3.1 Campo magnetico

3.1.1 Introduzione

In prossimità di magneti naturali o artificiali, o di correnti elettriche, sono presenti forze magnetiche che esercitano attrazione su oggetti di ferro e provocano la deviazione di un ago magnetizzato libero di ruotare (ago della bussola). Nella porzione di spazio sede di azioni magnetiche affermiamo che è presente un *campo magnetico*.

Un campo magnetico costante non esercita alcuna azione sulle cariche elettriche statiche, mentre interagisce energicamente con la corrente elettrica: questa fondamentale caratteristica ha permesso la realizzazione dei motori e dei generatori elettrici, di vari strumenti di misura, dei cinescopi televisivi, ecc.

Per una prima analisi del campo magnetico ci serviamo di un ago magnetizzato perfettamente libero di ruotare, che chiameremo ago esploratore. Osserviamo che l'ago esploratore, lontano da magneti o da correnti, si orienta sempre in una ben precisa direzione, prossima alla direzione geografica Nord-Sud. Questo rivela la presenza di un debole campo magnetico terrestre. Indichiamo come polo Nord (simbolo N) l'estremità dell'ago che punta sempre verso il Nord geografico; l'altra estremità viene indicata come polo Sud (simbolo S).

Osservando due aghi magnetici vicini tra loro si rivela che poli di nome opposto si attraggono, mentre poli di nome uguale si respingono. L'ago esploratore ci permette anche di riconoscere i poli di una qualunque barretta magnetizzata: a differenza delle cariche elettrostatiche, una barretta magnetica presenta sempre due poli e, se viene spezzata, sulla superficie di separazione compaiono immediatamente due nuovi poli. Se il magnete viene spezzato indefinitamente presenta sempre due poli, N e S. L'impossibilità di separare i due poli rende disagevole lo studio dei fenomeni magnetici sui magneti naturali. Per la definizione delle grandezze magnetiche ci serviremo perciò delle interazioni tra campo e corrente.

3.1.2 Definizione del vettore induzione magnetica $\bar{B}$

Per affrontare in modo esatto lo studio del magnetismo utilizziamo il *metodo operativo*. Secondo tale metodo, rivelatosi fondamentale nella fisica moderna, quando si studia una nuova grandezza si fissa una procedura di misura univoca, e si definisce la grandezza a partire unicamente dai risultati della misura.

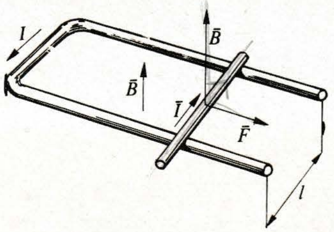

Fig. 3.1.1 - Dispositivo sperimentale per definire e misurare il modulo di $\bar{B}$.

Consideriamo il campo prodotto da un magnete ed analizziamolo per mezzo dell'ago esploratore. In ogni punto del campo l'ago si orienta con direzione e verso ben precisi; ad ogni punto del campo possiamo quindi associare un vettore, che indichiamo con il simbolo $\bar{B}$ e denominiamo *vettore induzione magnetica*. Il vettore $\bar{B}$ ha direzione parallela a quella assunta dall'ago esploratore, ed il suo verso viene fatto coincidere, per convenzione, con il verso indicato dal polo N dell'ago.

Per definire il modulo di $\bar{B}$ e la sua unità di misura utilizziamo operativamente la procedura di misura seguente.

Si osserva sperimentalmente che un segmento rettilineo conduttore di lunghezza l, immerso in un campo magnetico, quando è percorso dalla corrente I diventa sede di una forza meccanica $\bar{F}$ perpendicolare al conduttore stesso e alla direzione del vettore $\bar{B}$, come illustrato in fig. 3.1.1.

Si dispone il conduttore su un piano perpendicolare alla direzione di $\bar{B}$, come in fig. 3.1.2, e si rileva sperimentalmente che la forza $\bar{F}$ risulta direttamente proporzionale all'intensità della corrente I ed alla lunghezza l del segmento conduttore.

