

5 Un sistema di controllo a retroazione unitaria (figura 2.34) ha la funzione di trasferimento ad anello aperto:

$$G(s) \cdot H(s) = \frac{s+5}{s \cdot (s+3)}$$

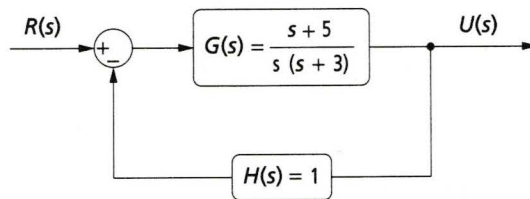


figura 2.34

Dopo aver ricavato la funzione di trasferimento ad anello chiuso e la risposta alla sollecitazione a gradino di ampiezza unitaria, si calcolino:

- l'overshoot e il tempo di assestamento;
- gli errori di posizione, di velocità e di accelerazione.

Svolgimento

Il sistema è di tipo uno perché la funzione di trasferimento ad anello aperto ha un polo nell'origine. La funzione di trasferimento ad anello chiuso $W(s)$ e la trasformata della risposta sono uguali a:

$$W(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)} \quad W(s) = \frac{s+5}{s^2 + 4 \cdot s + 5} \quad U(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{s+5}{s^2 + 4 \cdot s + 5}$$

Considerato che i poli della risposta $U(s)$ sono: $p_1 = 0$, $p_2 = (-2 + j)$ e $p_3 = (-2 - j)$, si ricava la risposta del sistema:

$$u(t) = 1 - 1 \cdot e^{-2 \cdot t} \cdot [\sin t + \cos t]$$

Il tempo di assestamento, la sovraelongazione massima percentuale e il valore massimo della risposta sono:

$$\omega_n = \sqrt{5} = 2,23 \text{ rad/s} \quad 2 \zeta \omega_n = 4 \Rightarrow \zeta \cong 0,9$$

$$T_s = \frac{3}{\zeta \cdot \omega_n} = \frac{3}{0,9 \cdot 2,23} = 1,49 \text{ s}$$

$$S\% = e^{\frac{-\zeta \cdot \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100$$

$$S\% = e^{\frac{-0,9 \cdot 3,14}{\sqrt{1-0,8}}} \cdot 100 = 0,18\%$$

$$U_M = u_r + \frac{M\%}{100} \cdot u_r$$

$$U_M = 1 + e^{\frac{-0,9 \cdot 3,14}{\sqrt{1-0,8}}} \cdot 1 = 1,0018$$

L'errore di posizione è nullo, mentre quelli di velocità e di accelerazione $\left(r(t) = \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^3}\right)$ sono rispettivamente uguali a:

$$\varepsilon_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s+5}{s \cdot (s+3)}} = \frac{3}{5}$$

$$\varepsilon_a = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s+5}{s \cdot (s+3)}} \rightarrow \infty$$

6 Un sistema di controllo a retroazione unitaria (figura 2.35) ha le seguenti funzioni di trasferimento del ramo diretto: $G_1(s) = \frac{s+0,5}{s+1}$ e $G_2(s) = \frac{60}{s \cdot (s^2 + 6 \cdot s + 8)}$

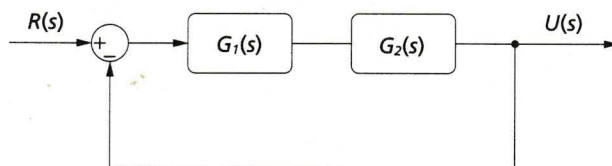


figura 2.35

Dopo aver ricavato i poli della funzione di trasferimento e la risposta del sistema alla sollecitazione a gradino di ampiezza unitaria, si calcolino gli errori di posizione, di velocità e di accelerazione.

