli inizi sembrò naturale utilizzare il fascio laser modulandolo e facendolo propagare attraverso l'atmosfera come le onde radio. Sorsero però notevoli difficoltà, soprattutto legate al notevole assorbimento e alla diffusione del fascio di luce a causa della presenza nell'atmosfera di fenomeni come pioggia, neve, nebbia, smog e turbolenze.

L'interesse dei ricercatori si orientò così verso una struttura guidante che consentisse la propagazione della luce in un ambiente protetto: iniziò così l'era delle **fibre ottiche**, sottilissimi fili di vetro in grado di guidare al loro interno la luce.

Le prime realizzazioni dimostrarono però notevoli limiti in quanto presentavano attenuazioni del segnale luminoso così elevate da limitarne l'utilizzo a brevi collegamenti ma gradualmente, ottimizzando i processi di costruzione, si arrivò a produrre fibre a bassissima attenuazione ($0,2+0,3$ dB/km), tanto che oggi esse costituiscono il portante fondamentale delle reti di telecomunicazioni in tutto il mondo.

E2.2 Collegamento in fibra ottica

Come mostrato in **figura E2.1**, le parti fondamentali di un collegamento in fibra ottica sono le seguenti:

- il convertitore elettrico-ottico;
- la fibra ottica (mezzo trasmissivo);
- il convertitore ottico-elettrico.

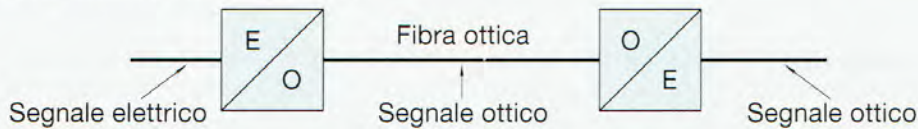


Figura E2.1

Schema di principio di un collegamento in fibra ottica.

Essendo i segnali che trasportano le informazioni di natura elettrica, per poterli trasmettere attraverso una fibra ottica è necessario convertirli in segnali ottici mediante un convertitore elettrico-ottico, fondamentalmente costituito da una sorgente ottica modulata dal segnale elettrico da convertire, che emette un fascio luminoso la cui intensità è proporzionale al livello del segnale elettrico stesso. In ricezione deve essere effettuata l'operazione inversa, cioè la conversione del segnale ottico nel corrispondente segnale elettrico; tale operazione è eseguita dal convertitore ottico-elettrico, cioè un rivelatore ottico in grado di trasformare l'energia luminosa ricevuta in un segnale elettrico.

I due convertitori, elettrico-ottico e ottico-elettrico, sono connessi mediante la fibra ottica, che costituisce il mezzo trasmissivo che trasporta il raggio luminoso.

I primi sistemi di comunicazione luminosa su fibra ottica, utilizzavano l'intervallo di lunghezze d'onda compreso tra 0,82 e 0,90 μm , ma successivamente furono impiegate gamme intorno a 1,3 e 1,55 μm in quanto, come si vedrà in seguito, consentono di realizzare collegamenti a capacità e lunghezza notevolmente superiori ai primi.

E2.3 Richiami sulla teoria della propagazione guidata della luce

Il fenomeno fisico su cui si basa il funzionamento di una fibra ottica è la riflessione totale, che si verifica quando un fascio di luce incide sulla superficie di separazione di due mezzi, otticamente trasparenti, ma aventi diversa densità e quindi diverso indice di rifrazione (si ricordi che l'indice di rifrazione di un mezzo è dato dal rapporto tra la velocità di propagazione della luce c nel vuoto e la velocità di propagazione della luce

u nel mezzo considerato, cioè: $n = \frac{c}{u}$).

Con riferimento alla **figura E2.2**, se un fascio luminoso che si propaga in un mezzo avente indice di rifrazione n_1 , incide con un angolo ϕ_i sulla superficie che lo separa da un secondo mezzo, caratterizzato da un indice di rifrazione $n_2 < n_1$, parte del raggio è riflessa nel primo mezzo con un angolo ϕ_r pari a quello di incidenza, mentre la rimanente parte attraversa il secondo mezzo, subendo però una deviazione della sua traiettoria (raggio rifratto), con un angolo ϕ'_r tale da soddisfare la legge di Snell:

$$\frac{\sin \phi_i}{\sin \phi'_r} = \frac{n_2}{n_1}$$

[E2.1]

Legge di Snell

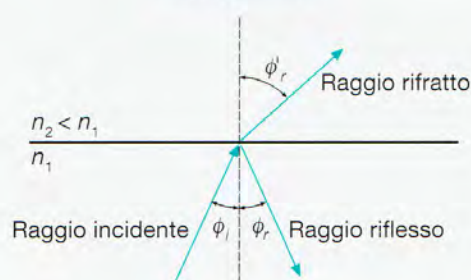


Figura E2.2

Rappresentazione schematica dei fenomeni di riflessione e rifrazione.

Se l'angolo di incidenza è nullo, cioè il raggio è perpendicolare alla superficie di separazione dei due mezzi, anche l'angolo di rifrazione è nullo e il fascio luminoso penetra nel secondo mezzo senza subire alcuna deviazione. Aumentando l'angolo d'incidenza, anche quello di rifrazione aumenta e, a un certo punto, l'angolo incidente assume un valore tale che il corrispondente raggio rifratto risulta radente alla superficie di separazione, cioè ϕ_r' diventa pari a 90° (**figura E2.3**). L'angolo di incidenza, in corrispondenza del quale si verifica tale condizione, prende il nome di angolo limite (ϕ_L), cioè:

$$\phi_L \Rightarrow \phi_r' = 90^\circ$$

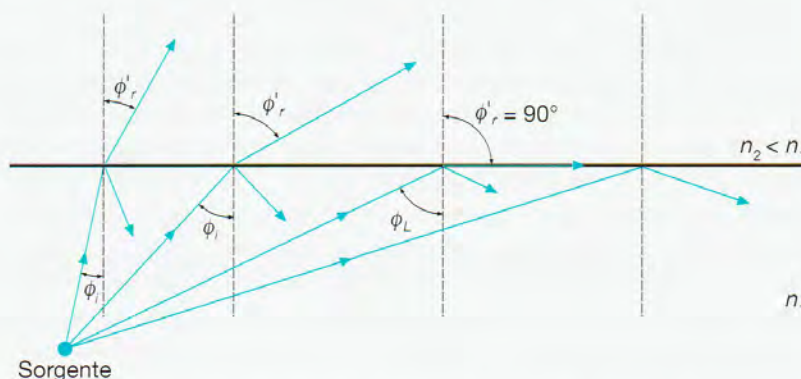
Per l'equazione [E2.1] si ha:

$$\text{sen } \phi_L = \frac{n_2}{n_1} \quad [\text{E2.2}]$$

Il seno dell'angolo limite è quindi pari al rapporto tra gli indici di rifrazione dei due mezzi.

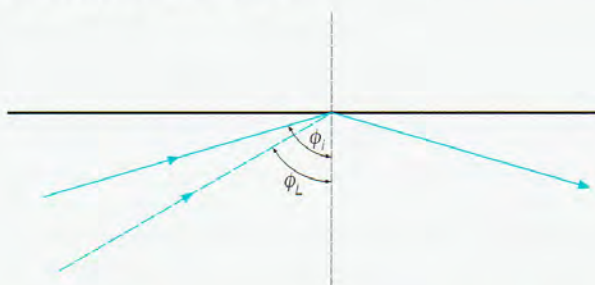
Valore dell'angolo di incidenza in corrispondenza dell'angolo limite

Figura E2.3
Angolo limite.



Per angoli incidenti superiori all'angolo limite, il fascio rifratto è assente e si ha solo quello riflesso che pertanto contiene tutta l'energia del fascio incidente (**figura E2.4**). Proprio su questo fenomeno, che prende il nome di **riflessione totale**, è basata la propagazione della luce nelle fibre ottiche.

Figura E2.4
Riflessione totale.



E2.4 Principio di funzionamento di una fibra ottica e modi di propagazione

Una fibra ottica è formata da un nucleo cilindrico centrale (*core* in inglese) di materiale dielettrico trasparente avente indice di rifrazione n_1 , rivestito da un materiale della stessa natura, detto mantello (*cladding* in inglese), il cui indice di rifrazione n_2 è minore di quello del core in modo tale da avere, nel punto di contatto, una brusca variazione dell'indice di rifrazione.

Per quanto visto nel paragrafo precedente, se un fascio di luce inviato nel core incide sulla superficie di separazione fra i due materiali con un angolo superiore a quello limite, esso viene totalmente riflesso e pertanto rimane confinato all'interno del core propagandosi lungo la fibra senza perdita di energia per rifrazione (**figura E2.5**): in questo caso il fascio si dice **guidato**.

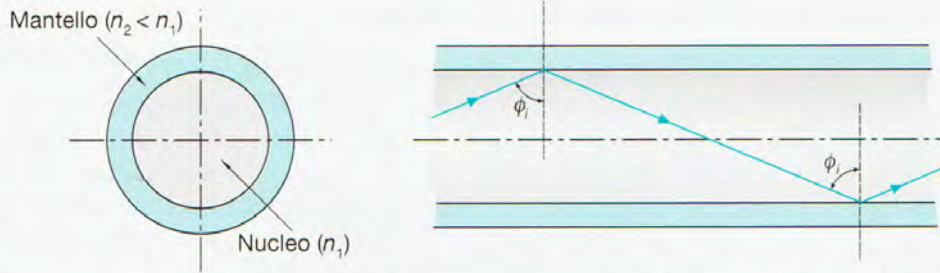


Figura E2.5
Principio di funzionamento di una fibra ottica.