Noti i valori di l e di I, il modulo di $\bar{B}$ viene definito in modo tale da risultare direttamente proporzionale alla forza misurata secondo la relazione

$$F = B \cdot l \cdot I$$

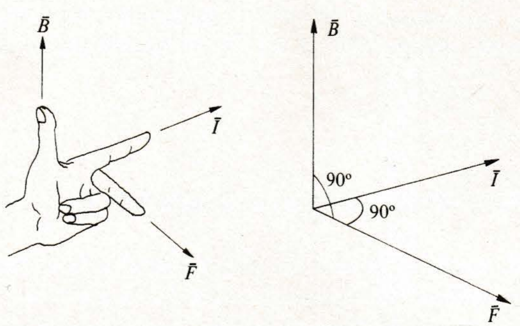

Fig. 3.1.2 - Regola della mano sinistra per individuare le direzioni e i versi di $\bar{B}$, $\bar{I}$, $\bar{F}$.

Inversamente si ricava

$$B = \frac{F}{l \cdot I}$$

L'esperienza descritta fornisce anche l'unità di misura di B, denominata *tesla* (simbolo T).

In una certa porzione di spazio esiste l'induzione di un tesla quando un conduttore lungo un metro, perpendicolare a $\bar{B}$ e percorso dalla corrente di 1 A, risulta sottoposto alla forza di 1 N. Le dimensioni del tesla sono quelle di una forza, divisa per una lunghezza e per una corrente, e risultano perciò $[MT^{-2}A^{-1}]$.

Il modulo di $\bar{B}$ così definito corrisponde al suo valor medio sulla lunghezza l; se l è abbastanza piccola si può ritenere $\bar{B}$ costante.

Le direzioni dell'induzione $\bar{B}$, della forza $\bar{F}$ e della corrente $\bar{I}$ sono tutte perpendicolari tra loro, come già detto; per individuare rapidamente i loro versi si utilizza la regola della mano sinistra: se si aprono pollice, indice e medio della mano sinistra, in modo che formino tutti angoli retti fra loro, e si attribuiscono all'indice il verso della corrente ed al medio il verso della forza, allora il pollice indica il verso del vettore $\bar{B}$ (fig. 3.1.2).

Se ora il conduttore viene ruotato in modo da formare un angolo $\alpha \neq 90°$ rispetto al vettore $\bar{B}$, come in fig. 3.1.3, si misura una forza minore, secondo la relazione

$$F = B \cdot l \cdot I \operatorname{sen} \alpha$$

La direzione della forza rimane ancora perpendicolare al piano individuato da $\bar{B}$ e da $\bar{I}$.

Quando il conduttore è parallelo al vettore $\bar{B}$ ($\alpha = 0$ e sen $\alpha = 0$), allora la forza è nulla; quando invece il conduttore è perpendicolare a $\bar{B}$ ($\alpha = 90°$, sen $\alpha = 1$) la forza è massima.

Le relazioni finora definite possono essere scritte sinteticamente come

$$\bar{F} = \bar{I} \wedge \bar{B} \cdot l$$

(che si legge I esterno B) dove il segno $\wedge$ indica il prodotto vettoriale tra il vettore $\bar{B}$ ed il vettore $\bar{I}$; quest'ultimo ha modulo pari ad I, direzione del conduttore e verso coincidente con il verso positivo della corrente.

A scopo orientativo indichiamo che l'induzione del campo magnetico terrestre, per quanto riguarda l'Italia, è pari a $45 \cdot 10^{-6}$ T, mentre in prossimità della superficie dei magneti permanenti artificiali si ottengono valori di induzione fino a 0,6 T, utilizzando i materiali di più recente realizzazione.

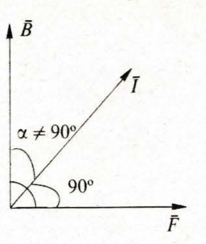

Fig. 3.1.3 - Vettori $\bar{B}$ e $\bar{I}$ che formano un angolo $\alpha \neq 90°$.

Sovente il tesla viene denominato weber/m^2. Inoltre, dal vecchio sistema CGS di unità di misura, è rimasto talvolta in uso il gauss, pari a 10^{-4} T; si stabilisce così l'equivalenza

$$1\ \mathrm{T} = 1\ \mathrm{weber/m^2} = 10^4\ \mathrm{gauss}$$

3.1.3 Costante elettromeccanica

La circostanza per cui un conduttore, percorso da corrente ed immerso in un campo magnetico, dà origine ad una azione meccanica, è di fondamentale importanza in elettrotecnica, poiché consente la generazione di energia meccanica proveniente da energia elettrica e quindi la realizzazione dei motori elettrici.

