

Esercizi- Risposta in frequenza

Data una funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{\mu}{s^g} \frac{\prod_{i=1}^m (1 + sT_i)}{\prod_{i=1}^n (1 + s\tau_i)}$$

Ci sono due rappresentazioni grafiche
nel dominio delle frequenze:

- Diagrammi di Bode:
Modulo e Fase
- Diagramma polare
o di Nyquist



- Diagrammi di Bode ASINTOTICI: qualche richiamo...

Modulo

- ascisse: $\log \omega$

- ordinate: $|G(j\omega)|_{\text{dB}}$ ($x_{\text{dB}} := 20 \log x$)

Regole per il tracciamento del diag. asint. del modulo

- Pendenza iniziale $20 \log \mu - g$ $20 \log \omega$
 - Il tratto iniziale passa per $|\mu|_{\text{dB}}$ in $\omega = 1$
 - Cambi di pendenza in corrispondenza di poli e zeri:
 - zero $+1 \Rightarrow +20 \text{ dB} \times \text{decade}$
 - polo -1
 - Pendenza finale = nr. zeri – nr. poli $\left\{ \begin{array}{l} \leq 0 \\ = 0 \end{array} \right.$
-

Fase

- ascisse: $\log \omega$

- ordinate: $\arg G(j\omega)$ in gradi

Regole per il tracciamento del diag. asint. della fase

- Valore iniziale $\arg(\mu) - g 90^\circ$
- Cambi di valore in corrispondenza di poli e zeri:

	$\mathcal{Re} < 0$	$\mathcal{Re} > 0$
poli	-90°	$+90^\circ$
zeri	$+90^\circ$	-90°

Esercizi

1. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{100(1 + 0,2s)}{s^2(1 + 0.01s)}$$

poli $-100, 0, 0$

zeri $\cancel{-4} \ 5$

μ 100

g 2

Andamento:

Modulo

$$\omega \leq 1 \quad 20 \log 100 - 20 \cdot 2 \cdot \log \omega$$

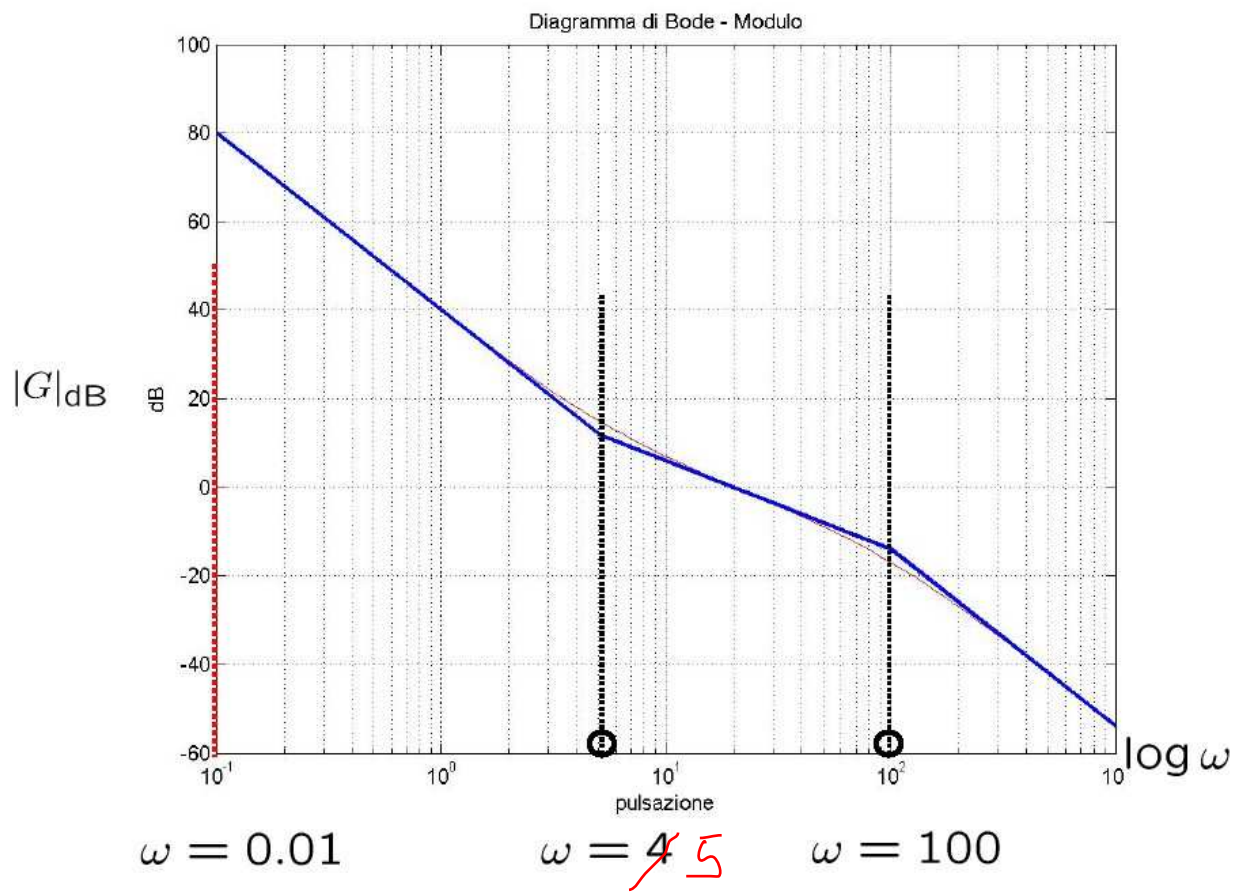
al passaggio per $\omega = 45$ (zero)