Se invece, oltre alla riflessione il fascio subisce anche la rifrazione, parte della sua energia esce dal core e penetra nel cladding e a ogni successiva incidenza diventa più debole sino a scomparire del tutto: in questo caso si dice che il fascio è di tipo **irradiato**.

Per evitare tale irradiazione è di fondamentale importanza conoscere quali sono i limiti angolari entro i quali convogliare il fascio luminoso, affinché esso rimanga confinato all'interno della fibra (cioè sia di tipo guidato). A tal proposito è possibile dimostrare che tutti i fasci incidenti sulla superficie di separazione core/cladding con un angolo minore dell'angolo limite sono di tipo irradiato, ma non tutti quelli che incidono tale superficie con un angolo maggiore dell'angolo limite sono di tipo guidato.

La condizione che l'angolo di incidenza sia maggiore dell'angolo limite è pertanto una condizione necessaria ma non sufficiente per la propagazione guidata della luce. In una fibra ottica infatti possono essere trasmessi solo fasci luminosi aventi determinate inclinazioni rispetto al proprio asse, detti **modi di propagazione**. In altre parole in una fibra ottica sono permessi solo alcuni modi di propagazione, in modo analogo a quanto avviene nelle guide d'onda.

I modi di propagazione dipendono dalla lunghezza d'onda λ della radiazione trasmessa e dalle caratteristiche della fibra; il loro numero è dato dalla seguente relazione:

$$M = \frac{\pi^2 d^2 (NA)^2}{2\lambda^2} \quad [E2.3]$$

Modi di propagazione

dove d è il diametro del core e NA l'**apertura numerica**, un parametro che caratterizza l'accoppiamento della fibra con la sorgente della radiazione così definita:

$$NA = n_0 \sin \phi_M \quad [E2.4]$$

Apertura numerica

in cui n_0 è l'indice di rifrazione dell'ambiente esterno all'ingresso della fibra (in genere aria) e ϕ_M l'**angolo di accettazione** (cono di accettazione nello spazio tridimensionale), cioè l'angolo massimo all'interno del quale devono essere contenuti i fasci incidenti all'ingresso della fibra affinché essi siano di tipo guidato, come mostrato in **figura E2.6**. Applicando la legge di Snell all'ingresso della fibra (sezione 1 di figura E2.6) si ha:

$$\frac{\sin \phi_M}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi_L \right)} = \frac{n_1}{n_0} \Rightarrow \frac{\sin \phi_M}{\cos \phi_L} = \frac{n_1}{n_0} \Rightarrow \sin \phi_M = \cos \phi_L \frac{n_1}{n_0}$$

essendo $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi_L \right) = \cos \phi_L$

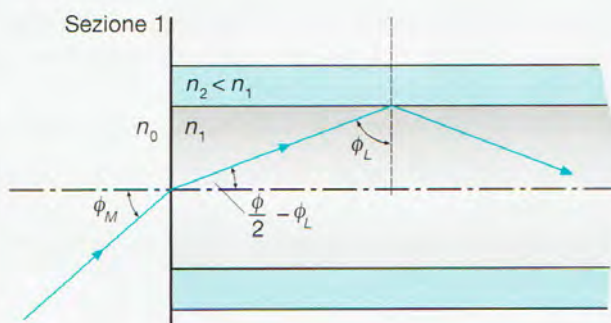


Figura E2.6
Angolo di accettazione.

Considerando $n_0 = 1$ (aria), dalla [E2.4] si ottiene:

$$NA = n_0 \sin \phi_M = n_1 \cos \phi_L = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \phi_L}$$

la quale per la [E2.2] diventa:

**Apertura
numerica in
funzione degli
indici di rifrazione**

$$NA = n_1 \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad [E2.5]$$

L'apertura numerica di una fibra ottica dipende pertanto dalla differenza tra gli indici di rifrazione dei materiali con i quali sono realizzati il core e il cladding.

I valori tipici che può assumere l'apertura numerica delle fibre ottiche utilizzate nelle telecomunicazioni variano tra 0,17 e 0,25, corrispondenti ad angoli di accettazione compresi tra 10° e 15° .

ESEMPIO 1

Il diametro del core di una fibra ottica multimodale è $50 \mu\text{m}$ e gli indici di rifrazione del core e del cladding sono rispettivamente $n_1 = 1,56$ e $n_2 = 1,54$. Nel caso la lunghezza d'onda di lavoro sia $0,82 \mu\text{m}$, determinare il numero dei modi che si possono propagare nella fibra.

■ Il numero dei modi che si possono propagare nella fibra viene calcolato tramite l'equazione [E2.3]. Prima occorre però determinare l'apertura numerica NA , che per l'equazione [E2.5] vale:

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,56^2 - 1,54^2} = 0,248$$

Si ha quindi:

$$M = \frac{\pi^2 d^2 (NA)^2}{2\lambda^2} = \frac{\pi^2 (50 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0,248^2}{2 \cdot (0,82 \cdot 10^{-6})^2} \approx 1128 \text{ modi}$$

ESEMPIO 2

L'angolo di accettazione di una fibra ottica multimodale è $\phi_M = 12^\circ$. Nel caso l'indice di rifrazione del cladding sia $n_2 = 1,44$, determinare l'indice di rifrazione del core.

■ Supponendo che l'ambiente esterno sia l'aria (indice di rifrazione $n_0 = 1$), per l'equazione [E2.4] l'apertura numerica della fibra vale:

$$NA = n_0 \sin \phi_M = \sin \phi_M = \sin 12^\circ = 0,21$$

Dalla [E2.5] si può quindi ricavare l'indice di modulazione del core:

$$n_1 = \sqrt{NA^2 + n_2^2} = \sqrt{0,21^2 + 1,44^2} \approx 1,45$$

► Scheda E4.1, p. 384

► Scheda E4.2, p. 385

► Scheda E4.3, p. 387

E2.5 Attenuazione nelle fibre ottiche

Una fibra ottica, come del resto qualsiasi mezzo trasmissivo, introduce un'attenuazione che provoca una riduzione della potenza ottica ricevuta rispetto a quella trasmessa.

L'attenuazione è una delle caratteristiche più importanti di una fibra ottica, in quanto determina la massima lunghezza del collegamento tra trasmettitore e ricevitore senza l'impiego di dispositivi intermedi di amplificazione/rigenerazione del segnale.

Inoltre, essendo i rigeneratori apparati costosi sia come costruzione, sia come installazione e manutenzione, le caratteristiche di attenuazione della fibra hanno una grande influenza sul costo dell'intero sistema trasmissivo.

Le tipologie di attenuazione possono essere suddivise nelle seguenti due categorie:

- **attenuazione intrinseca**, dipendente dalle caratteristiche del processo tecnologico di realizzazione della fibra;
- **attenuazione estrinseca**, dovuta alle modalità di interconnessione tra vari tronchi di fibra che realizzano il collegamento.

Perdite intrinseche

Perdite per scattering di Rayleigh. Sono dovute alla disomogeneità della pasta vetrosa che compone la fibra e alle discontinuità generate da microscopiche imperfezioni meccaniche, come variazioni del diametro e della forma del core.

Tali irregolarità rappresentano dei veri e propri punti di diffusione disposti all'interno della fibra che disperdono parte dell'energia del fascio luminoso in tutte le direzioni con conseguente attenuazione della potenza dei raggi in quanto, una parte di essi, esce dal cono di accettazione irradiandosi nel cladding, come indicato nella **figura E2.7**.

Le perdite di tipo intrinseco dovute allo scattering di Rayleigh (P_{SR}) sono, per loro natura, inevitabili e dipendono dalla lunghezza d'onda λ della radiazione impiegata secondo la seguente legge:

$$P_{SR} = \frac{K}{\lambda^4} \quad [E2.6]$$

dove K , che mediamente vale 0,85, è una costante che dipende dal tipo di materiale impiegato per la costruzione della fibra.

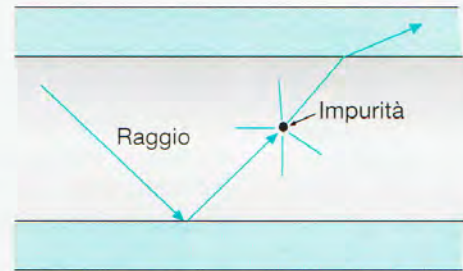


Figura E2.7
Scattering di Rayleigh.

Perdite dovute allo scattering di Rayleigh

Attenuazione per assorbimento

Questa tipologia di attenuazione, dovuta all'assorbimento dell'energia luminosa da parte delle impurità presenti all'interno della pasta vetrosa impiegata per costruire la fibra, dipende dalla lunghezza d'onda utilizzata.

Nella produzione delle fibre ottiche è quindi estremamente importante curare la purezza del materiale utilizzato, operando secondo procedimenti costruttivi che assicurino un rigoroso controllo delle condizioni alle quali vengono processati i materiali anche se non è praticamente possibile eliminare completamente tutte le impurità.

Rimangono pertanto sempre residui di alcune sostanze all'interno della fibra che provocano picchi di assorbimento in corrispondenza di alcune lunghezze d'onda.

Finestre ottiche

Gli effetti prodotti dall'attenuazione intrinseca dovuta ai fenomeni di scattering e assorbimento sono indicati in **figura E2.8**, dove sono riportate le attenuazioni relative allo scattering di Rayleigh e l'attenuazione totale (scattering + assorbimento) in funzione della lunghezza d'onda.