Svolgimento

Il sistema è di tipo uno perché la funzione di trasferimento ad anello aperto ha un polo nell'origine. La funzione di trasferimento ad anello chiuso e la trasformata della risposta sono uguali a:

$$W(s) = \frac{60 \cdot (s + 0,5)}{s^4 + 7 \cdot s^3 + 14 \cdot s^2 + 68 \cdot s + 30} \quad U(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{60 \cdot (s + 0,5)}{s^4 + 7 \cdot s^3 + 14 \cdot s^2 + 68 \cdot s + 30}$$

I poli della funzione di trasferimento ad anello chiuso sono tutti a parte reale negativa:

$$p_1 = -6,36, p_2 = (-0,08 + j3,14), p_3 = (-0,08 - j3,14), p_4 = -0,48$$

I poli della risposta $U(s)$ (figura 2.36) sono calcolati con LabVIEW utilizzando il VI **polizeri.vi** presente nella sezione digitale del corso (→ esercizio svolto LabVIEW n. 3 in questa unità).

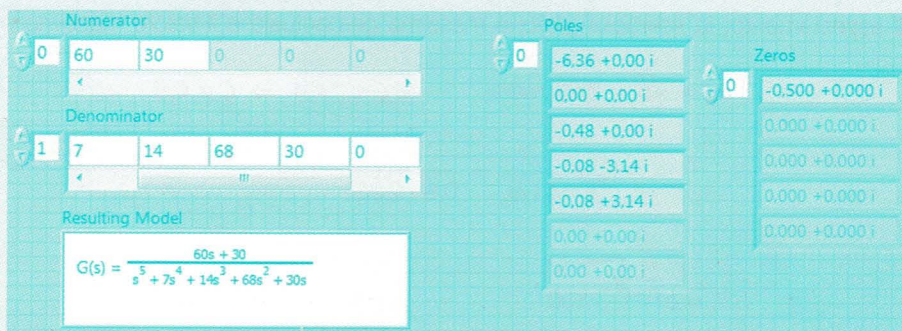


figura 2.36

Applicando i procedimenti noti si ricava la risposta del sistema:

$$u(t) = 1 - 0,19 \cdot e^{-6,3 \cdot t} - 0,0475 \cdot e^{-0,48 \cdot t} - e^{-0,08 \cdot t} \cdot [0,41 \cdot \sin(3,14 \cdot t) + 0,76 \cdot \cos(3,14 \cdot t)]$$

Gli errori di posizione, di velocità e di accelerazione $\left(r(t) = \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^3}\right)$ sono uguali a:

$$\varepsilon_p = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(s+0,5)}{s+1} \cdot \frac{60}{s \cdot (s^2 + 6 \cdot s + 8)}} = 0 \quad \varepsilon_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(s+0,5)}{s+1} \cdot \frac{60}{s \cdot (s^2 + 6 \cdot s + 8)}} = 0,133$$

$$\varepsilon_a = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(s+0,5)}{s+1} \cdot \frac{60}{s \cdot (s^2 + 6 \cdot s + 8)}} \rightarrow \infty$$

esercizi proposti

1. Un sistema di controllo a retroazione unitaria (figura 2.37) ha la funzione di trasferimento ad anello aperto: $G(s) \cdot H(s) = \frac{5}{s^2 + s + 2}$

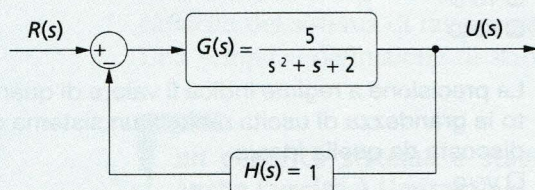


figura 2.37

Dopo aver ricavato la funzione di trasferimento ad anello chiuso e la risposta alla sollecitazione a gradino di ampiezza unitaria, si calcolino:

- ▶ l'overshoot e il tempo di assestamento;
 - ▶ gli errori di posizione, di velocità e di accelerazione.
2. Un sistema di controllo ha la seguente funzione di trasferimento ad anello chiuso:

$$W(s) = \frac{0,2 \cdot (s + 1)}{(1 + 0,5 \cdot s) \cdot (s^2 + 0,4 \cdot s + 1)}$$

Dopo aver ricavato la risposta alla sollecitazione a gradino d'ampiezza unitaria, si calcolino l'overshoot e il tempo di assestamento.