la pendenza cambia di $+20 \text{ dB}$ per decade

al passaggio per $\omega = 100$ (polo)

la pendenza cambia di -20 dB per decade

Esercizio 1. Diagramma di Bode del modulo



Fase

$$\omega \leq 1 \quad \arg \mu - g \cdot 90^\circ \quad \Rightarrow \quad -180^\circ$$

al passaggio per $\omega = 4.5$ (zero nel semipiano sinistro, CONTA!)

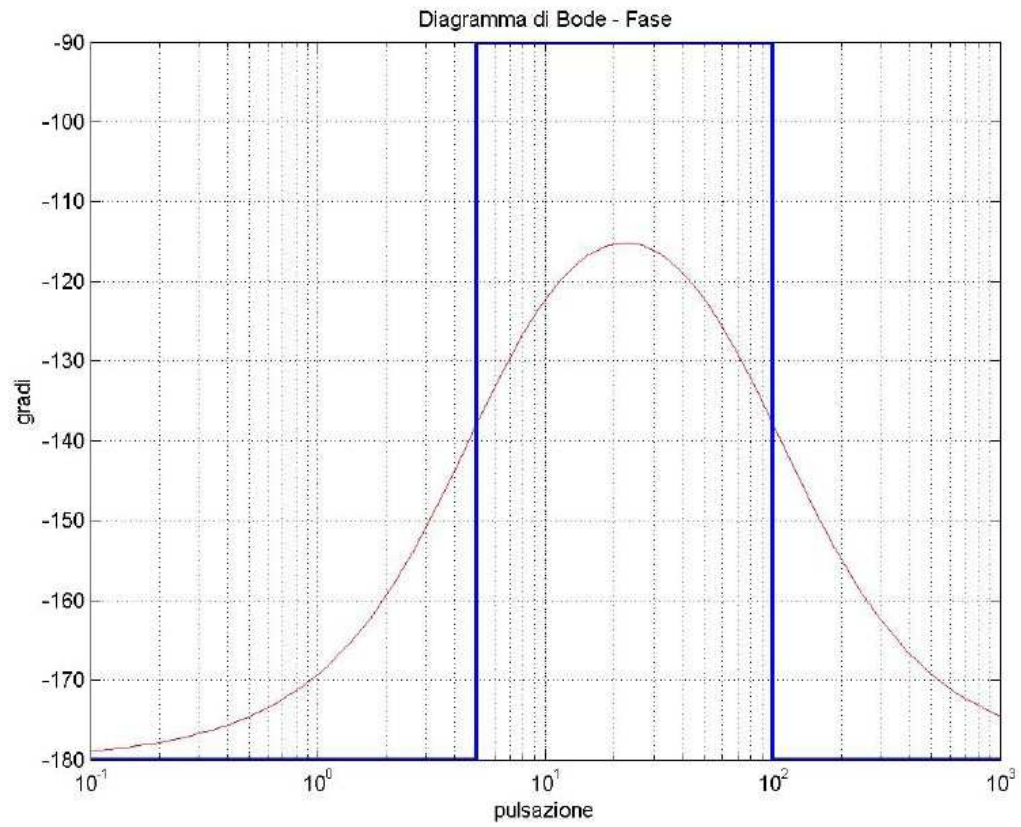
la fase cambia di $+90^\circ$

al passaggio per $\omega = 100$ (polo nel semipiano sinistro)

la fase cambia di -90°



Esercizio 1. Diagramma di Bode della fase



2. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{20(s + 2)}{(s + 1)(s + \cancel{2})(s + 5)}$$