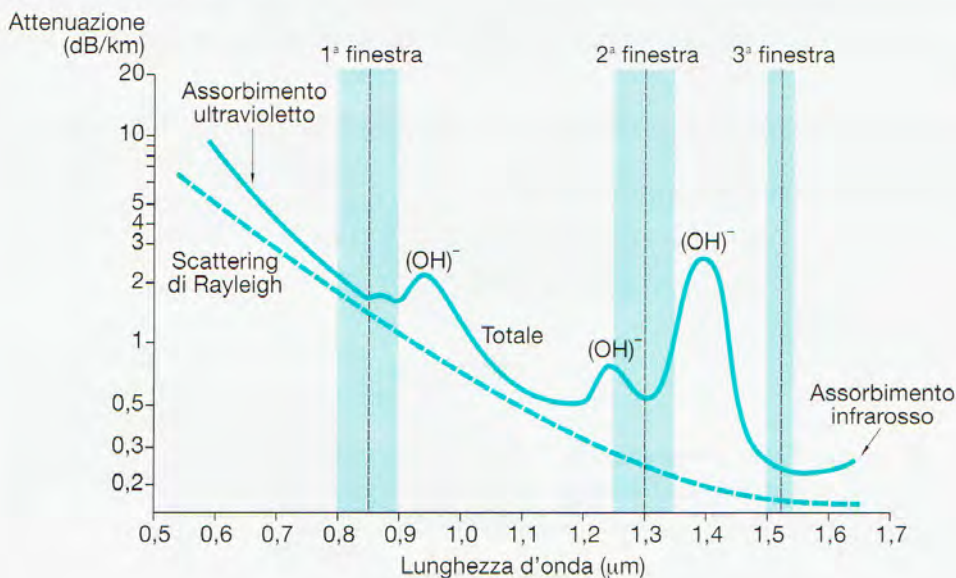


Figura E2.8
Attenuazione intrinseca e totale di una fibra ottica in funzione della lunghezza d'onda.

In particolare si può osservare che sono presenti picchi di attenuazione intorno a 0,95, 1,25 e 1,4 μm dovuti all'assorbimento dei gruppi ossidrilici (OH^-) e incrementi (aumento della pendenza della curva) nelle zone dell'infrarosso e dell'ultravioletto in quanto anche per $\lambda < 0,8 \mu\text{m}$ e $\lambda > 1,55 \mu\text{m}$ sono presenti fenomeni di assorbimento significativi.

Per tali motivi vengono utilizzate soltanto alcune gamme di lunghezze d'onda, denominate **finestre ottiche**, collocate nella parte di spettro dove non è presente l'assorbimento dello ione (OH^-) e la curva di attenuazione totale si avvicina a quella relativa alla diffusione di Rayleigh. Le finestre utilizzate sono le seguenti:

- la **prima finestra**, compresa tra 800 e 900 nm;
- la **seconda finestra**, compresa tra 1250 e 1350 nm;
- la **terza finestra**, compresa tra 1500 e 1550 nm.

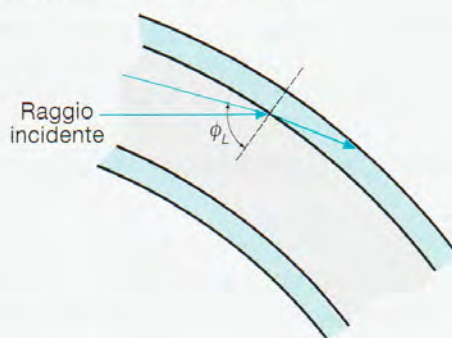
Perdite estrinseche

Le perdite estrinseche, fondamentalmente dovute alla presenza di microcurvature e a irregolarità nella interconnessione dei vari tronchi di fibra che formano l'intero collegamento possono essere, come di seguito indicato, suddivise in funzione della causa che le genera.

Attenuazione dovuta a microcurvature

La presenza di microcurvare (**figura E2.9**) può determinare la rifrazione nel cladding dei raggi luminosi in quanto essi, a causa della curvatura, possono incidere sulla superficie di separazione core-cladding con un angolo inferiore a quello limite, con conseguente attenuazione della potenza del fascio ottico.

Figura E2.9
Attenuazione
dovuta alle
microcurvature.



Attenuazione per interconnessione

Fondamentalmente le attenuazioni per interconnessione di due tronchi di fibra sono dovute alle disomogeneità delle caratteristiche nel punto di giunzione come di seguito indicato.

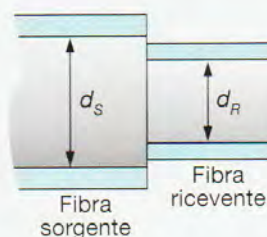
Differenza tra i diametri dei core (figura E2.10). Determina perdite non trascurabili solo quando la sezione della fibra ricevente è minore di quella della fibra sorgente. Si possono calcolare con la seguente relazione:

$$A_d = 20 \log \frac{d_s}{d_R} \text{ (dB)} \quad [\text{E2.7}]$$

**Attenuazione
dovuta alla
differenza tra
i diametri di core**

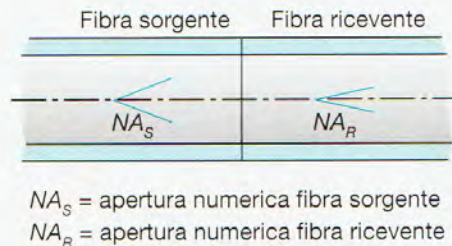
Figura E2.10
Attenuazione
dovuta al diverso
diametro del core.

d_s = diametro fibra sorgente
 d_R = diametro fibra ricevente



Differenza dell'apertura numerica (NA) (figura E2.11). Determina perdite non trascurabili quando l'NA della fibra sorgente è maggiore di quella della fibra ricevente. Si possono determinare con la seguente relazione:

$$A_{NA} = 20 \log \frac{NA_S}{NA_R} \text{ (dB)} \quad [E2.8]$$



Attenuazione dovuta alla differenza dell'apertura numerica

Figura E2.11
Attenuazione dovuta al diverso valore dell'apertura numerica.

Differenza tra gli indici di rifrazione. Come visto nel paragrafo E2.3, quando un fascio luminoso passa da un mezzo a un altro con diverso indice di rifrazione, in parte viene riflesso e in parte rifratto. Nella sezione di interconnessione di due fibre aventi diverso indice di rifrazione (figura E2.12) avviene lo stesso fenomeno con conseguente introduzione di un'ulteriore attenuazione, per valutare la quale viene introdotto un parametro, denominato **trasmissione** (τ), così definito:

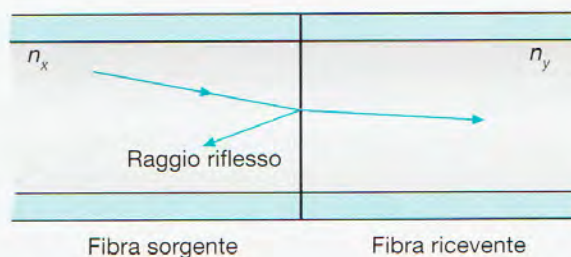
$$\tau = \frac{4}{2 + \frac{n_x}{n_y} + \frac{n_y}{n_x}} \quad [E2.9]$$

Trasmittenza

in cui n_x e n_y sono gli indici di rifrazione dei core delle due fibre accoppiate.

Tanto minore è la differenza tra n_x e n_y , quanto più τ tende all'unità; nel caso in cui $n_x = n_y$, si ha $\tau = 1$. L'attenuazione dovuta alla differenza degli indici di rifrazione è data dall'espressione:

$$A_{(n)} = 10 \log \frac{1}{\tau} \quad [E2.10]$$



Attenuazione dovuta ai diversi indici di rifrazione

Figura E2.12
Attenuazione per diverso indice di rifrazione.

Errori di separazione (figura E2.13 a). Si verificano quando le due fibre accoppiate non sono perfettamente a contatto tra loro; nella figura E2.13 b è indicato l'andamento dell'attenuazione in funzione del **rapporto di separazione assiale** S/d per un'apertura numerica $NA = 0,24$, dove S è la distanza tra le due fibre e d il diametro del core.

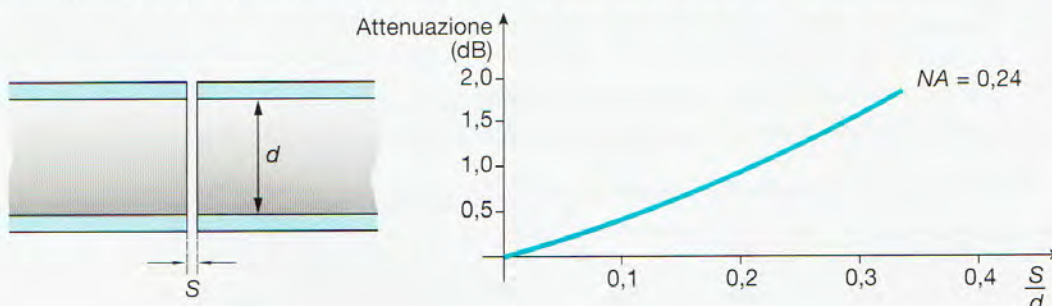
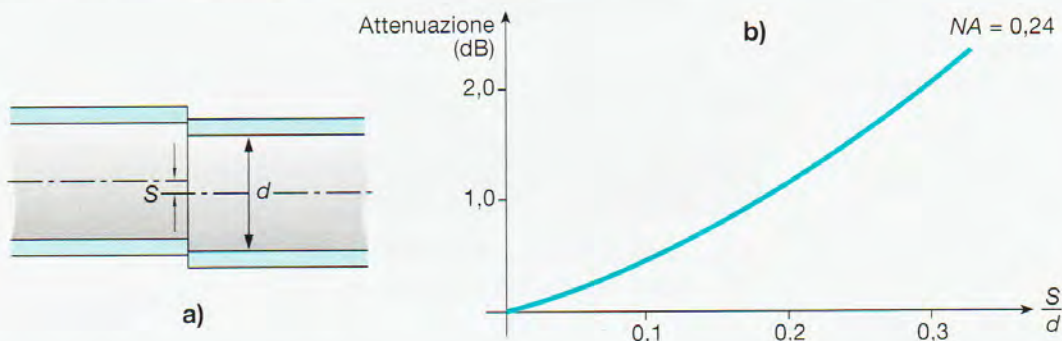


Figura E2.13
Attenuazione dovuta a separazione assiale tra le fibre.