Consideriamo la già nota disposizione di un conduttore mobile immerso in un campo magnetico, percorso dalla corrente I, che forma l'angolo α con il vettore $\bar{B}$; la forza agente sul conduttore sarà

$$F = B \cdot I \cdot l \operatorname{sen} \alpha$$

Indichiamo con K_E (costante elettromeccanica) il rapporto tra la forza e la corrente nel conduttore

$$K_E = \frac{F}{I} = B \cdot l \operatorname{sen} \alpha$$

la relazione che lega forza e corrente diventa

$$F = K_E \cdot I \qquad [3.1.1]$$

La costante elettromeccanica si misura in NA^{-1}, ed è il parametro fondamentale per il calcolo dei motori elettrici, che utilizzano l'interazione fra corrente e campi magnetici per produrre forze.

3.1.4 Tensione indotta in un conduttore

Consideriamo la disposizione sperimentale di fig. 3.1.4*a*, dove il conduttore mobile di lunghezza l è percorso dalla corrente I ed è immerso in un campo magnetico uniforme $\bar{B}$ perpendicolare al foglio e di verso entrante (simboleggiato dai segni + + + che rappresentano i vettori entranti perpendicolarmente nel foglio).

La forza agente sul conduttore sarà $\bar{F}$. Se consideriamo un conduttore ideale di resistenza trascurabile, la caduta di tensione ai suoi capi sarà nulla, come sarà nulla la potenza fornita dal generatore. Ora permettiamo al conduttore di muoversi nella direzione della forza. Esso compie in tal modo un lavoro meccanico pari al prodotto della forza per

lo spostamento. Se tale spostamento avviene alla velocità istantanea v, la potenza meccanica sviluppata sarà

$$P_{mec} = F \cdot v$$

essendo

$$P = \frac{\text{energia}}{\text{tempo}} = \frac{L}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$$

dove la potenza è misurata in W, la forza in N, la velocità in m/s.

Per il *principio di conservazione dell'energia*, il generatore dovrà fornire in ciascun istante una potenza elettrica P_{el} uguale alla potenza meccanica

$$P_{el} = P_{mec}$$

cioè

$$e \cdot I = F \cdot v$$

Ai capi del conduttore mobile si manifesta perciò una tensione indotta e, che, dalla formula precedente, risulta

$$e = \frac{P_{el}}{I} = \frac{P_{mec}}{I} = \frac{F}{I} \cdot v$$

Il rapporto F/I è proprio la costante elettromeccanica K_E, già nota dal par. 3.1.3. Possiamo scrivere perciò

$$e = K_E \cdot v$$

dove

$$K_E = B \cdot l \operatorname{sen} \alpha \qquad [3.1.2]$$

Se, come nell'esempio, sen $\alpha = 1$ ($\alpha = 90°$), la tensione indotta è data dall'espressione

$$e = B \cdot l \cdot v$$

Se il verso della velocità è concorde con quello della forza, come indicato in fig. 3.1.4*a*, il dispositivo eroga potenza meccanica ed assorbe potenza elettrica dal generatore: il segno positivo della tensione indotta si trova perciò sul punto A, poiché il conduttore mobile si comporta da utilizzatore (funzionamento da motore).

Se invece il verso della velocità è contrario a quello della forza (questo può avvenire applicando dall'esterno una forza opposta ad $\overline{F}$) come in fig. 3.1.4*b*, il dispositivo assorbe potenza meccanica, eroga potenza elettrica al generatore, e quindi la tensione indotta presenta segno positivo sul punto B (funzionamento da alimentatore).