4

poli $-1, -4, -5$

zeri -2

μ 2

g 0

Andamento:

Modulo

$$\omega \leq 1$$

$$20 \log 2 - 20 \cdot 0 \cdot \log \omega$$

al passaggio per

la pendenza cambia di

$$\omega = 1$$

polo

$$-20 \text{ dB}$$

per decade

$$\omega = 2$$

zero

$$+20 \text{ dB}$$

per decade

$$\omega = 4$$

polo

$$-20 \text{ dB}$$

per decade

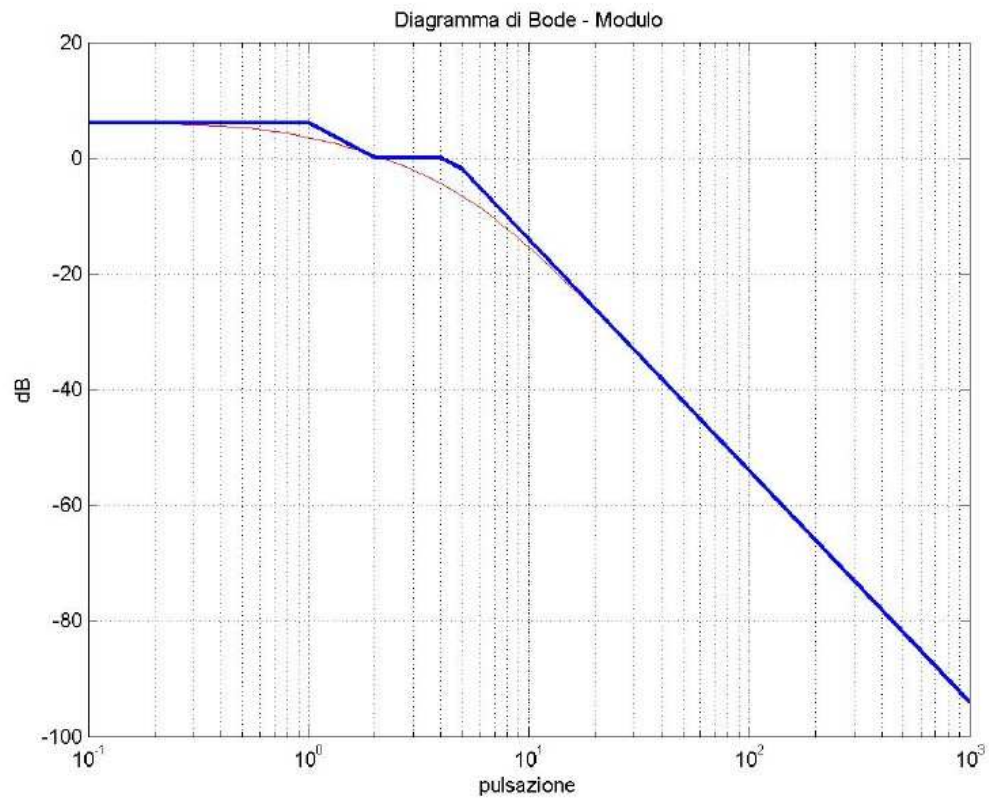
$$\omega = 5$$

polo

$$-20 \text{ dB}$$

per decade

Esercizio 2. Diagramma di Bode del modulo



Fase

$$\omega \leq 1$$

$$\arg \mu = 0 \cdot 90^\circ$$

$$\Rightarrow 0^\circ$$

al passaggio per

la fase cambia di

dunque la fase è:

$$\omega = 1$$

polo

$$-90^\circ$$

$$-90^\circ$$

$$\omega = 2$$

zero

$$+90^\circ$$

$$0^\circ$$

$$\omega = 4$$

polo

$$-90^\circ$$

$$-90^\circ$$

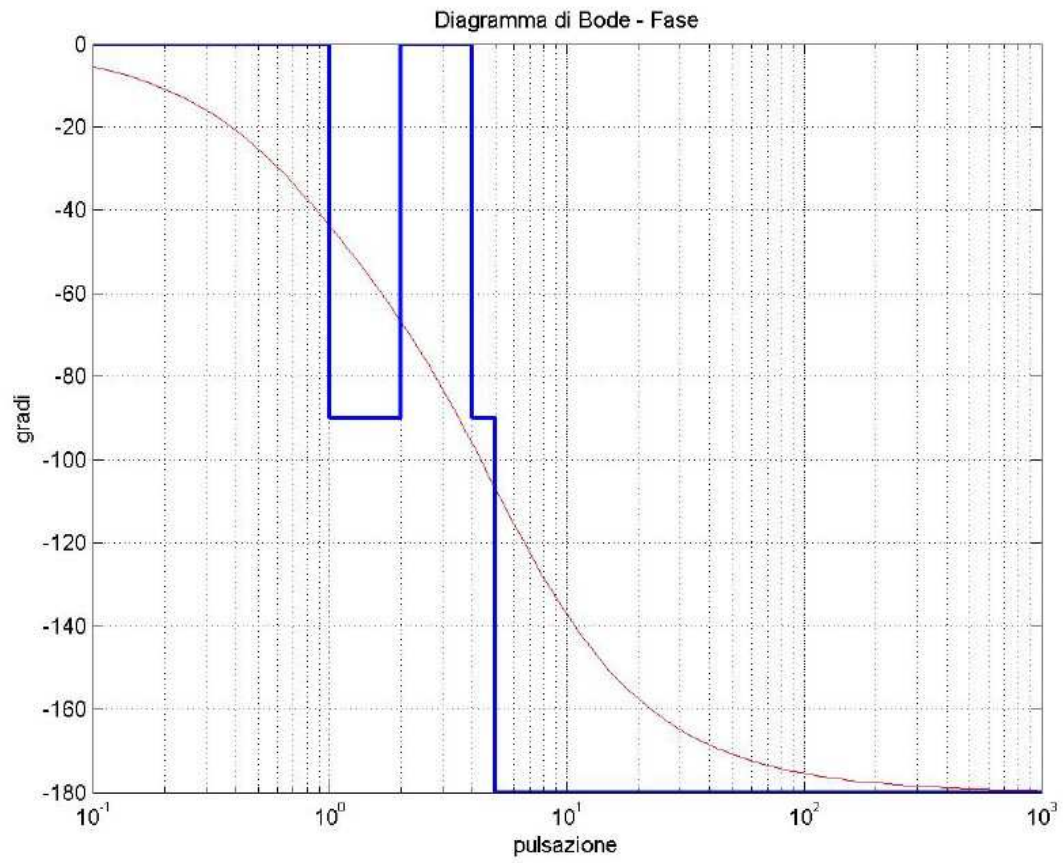
$$\omega = 5$$

polo

$$-90^\circ$$

$$-180^\circ$$

Esercizio 2. Diagramma di Bode della fase



3. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento, che presenta poli complessi:

$$G(s) = \frac{20(s+1)}{(s+2)(s^2+4s+100)}$$

poli $-2, -2 + j9.798, -2 - j9.798$

zeri -1

μ $\frac{20}{2 \cdot 100} = \frac{1}{10}$

g 0

$\omega_n?$

$$\omega_n = \sqrt{\mathcal{R}e(p)^2 + \mathcal{I}m(p)^2}$$

...

$$\omega_n = 10$$

Andamento:

Modulo

$$\omega \leq 1 \quad 20 \log \frac{1}{10} - \cancel{20 \cdot 0 \cdot \log \omega}$$

al passaggio per

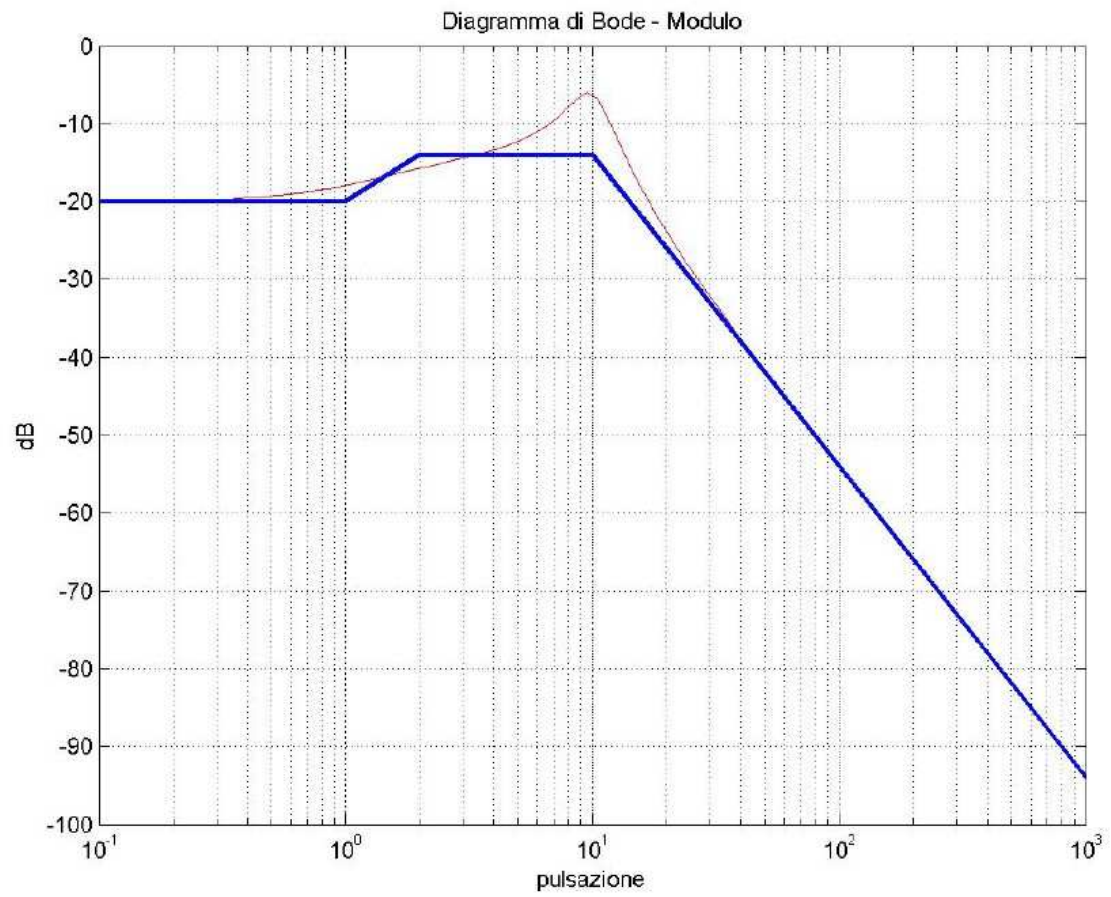
la pendenza cambia di

$\omega = 1$ polo $+20 \text{ dB}$ per decade

$\omega = 2$ zero -20 dB per decade

$\omega = 10$ pulsazione naturale -40 dB per decade

Esercizio 3. Diagramma di Bode del modulo



Fase

$$\omega \leq 1$$

$$\arg \mu = 0 \cdot 90^\circ$$

$$\Rightarrow 0^\circ$$

al passaggio per

la fase cambia di

dunque la fase è:

$$\omega = 1$$

polo

$$-90^\circ$$

$$-90^\circ$$

$$\omega = 2$$

zero

$$+90^\circ$$

$$0^\circ$$

$$\omega = 10$$

pulsazione naturale

$$-180^\circ$$

$$-180^\circ$$



Esercizio 3. Diagramma di Bode della fase