Figura E2.14

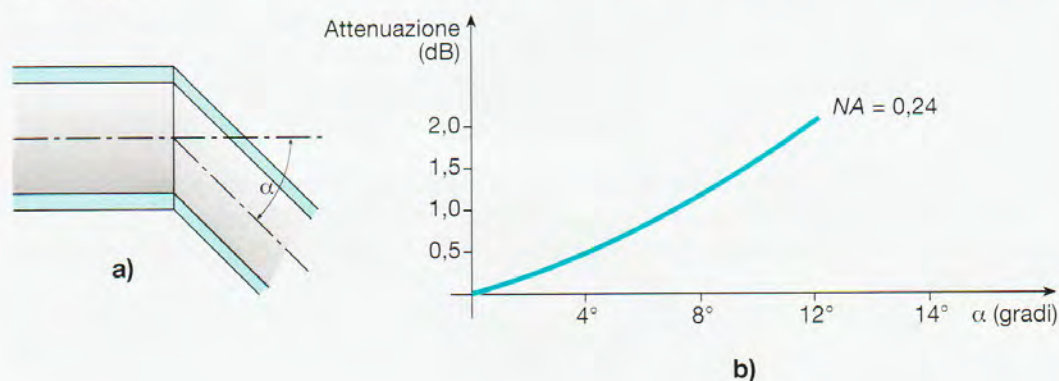
Attenuazione dovuta a disassamento tra le fibre.

Errori di disassamento (figura E2.14 a). Si verificano quando non c'è coincidenza tra gli assi delle due fibre accoppiate; il grafico di **figura E2.14 b** mostra l'andamento dell'attenuazione in funzione del rapporto tra la distanza dei due assi S e il diametro del core d , per un'apertura numerica $NA = 0,24$.

**Figura E2.15**

Attenuazione dovuta al disallineamento angolare tra le fibre.

Errori di disallineamento angolare (figura E2.15 a). Si verificano quando gli assi delle due fibre non sono allineati formando un angolo α ; il grafico di **figura E2.15 b** mostra l'andamento dell'attenuazione in funzione di tale angolo, per un'apertura numerica $NA = 0,24$.



ESEMPIO 3

Un collegamento in fibra ottica è realizzato con due tronchi di fibra aventi le seguenti caratteristiche:

Primo tronco

- indice di rifrazione del core $n_x = 1,5$;
- apertura numerica $NA_x = 0,19$;
- diametro del core $d_x = 50 \mu\text{m}$;
- lunghezza del tronco $l_x = 1,5 \text{ km}$;
- attenuazione per unità di lunghezza $0,3 \text{ dB/km}$.

Secondo tronco

- indice di rifrazione del core $n_y = 1,4$;
- apertura numerica $NA_y = 0,18$;
- diametro del core $d_y = 45 \mu\text{m}$;
- lunghezza del tronco $l_y = 1 \text{ km}$;
- attenuazione per unità di lunghezza $0,35 \text{ dB/km}$.

Determinare l'attenuazione complessiva del collegamento.

■ L'attenuazione complessiva del collegamento è la somma dei seguenti contributi:

- attenuazione dovuta alla lunghezza del collegamento, il cui valore è dato da:
 - l'attenuazione del primo tronco $= 0,3 \cdot l_x = 0,3 \cdot 1,5 = 0,45 \text{ dB}$
 - l'attenuazione del secondo tronco $= 0,35 \cdot l_y = 0,35 \cdot 1 = 0,35 \text{ dB}$

- attenuazione dovuta ai diversi indici di rifrazione, che per la E2.10 vale:

$$A_{(n)} = 10 \log \frac{1}{\tau}$$

in cui la trasmittenza τ risulta per la [E2.9]:

$$\tau = \frac{4}{2 + \frac{n_x}{n_y} + \frac{n_y}{n_x}} = \frac{4}{2 + \frac{1,5}{1,4} + \frac{1,4}{1,5}} = 0,999$$

Si ha quindi:

$$A_{(n)} = 10 \log \frac{1}{\tau} = 10 \log \frac{1}{0,999} = 0,0043 \text{ dB}$$

- attenuazione dovuta al diverso diametro del core dei due tronchi; il primo (fibra sorgente) ha infatti il diametro del core superiore al secondo (fibra ricevente) e pertanto per la [E2.7] la relativa attenuazione vale:

$$A_d = 20 \log \frac{d_s}{d_R} = 20 \log \frac{50}{45} = 0,915 \text{ dB}$$

- attenuazione dovuta al diverso valore dell'apertura numerica dei due tronchi; il primo (fibra sorgente) ha infatti un'apertura numerica superiore a quella del secondo (fibra ricevente) e pertanto per la [E2.8] la relativa attenuazione vale:

$$A_{NA} = 20 \log \frac{NA_s}{NA_R} = 20 \log \frac{0,19}{0,18} = 0,469 \text{ dB}$$

L'attenuazione complessiva risulta quindi:

$$A = 0,45 + 0,35 + 0,0043 + 0,915 + 0,469 \approx 2,19 \text{ dB}$$

E2.6 Fibre ottiche per telecomunicazioni

Le fibre ottiche per telecomunicazioni si distinguono nelle due seguenti categorie:

- **fibre ottiche multimodo;**
- **fibre ottiche monomodo.**

La differenza sostanziale tra queste due tipologie di fibre risiede nel numero dei modi guidati che nelle prime possono essere in numero anche elevato e nelle seconde è limitato a uno solo (**modo fondamentale**) essendo gli altri interdetti. Esse inoltre differiscono nel diametro del core (50 μm per le multimodo e 5-10 μm per le monomodo) e nella differenza dell'indice di rifrazione tra core e cladding.

Fibre ottiche multimodo

L'impiego delle fibre multimodo è limitato al caso di brevi collegamenti con limitata capacità trasmissiva in quanto esse hanno caratteristiche (larghezza di banda e attenuazione) notevolmente inferiori a quelle monomodo.

I diametri del core e del cladding sono rispettivamente 50 e 125 μm .

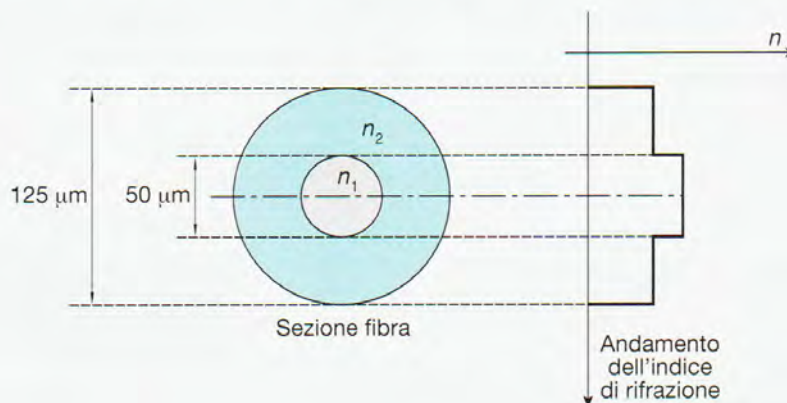
Le fibre multimodo possono essere di due tipi:

- **fibre con profilo d'indice a gradino (step-index);**
- **fibre con profilo d'indice graduale (graded-index).**

Fibre multimodo step-index – Dispersione modale

Gli indici di rifrazione del core e del cladding sono costanti in tutta la propria regione e pertanto, passando dal core (con indice di rifrazione più alto) al cladding, l'indice

Figura E2.16
Andamento dell'indice di rifrazione in una fibra step-index; si noti la brusca variazione dal core al cladding.



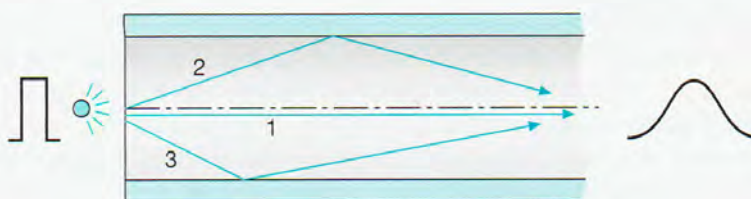
In questo tipo di fibre si possono propagare più modi sui quali è ripartita l'energia luminosa generata dalla sorgente, come mostrato in **figura E2.17** in cui, a titolo di esempio, è considerata una fibra dove sono attivati tre modi ai quali corrispondono tre fasci luminosi che si propagano seguendo percorsi diversi. Poiché l'indice di rifrazione n_1 del core è costante, i tre fasci hanno la stessa velocità $u = c/n_1$ ma, essendo le distanze d_1 , d_2 , e d_3 che essi percorrono diverse ($d_1 < d_2 < d_3$), il fascio 1 arriva prima del 2, che a sua volta precede il 3.

Lo sfasamento temporale dei tre fasci che compongono il segnale luminoso determina, in ricezione, una distorsione del segnale (allargamento) tanto più marcata quanto più è elevato il numero dei modi di propagazione della fibra, come mostrato qualitativamente nella **figura E2.17**: questo fenomeno è detto **dispersione modale**.