3. Il sistema di controllo a retroazione unitaria di figura 2.38 ha, sul ramo diretto, la funzione di trasferimento indicata con $G(s)$:

$$G(s) = \frac{0,4k}{(s^2 + 0,4 \cdot s + 0,04)}$$

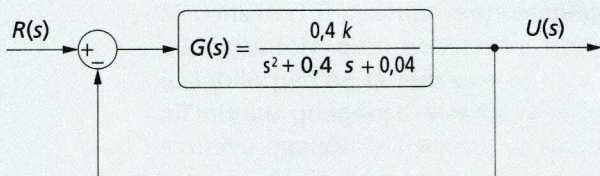


figura 2.38

Dopo aver calcolato il valore di k affinché l'errore di posizione a regime sia minore del 2%, si ricerchi la risposta alla sollecitazione a gradino d'ampiezza unitaria quando è $k = 10$.

4. Un sistema di controllo a retroazione unitaria (figura 2.39) ha la funzione di trasferimento del ramo diretto indicata con $G(s)$ ed è sollecitato da un segnale a rampa $r(t) = 0,3 \cdot t$

$$G(s) = \frac{4 \cdot k \cdot (s + 3)}{s \cdot (s^2 + 4 \cdot s + 2)}$$

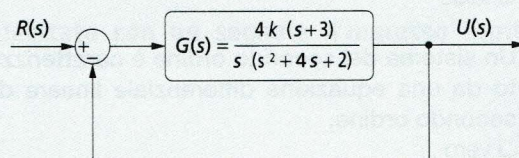


figura 2.39

Dopo aver calcolato il valore di k affinché l'errore di velocità ε_v a regime sia minore del 2%, si ricerchi:

- ▶ la funzione di trasferimento ad anello chiuso e i suoi poli quando è $k = 10$;
 - ▶ la risposta alla sollecitazione a rampa quando è $k = 10$.
5. Si calcolino l'errore a regime di un sistema a retroazione unitaria (figura 2.40) la cui funzione di trasferimento del ramo diretto è indicata con $G(s)$:

$$G(s) = \frac{10}{(s + 2) \cdot (s + 3)}$$

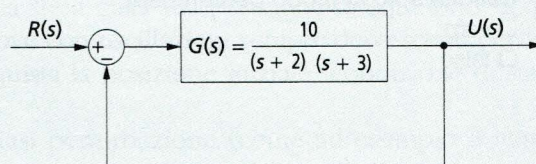


figura 2.40

Test di verifica

■ Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

1. Un sistema del primo ordine con retroazione unitaria fornisce una risposta con ampiezza uguale a quella dello stesso sistema senza retroazione.
☐ vero
☐ falso
2. Un sistema del secondo ordine è caratterizzato da una equazione differenziale lineare del secondo ordine.
☐ vero
☐ falso
3. In un sistema del secondo ordine il fattore di smorzamento ζ dipende dai componenti dissipativi del sistema.
☐ vero
☐ falso
4. I fattori ζ e ω_n determinano il comportamento di un sistema del secondo ordine.
☐ vero
☐ falso
5. Nella risposta oscillatoria smorzata di un sistema del secondo ordine la sovraelongazione è definita solo in modo percentuale.
☐ vero
☐ falso
6. Il tempo di ritardo nella risposta temporale di una oscillazione smorzata definisce il tempo che occorre perché il sistema del secondo ordine raggiunga il valore finale.
☐ vero
☐ falso
7. La precisione a regime indica il valore di quanto la grandezza di uscita reale di un sistema si discosta da quella ideale.
☐ vero
☐ falso
8. L'errore è detto di posizione quando il sistema è sollecitato da un segnale a gradino.
☐ vero
☐ falso
9. Il sistema di tipo uno può essere utilizzato come servosistema?
☐ vero
☐ falso
10. L'errore a regime per ogni tipo di sistema (zero, uno, due) è sempre dello stesso valore.
☐ vero
☐ falso