La lunghezza del collegamento e l'apertura numerica della fibra incidono notevolmente sulla dispersione modale.

Infatti, più è elevata la distanza che i fasci devono percorrere, maggiori sono gli sfasamenti temporali e conseguentemente maggiore risulta l'allargamento dell'impulso. Lo stesso effetto è determinato dall'apertura numerica: infatti, quanto più quest'ultima è elevata tanto maggiore è il numero di modi che vengono attivati, con conseguente allargamento dell'impulso.

Figura E2.17
Dispersione modale; l'impulso trasmesso è ricevuto distorto (allargato).

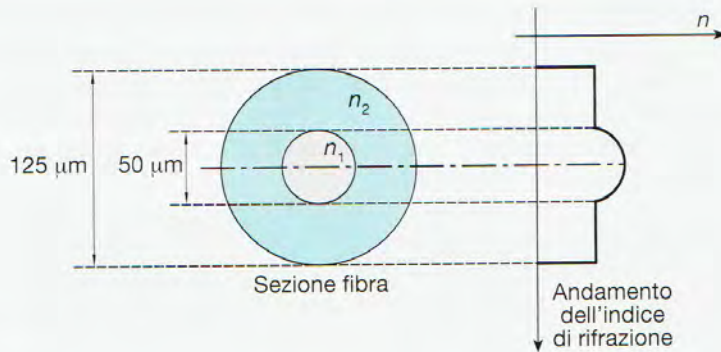


Fibre multimodo graded-index

A differenza delle step-index, in queste fibre l'andamento dell'indice di rifrazione non è costante in tutta la regione del core ma diminuisce gradualmente dal centro verso la superficie di separazione con il cladding come mostrato in **figura E2.18**.

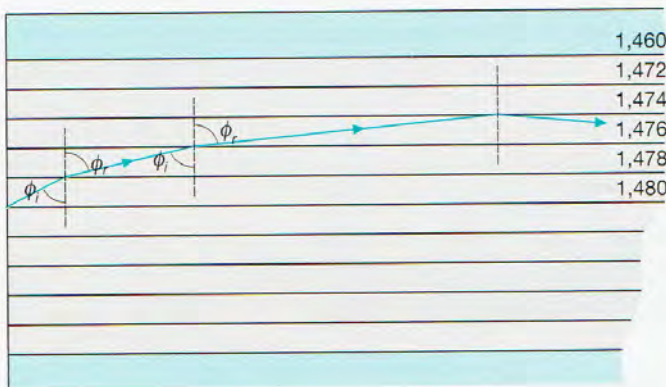
Con tale configurazione i fasci luminosi relativi ai percorsi più lunghi (quelli in prossimità del cladding), viaggiano in un mezzo con indice di rifrazione minore e quindi a velocità più alta ($u = c/n$), mentre i fasci che seguono percorsi più brevi (quelli in prossimità del centro del core) si propagano in un mezzo con indice di rifrazione maggiore e quindi più lentamente.

Pertanto, le componenti dell'impulso che provengono da percorsi diversi, giungono al ricevitore con sfasamenti temporali minori rispetto al caso delle fibre step-index e il segnale risulta meno deformato.

**Figura E2.18**

Andamento dell'indice di rifrazione in una fibra graded-index; si noti come l'indice di rifrazione decresce gradualmente dal centro del core fino al mantello.

A causa della variazione graduale dell'indice di rifrazione, i fasci luminosi che si propagano all'interno del core non seguono percorsi rettilinei ma la loro traiettoria è continuamente deviata (**figura E2.19**) assumendo un andamento quasi elicoidale (**figura E2.20**).

**Figura E2.19**

A causa dei diversi strati che presentano un indice di rifrazione decrescente, il fascio luminoso cambia continuamente traiettoria.

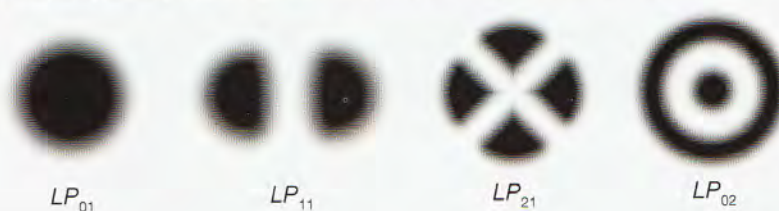
Fibre ottiche monomodo

Questo tipo di fibre, nelle quali è permessa la propagazione di un solo modo, hanno notevoli vantaggi rispetto a quelle multimodo, come ad esempio un più basso valore di attenuazione, l'assenza di dispersione modale e un'elevata larghezza di banda.

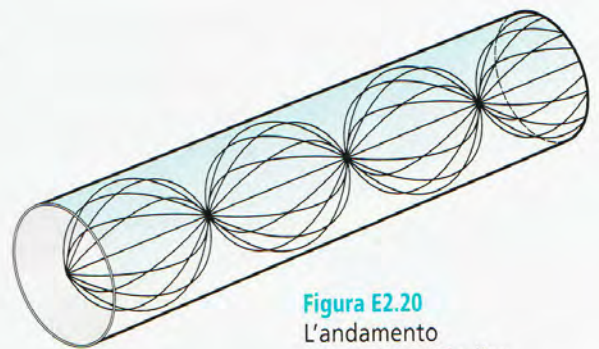
Affinché una fibra lavori in condizioni di monomodalità è necessario che il diametro del core, l'apertura numerica e la lunghezza d'onda della radiazione impiegata, siano tali da interdire tutti gli altri modi.

I modi di propagazione dell'energia luminosa nella fibra, che avvengono secondo ben determinati regimi, sono indicati con la sigla LP_{nl} (Linear Polarization) in cui $2n$ esprime il numero dei massimi dell'intensità luminosa che si riscontrano in un giro completo intorno all'asse della fibra, e l il numero dei massimi di intensità luminosa che si riscontrano in direzione radiale a partire dal centro del nucleo.

Nella **figura E2.21** sono mostrate le caratteristiche di alcuni modi LP_{nl} rilevati sulla sezione del nucleo; in particolare LP_{01} rappresenta il modo fondamentale (esso presenta solo un massimo nella direzione radiale e nessun massimo nella direzione intorno all'asse della fibra) e LP_{11} è il modo immediatamente superiore (presenta un massimo sia nella direzione radiale sia in quella intorno all'asse della fibra).

**Figura E2.21**

Caratteristiche di alcuni modi di propagazione dell'energia luminosa osservate sulla sezione del core.



Il parametro che definisce la monomodalità della fibra è la **lunghezza d'onda di taglio** (λ_c), la quale esprime il valore di λ oltre il quale il modo LP_{11} , e a maggior ragione quelli superiori, cessano di propagarsi rendendo così la fibra monomodale.

Il diametro del core d , come già detto, deve assumere valori estremamente limitati ed è legato alla lunghezza di taglio λ_c e agli indici di rifrazione del core n_1 e del cladding n_2 dalla seguente relazione approssimata:

Diametro del core in funzione della lunghezza d'onda di taglio

$$d \approx 0,54 \frac{\lambda_c}{n_1 \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}}} = 0,54 \frac{\lambda_c}{\sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{2}}} = 0,54 \frac{\lambda_c}{NA} = 0,76 \frac{\lambda_c}{NA} \quad [E2.11]$$

ESEMPIO 4

Una fibra monomodo presenta le seguenti caratteristiche:

- indice di rifrazione del core $n_1 = 1,48$;
- indice di rifrazione del cladding $n_2 = 1,47$.

Nel caso la lunghezza d'onda di taglio sia $\lambda_c = 1,3 \mu\text{m}$, determinare:

- l'apertura numerica della fibra;
- il diametro del core.

■ a) Per la [E2.5] risulta:

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,48^2 - 1,47^2} = 0,17$$

b) Il diametro del core può essere calcolato applicando la [E2.11]:

$$d = 0,76 \frac{\lambda_c}{NA} = 0,76 \frac{1,3 \cdot 10^{-6}}{0,17} = 5,81 \mu\text{m}$$

E2.7 Dispersione nelle fibre ottiche

Come già visto nel paragrafo precedente, per le fibre multimodo la distorsione del segnale ricevuto, denominata **dispersione modale**, rappresenta una limitazione alla capacità trasmissiva della fibra. Le cause che provocano la distorsione del segnale durante la propagazione sono fondamentalmente tre:

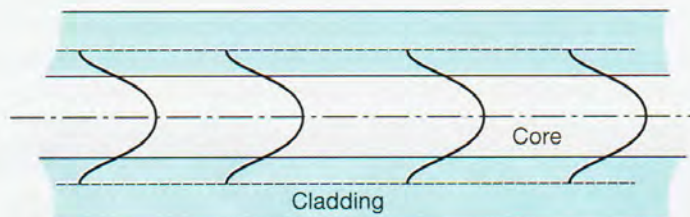
- la **dispersione modale** che interessa le fibre multimodo (trattata nel paragrafo E2.6);
- la **dispersione di guida d'onda**;
- la **dispersione del materiale**.

Dispersione di guida d'onda

La dispersione di guida d'onda, che interessa particolarmente le fibre monomodo, si verifica quando una parte del modo fondamentale, date le ridotte dimensioni del core, riesce a penetrare nel cladding e quindi a propagarsi in esso (**figura E2.22**).

Figura E2.22

Dispersione di guida d'onda (parte della potenza ottica si propaga anche nel cladding).



Essendo l'indice di rifrazione n_2 del cladding minore di quello n_1 del core, il segnale ottico si propaga a velocità diverse nei due mezzi (si ricordi che la velocità di propaga-

zione è $u = \frac{c}{n}$), anche se ciò non è fisicamente possibile in quanto la potenza ottica è trasportata da un solo modo: ne consegue una distorsione del segnale ricevuto e una velocità reale intermedia tra quelle del core e del cladding.

Dispersione del materiale

Per comprendere il fenomeno della dispersione del materiale si può fare riferimento al classico esperimento di Newton, con il quale lo scienziato inglese osservò che un fascio di luce solare (luce bianca), dopo aver attraversato un prisma di vetro, veniva scomposto in una serie di colori diversi, il cui insieme rappresenta lo spettro della luce visibile.

Ciò significa che le varie componenti dello spettro costituenti il fascio di luce bianca vengono rifratte in maniera diversa l'una dall'altra.

In altre parole il mezzo presenta un indice di rifrazione n variabile in funzione della lunghezza d'onda λ della radiazione.

Pertanto, essendo la velocità u di propagazione di un fascio luminoso pari a $u = c/n$, la diversità degli indici di rifrazione comporta che i fasci luminosi di diversa lunghezza d'onda si propaghino nel mezzo considerato con velocità differenti.

In altre parole, quando in una fibra vengono trasmessi impulsi rettangolari di luce composta da lunghezze d'onda diverse, questi giungono a destinazione in tempi differenti, con conseguente distorsione del segnale ricevuto, come mostrato nella **figura E2.23**.

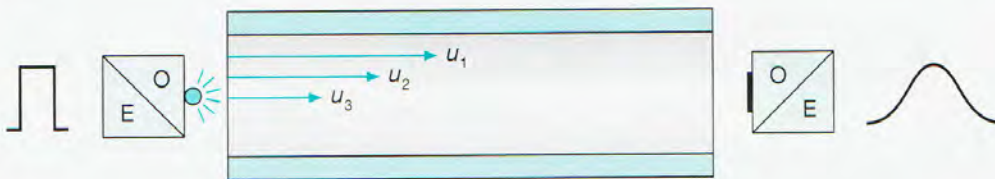


Figura E2.23

Dispersione del materiale: gli impulsi luminosi trasmessi giungono in ricezione in tempi differenti e ciò provoca una distorsione del segnale ricevuto simile alla dispersione modale.

Dispersione cromatica

Combinando insieme la dispersione del materiale e quella di guida d'onda si ottiene un parametro denominato **dispersione cromatica**, come riportato nella **figura E2.24**, dalla quale si può osservare che per una particolare lunghezza d'onda gli effetti delle due dispersioni si compensano annullando la dispersione cromatica.

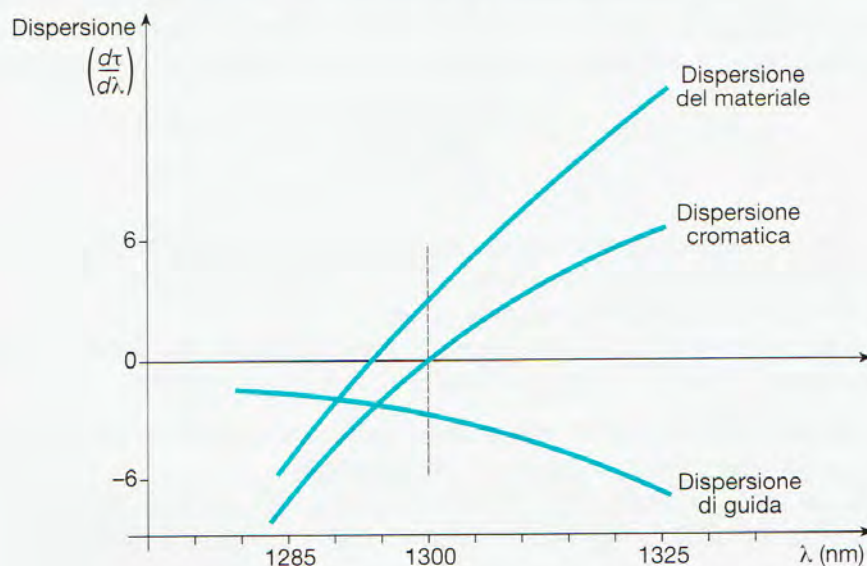


Figura E2.24

Andamento delle dispersioni di guida d'onda, del materiale e cromatica.

E2.8 Larghezza di banda di una fibra ottica

Nei precedenti paragrafi si è visto che i fenomeni di dispersione modale e cromatica introducono una distorsione del segnale ricevuto che si traduce in un arrotondamento e allargamento degli impulsi ricevuti.

Inviando quindi due impulsi rettangolari molto vicini nel tempo, in ricezione i loro fianchi tendono a sovrapporsi in maniera tanto maggiore quanto più essi sono vicini, cioè quanto maggiore è la frequenza con la quale vengono ripetuti.

Ne consegue che se la sovrapposizione supera un determinato limite, l'interferenza prodotta rende impossibile il corretto riconoscimento degli impulsi e per questa ragione è importante che tra di essi intercorra un adeguato intervallo temporale in modo da mantenere la sovrapposizione entro limiti accettabili (**interferenza intersimbolica**).

In sostanza, anche in una fibra ottica si ha un limite nella frequenza di trasmissione degli impulsi oltre il quale l'interferenza intersimbolica non ne consente il corretto riconoscimento; tale limite costituisce la **larghezza di banda** della fibra.

A differenza di un qualsiasi altro mezzo trasmissivo (cavi a coppie e cavi coassiali), in cui la larghezza di banda è determinata dall'attenuazione che il mezzo introduce alle frequenze più alte, in una fibra ottica dipende dai fenomeni di dispersione modale e cromatica.

Per il calcolo della larghezza di banda B si deve perciò tener conto di entrambe le cause; essa viene infatti calcolata mediante la seguente espressione:

$$B = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{B_m^2} + \frac{1}{B_c^2}}} \quad [\text{E2.12}]$$

Banda della fibra

dove:

- B_m è la banda derivante dalla dispersione modale;
- B_c è la banda derivante dalla dispersione cromatica.

È importante sottolineare che nelle fibre multimodo la banda dipende prevalentemente da quella modale e nelle fibre monomodo coincide praticamente con quella cromatica, cioè:

$$\begin{aligned} B &\approx B_m && \text{nelle fibre multimodo;} \\ B &\approx B_c && \text{nelle fibre monomodo.} \end{aligned}$$

La banda modale, oltre che dalle caratteristiche della fibra, dipende dalla lunghezza del collegamento (più è lungo e maggiori sono le differenze dei ritardi con cui i fasci luminosi giungono a destinazione) e viene calcolata mediante la seguente relazione:

$$B_m = \frac{B_{m0}}{L^\gamma} \quad [\text{E2.13}]$$

Banda modale

in cui:

- B_{m0} è la banda modale per unità di lunghezza (generalmente di 1000 m), fornita dal costruttore ed espressa in MHz/km;
- L è la lunghezza della fibra espressa in km;
- γ è il **parametro di concatenamento** o **mescolamento dei modi**, generato dalle discontinuità prodotte nella fibra dai giunti, che vale circa 0,85.

La banda cromatica è legata essenzialmente alle caratteristiche dei dispositivi optoelettronici impiegati per generare il segnale luminoso.

Infatti, essendo la dispersione cromatica causata dalle diverse velocità di propagazione relative alle differenti lunghezze d'onda che compongono i fasci luminosi, più è ampio lo spettro del segnale ottico utilizzato, più esteso risulta il campo di variazione delle velocità delle varie componenti che formano il segnale ottico stesso e quindi più elevata è la dispersione cromatica.

La banda cromatica B_c è data dalla seguente espressione:

$$B_c = \frac{0,44 \cdot 10^6}{\mu \cdot \Delta\lambda \cdot L} \quad [E2.14]$$

Banda cromatica

dove:

- $\Delta\lambda$ è la larghezza spettrale della sorgente ottica di trasmissione a metà ampiezza, $\Delta\lambda \approx 40$ nm per una sorgente ottica a LED (**figura E2.25 a**) e $\Delta\lambda \approx 2$ nm (**figura E2.25 b**) per una sorgente ottica a laser;
- L è lunghezza del collegamento (espressa in km);
- μ è il **coefficiente di dispersione cromatica** (ps/nm · km), che esprime il grado di dispersività del mezzo in funzione della lunghezza d'onda λ centrale di lavoro.

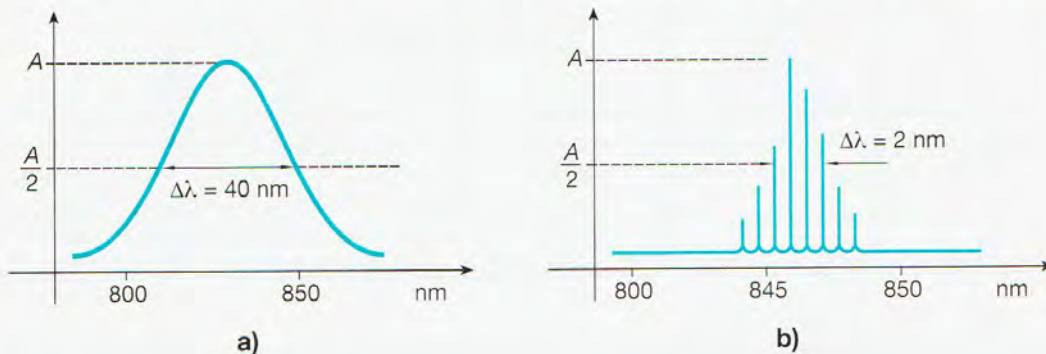


Figura E2.25

Spettri caratteristici di una sorgente LED e laser.

Nella **figura E2.26** è indicato l'andamento del coefficiente di dispersione cromatica μ in funzione della lunghezza d'onda λ .

È importante tener presente che nella [E2.14] deve essere riportato il valore assoluto di μ (ad esempio in corrispondenza di $\lambda = 900$ nm si ha $\mu = -80$, ma nella [E2.14] va inserito il valore 80).

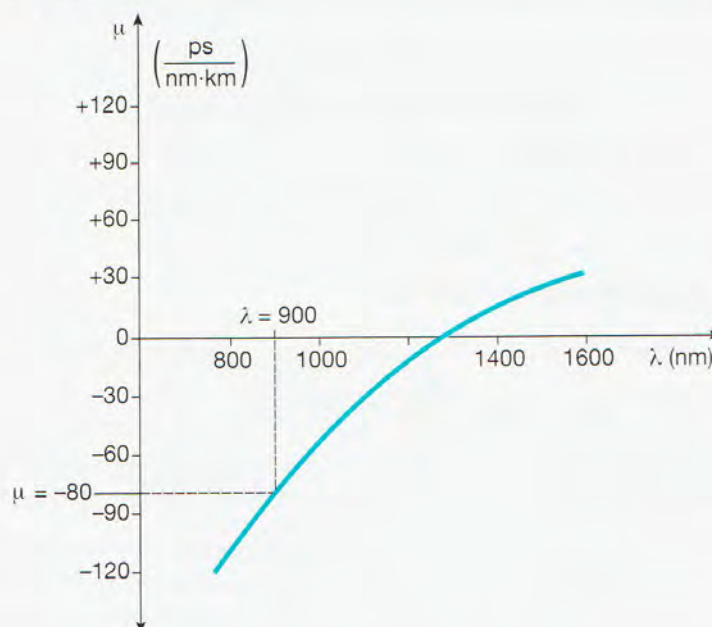


Figura E2.26

Andamento del coefficiente di dispersione cromatica μ in funzione della lunghezza d'onda λ .




Modellando opportunamente l'indice di rifrazione del core è possibile realizzare fibre nelle quali la minima dispersione (intorno a 1,3 μm) è spostata intorno a 1,55 μm , in cui l'attenuazione è molto bassa, oppure fibre nelle quali la dispersione presenta un valore contenuto in un intervallo particolarmente esteso che copre la prima e la seconda finestra.

Nel primo caso le fibre vengono denominate a **dispersione spostata** (DS: *Dispersion Shifted*) e ciò può essere realizzato riducendo le dimensioni del core di circa il 20% (per

esempio da 10 a 8 μm), oppure con profili di indice di rifrazione più complessi (triangolare o trapezoidale); nel secondo caso invece vengono dette a **dispersione appiattita** (*DF: Dispersion Flettened*), e sono ottenute sempre dando all'indice di rifrazione particolari profili. Nella **tabella E2.1** sono messe a confronto le caratteristiche delle fibre *DS* e *DF* con le fibre *SM* (*Single Mode*) in cui l'indice di rifrazione del core non ha subito alcuna modellazione particolare (è costante in tutta la propria zona).

Tabella E2.1

Valori tipici della dispersione e attenuazione per le fibre *SM* (*Single Mode*), *DS* (*Dispersion Shited*), *DF* (*Dispersion Flettened*).

Tipo di fibra	Dispersione (ps/nm km)		Attenuazione (dB/km)		Profilo
	1295 < λ ≤ 1330 nm	1525 < λ ≤ 1575 nm	λ = 1330 nm	λ ≤ 1550 nm	
SM	≤ 3,5	≤ 20	≤ 0,4	≤ 25	
DS	≤ 25	≤ 2,7	≤ 0,45	≤ 0,23	
DF	≤ 10	≤ 2,8	≤ 0,35	≤ 0,23	

ESEMPIO 5

Una fibra multimodo di lunghezza $L = 1,5 \text{ km}$ presenta una banda modale per unità di lunghezza $B_{m0} = 1550 \text{ MHz} \cdot \text{km}$.

Nel caso la fibra sia pilotata da un laser avente larghezza spettrale $\Delta\lambda = 2 \text{ nm}$ che lavora in prima finestra con coefficiente di dispersione cromatica $\mu = -90 \text{ ps/nm} \cdot \text{km}$, determinare:

- la banda modale, la banda cromatica e la banda complessiva della fibra;
- la lunghezza d'onda di lavoro della fibra.

■ a) Considerando un parametro di mescolamento dei modi $\gamma = 0,85$, per la [E2.13] la banda modale risulta:

$$B_m = \frac{B_{m0}}{L^\gamma} = \frac{1550}{1,5^{0,85}} = 1098,13 \text{ MHz}$$

Per la [E2.14] la banda cromatica vale:

$$B_c = \frac{0,44 \cdot 10^6}{\mu \cdot \Delta\lambda \cdot L} = \frac{0,44 \cdot 10^6}{90 \cdot 2 \cdot 1,5} = 1629,62 \text{ MHz}$$

Per la [E2.12] la banda complessiva risulta:

$$B = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{B_m^2} + \frac{1}{B_c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1098,13^2} + \frac{1}{1629,62^2}}} = 919,76 \text{ MHz}$$

- b) Dal diagramma di figura E2.26 si può osservare che in corrispondenza di un coefficiente di dispersione cromatica $\mu = -90 \text{ ps/nm km}$, la lunghezza d'onda vale circa 870 nm.

ESEMPIO 6

Una fibra ottica multimodale ha una banda modale per unità di lunghezza $B_{m0} = 1400 \text{ MHz} \cdot \text{km}$ ed è pilotata da un laser avente larghezza spettrale $\Delta\lambda = 3 \text{ nm}$ operante in seconda finestra su una lunghezza d'onda $\lambda = 1285 \text{ nm}$, con coefficiente di dispersione cromatica $\mu = 15 \text{ ps/nm} \cdot \text{km}$. Determinare la lunghezza del collegamento, nell'ipotesi di trascurare il concatenamento dei modi ($\gamma = 1$) e sapendo che la banda della fibra è 1150 MHz.

■ Per la [E2.13], la banda modale del collegamento, trascurando il concatenamento dei modi ($\gamma = 1$) vale:

$$B_m = \frac{B_{m0}}{L^\gamma} = \frac{1400}{L}$$

mentre la banda cromatica per la [E2.14] risulta:

$$B_c = \frac{0,44 \cdot 10^6}{\mu \cdot \Delta\lambda \cdot L} = \frac{0,44 \cdot 10^6}{15 \cdot 3 \cdot L} = \frac{9777,7^2}{L}$$

Sostituendo le precedenti equazioni nella [E2.12] si ottiene:

$$B = 1150 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1400^2} + \frac{1}{9777,7^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{L^2}{1400^2} + \frac{L^2}{9777,7^2}}} = \frac{1400 \cdot 9777,7}{9877,4 \cdot L}$$

da cui si può ricavare la lunghezza L del collegamento:

$$L = \frac{1400 \cdot 9777,7}{1150 \cdot 9877,4} \approx 1,2 \text{ km}$$

Una fibra ottica multimodale step-index ha lunghezza $L = 3 \text{ km}$ e presenta le seguenti caratteristiche:

- indice di rifrazione del core $n_1 = 1,490$;
- indice di rifrazione del cladding $n_2 = 1,478$.

Determinare l'allargamento temporale che subisce un impulso ottico a causa della dispersione modale.

ESEMPIO 7

Essendo la fibra multimodale, l'energia ottica si ripartisce su più modi aventi la stessa velocità ($u = c/n_1$); il modo che si propaga lungo l'asse della fibra percorre una distanza più breve rispetto agli altri (figura E2.27) e pertanto impiega il tempo minimo t_{\min} , dato da:

$$t_{\min} = \frac{L}{u}$$

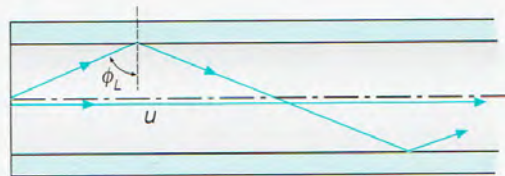


Figura E2.27

Propagazione dei modi in una fibra multimodale.

Essendo la velocità del modo:

$$u = \frac{c}{n_1}$$

si ha:

$$t_{\min} = \frac{L}{c} n_1$$

Il modo che si propaga per successive riflessioni secondo l'angolo limite percorre invece la distanza più lunga e impiega il tempo massimo, che vale:

$$t_{\max} = \frac{L}{c \cdot \sin \phi_L} n_1$$

che per la [E2.2] diventa:

$$t_{\max} = \frac{L}{c \cdot n_2} n_1^2$$

L'allargamento dell'impulso vale allora:

$$\Delta t_m = t_{\max} - t_{\min} = \frac{L}{c \cdot n_2} n_1^2 - \frac{L}{c} n_1 = \frac{L \cdot n_1}{c \cdot n_2} (n_1 - n_2) = \frac{3000 \cdot 1,490}{3 \cdot 10^8 \cdot 1,478} (1,490 - 1,478) = 121 \text{ ns}$$

E2.9 Effetto dell'allargamento temporale degli impulsi sulla banda della fibra

Nell'esempio precedente si è trovato che l'allargamento degli impulsi dovuto alla dispersione modale, oltre che dal rapporto degli indici di rifrazione del core e del cladding della fibra, dipende anche dalla loro differenza secondo l'equazione:

$$\Delta t_m = t_{\max} - t_{\min} = \frac{L \cdot n_1}{c \cdot n_2} (n_1 - n_2) \quad [E2.15]$$

Ciò significa che l'allargamento temporale dell'impulso trasmesso può essere diminuito utilizzando valori degli indici di rifrazione del core e del cladding molto vicini tra loro.

Così facendo, infatti, poiché per la [E2.5] l'apertura numerica della fibra tende a diminuire, si riduce notevolmente il numero dei modi guidati, i quali tendono a propagarsi nella direzione dell'asse della fibra, riducendo le differenze dei relativi percorsi.

Al riguardo viene introdotto un importante parametro, detto **scarto relativo degli indici di rifrazione**, il quale tiene conto della differenza degli indici di rifrazione del core e del cladding, così definito:

$$S = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \quad [E2.16]$$

che espresso in percentuale risulta:

$$S\% = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \cdot 100$$

Considerando nella [E2.15] una distanza $L = 1$ km, si ottiene l'allargamento temporale chilometrico di dispersione modale, indicato con Δt_{m0} , che pertanto vale:

$$\Delta t_{m0} = \frac{1000 \cdot n_1}{3 \cdot 10^8 \cdot n_2} (n_1 - n_2) = 3333 \frac{n_1}{n_2} (n_1 - n_2) \text{ ns/km} \quad [E2.17]$$

Si può dimostrare che la banda modale chilometrica B_{m0} dipende dall'allargamento temporale chilometrico di dispersione modale Δt_{m0} secondo l'equazione:

$$B_{m0} = \frac{0,44 \cdot 10^3}{\Delta t_{m0} \text{ (ns/km)}} \text{ MHz} \cdot \text{km} \quad [E2.18]$$

Considerazioni analoghe valgono anche per la dispersione cromatica in quanto, la diversa velocità delle componenti spettrali che costituiscono l'unico modo di propagazione, provoca un allargamento dell'impulso ottico trasmesso. A tal proposito viene definito allargamento temporale chilometrico di dispersione cromatica Δt_{c0} l'espressione:

$$\Delta t_{c0} = \mu \cdot \Delta \lambda \text{ [ps/km]} \quad [E2.19]$$

in cui μ (coefficiente di dispersione cromatica) è espresso in ps/nm · km e $\Delta \lambda$, che rappresenta la larghezza spettrale della sorgente ottica, in nm.

Si può dimostrare che la banda cromatica chilometrica B_{c0} dipende dall'allargamento temporale chilometrico di dispersione cromatica Δt_{c0} secondo la relazione:

$$B_{c0} = \frac{0,44 \cdot 10^6}{\Delta t_{c0} \text{ [ps/km]}} \text{ [MHz} \cdot \text{km]} \quad [E2.20]$$

Confrontando la [E2.14] con la precedente equazione si ottiene:

$$B_c = \frac{B_{c0}}{L} \text{ [MHz]} \quad [E2.21]$$

ovvero, la banda cromatica si ottiene dividendo la banda cromatica chilometrica per la lunghezza del collegamento.

Allargamento
temporale
degli impulsi

Scarto relativo
degli indici
di rifrazione

Allargamento
temporale
chilometrico
di dispersione
modale

Banda modale
chilometrica

Allargamento
temporale
chilometrico
di dispersione
cromatica

Banda cromatica
chilometrica

Banda cromatica
in funzione della
banda cromatica
chilometrica

Dalle [E2.18] e [E2.20] si evince che la banda modale chilometrica e quella cromatica chilometrica sono inversamente proporzionali ai rispettivi allargamenti temporali (Δt_{m0} e Δt_{c0}), cioè all'aumentare di questi esse tendono a diminuire.

Un collegamento in fibra ottica step-index, di lunghezza $L = 5$ km, è realizzato con una fibra multimodale caratterizzata da uno scarto relativo degli indici di rifrazione $S = 0,65\%$.

La fibra ha apertura numerica $NA = 0,20$, lavora in prima finestra con coefficiente di dispersione cromatica $\mu = 90$ ps/nm · km ed è pilotata da un LED avente larghezza spettrale $\Delta\lambda = 40$ nm. Determinare la banda del collegamento.

ESEMPIO 8

■ Applicando la [E2.16] si ha:

$$0,0065 = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$$

Inoltre, essendo per la [E2.5]:

$$NA = 0,2 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

risolvendo il sistema formato dalle due precedenti equazioni, si possono ricavare gli indici di rifrazione del core (n_1) e del cladding (n_2):

$$\begin{cases} 0,0065 = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \\ 0,2^2 = 0,4 = n_1^2 - n_2^2 \end{cases}$$

Sostituendo la seconda nella prima si ha:

$$0,0065 = \frac{0,04}{2n_1^2}$$

dalla quale si ottiene:

$$n_1 = \sqrt{\frac{0,04}{2 \cdot 0,0065}} = 1,754$$

Dalla prima equazione si può ricavare l'indice di rifrazione del cladding n_2 :

$$n_2 = \sqrt{n_1^2 - 2 \cdot 0,0065 \cdot n_1^2} = n_1 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot 0,0065} = 1,754 \cdot \sqrt{1 - 0,013} = 1,742$$

Per la [E2.17], l'allargamento chilometrico di dispersione modale Δt_{m0} , vale:

$$\Delta t_{m0} = 3333 \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot (n_1 - n_2) = 3333 \cdot \frac{1,754}{1,742} \cdot (1,754 - 1,742) = 40,3 \text{ ns/km}$$

per cui la banda modale chilometrica per la [E2.18] risulta:

$$B_{m0} = \frac{0,44 \cdot 10^3}{\Delta t_{m0} [\text{ns/km}]} = \frac{0,44 \cdot 10^3}{40,3} = 11 \text{ MHz} \cdot \text{km}$$

La banda modale, tenendo conto del concatenamento dei modi (con $\gamma = 0,85$), per la [E2.13] vale:

$$B_m = \frac{B_{m0}}{L^\gamma} = \frac{11}{5^{0,85}} = 2,8 \text{ MHz}$$

Per la [E2.19] l'allargamento temporale chilometrico di dispersione cromatica, vale:

$$\Delta t_{c0} = \mu \cdot \Delta\lambda = 90 \cdot 40 = 3600 \text{ ps/km}$$

al quale corrisponde una banda cromatica chilometrica:

$$B_{c0} = \frac{0,44 \cdot 10^6}{\Delta t_{c0} [\text{ps/km}]} = \frac{0,44 \cdot 10^6}{3600} \approx 122 \text{ MHz} \cdot \text{km}$$

per la [E2.21], la banda cromatica risulta perciò:

$$B_c = \frac{B_{c_0}}{L} = \frac{122}{5} = 24,4 \text{ MHz}$$

Per la [E2.12] la banda complessiva del collegamento vale allora:

$$B = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{B_m^2} + \frac{1}{B_c^2}}} = \frac{122}{\sqrt{\frac{1}{2,8^2} + \frac{1}{24,4^2}}} = 2,78 \text{ MHz}$$

Osservazione

Essendo $\Delta t_{m_0} \gg \Delta t_{c_0}$ l'effetto prodotto dalla dispersione cromatica è trascurabile, per cui la banda del collegamento può essere approssimativamente considerata $B = B_{m_0} \approx 2,8 \text{ MHz}$.

ESEMPIO 9

Un collegamento in fibra ottica multimodale step-index di lunghezza $L = 2 \text{ km}$, caratterizzato da un indice di rifrazione del core $n_1 = 1,52$, lavora in prima finestra con un coefficiente di dispersione cromatica $\mu = 100 \text{ ps/nm} \cdot \text{km}$ ed è pilotato da un diodo LED avente larghezza spettrale $\Delta\lambda = 35 \text{ nm}$.

Nel caso il collegamento introduca un allargamento temporale complessivo (cioè dovuto sia alla dispersione modale sia a quella cromatica) pari a 71 ns , determinare:

- l'angolo di accettazione della fibra, nell'ipotesi che il mezzo esterno alla fibra sia l'aria ($n_0 = 1$);
- lo scarto relativo degli indici di rifrazione.

■ a) Per la [E2.19] l'allargamento temporale chilometrico di dispersione cromatica vale:

$$\Delta t_{c_0} = \mu \cdot \Delta\lambda = 100 \cdot 35 = 3500 \text{ ps/km} = 3,5 \text{ ns/km}$$

per cui l'allargamento di dispersione cromatica relativo a tutto il collegamento è:

$$\Delta t_c = \Delta t_{c_0} \cdot L = 3,5 \cdot 2 = 7 \text{ ns}$$

Essendo l'allargamento complessivo del collegamento pari a 71 ns , l'allargamento di dispersione modale risulta:

$$\Delta t_m = \Delta t - \Delta t_c = 71 - 7 = 64 \text{ ns}$$

e quindi l'allargamento chilometrico di dispersione modale vale:

$$\Delta t_{m_0} = \frac{\Delta t_m}{L} = \frac{\Delta t_m}{2} = \frac{64}{2} = 32 \text{ ns/km}$$

Dalla [E2.17] si ottiene:

$$n_2 = \frac{3333 \cdot n_1^2}{\Delta t_{m_0} + 3333 \cdot n_1} = \frac{3333 \cdot 1,52^2}{32 + 3333 \cdot 1,52} = 1,51$$

Poiché per la [E2.5] l'apertura numerica vale:

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,52^2 - 1,51^2} = 0,17$$

l'angolo di accettazione (essendo $n_0 = 1$), per la [E2.4], risulta:

$$\phi_M = \arcsen \frac{NA}{n_0} = \arcsen \frac{0,17}{1} = 10^\circ$$

b) Per la [E2.16] lo scarto percentuale relativo agli indici di rifrazione vale:

$$S\% = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \cdot 100 = \frac{1,52^2 - 1,51^2}{2 \cdot 1,52^2} \cdot 100 = 0,65\%$$