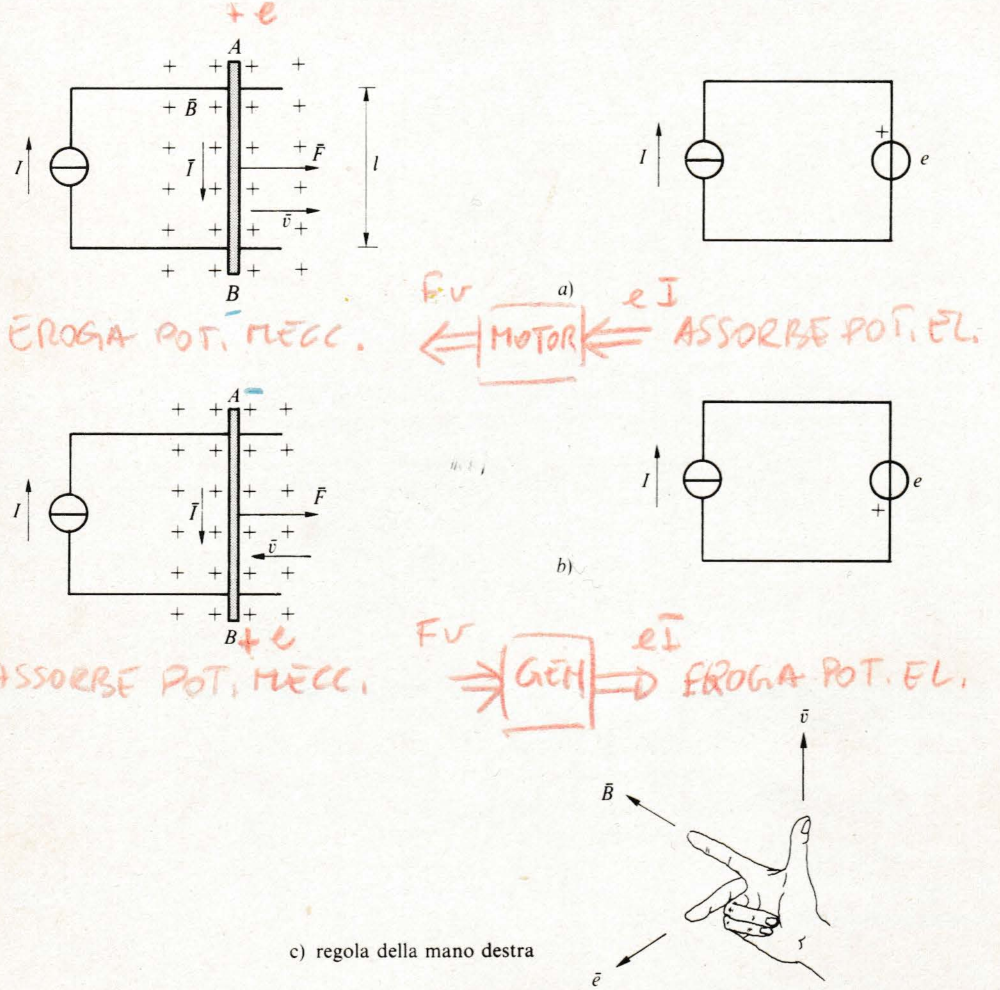

Fig. 3.1.4 - Tensione indotta in un conduttore mobile immerso in un campo magnetico.

Quanto detto finora ci consente di stabilire il segno della tensione indotta, conoscendo direzione e verso di $\bar{B}$ e di $\bar{v}$; per ricordarlo rapidamente è utile la regola della mano destra: se si aprono ad angolo retto le prime tre dita della mano destra e si attribuisce al pollice il verso della velocità ed all'indice il verso dell'induzione $\bar{B}$, il medio indica il verso della tensione indotta (fig. 3.1.4*c*).

Dall'equazione [3.1.2] si osserva che il valore della tensione indotta è direttamente proporzionale all'induzione, alla velocità ed alla lunghezza, mentre è del tutto indipendente dalla corrente che percorre il conduttore. Muovendo il conduttore all'interno del campo magnetico si misura sempre ai suoi capi la tensione $e = K_E \cdot v$, anche in assenza del generatore di corrente utilizzato per la precedente dimostrazione.

La possibilità di generare tensione elettrica utilizzando movimento meccanico è di grandissima importanza pratica, poiché permette la costruzione di generatori che trasformano potenza meccanica in potenza elettrica; di fatto quasi tutta l'energia elettrica viene prodotta con questo mezzo.

F
v
$P_m \Rightarrow \boxed{} \Rightarrow P_e$
Fv
ei

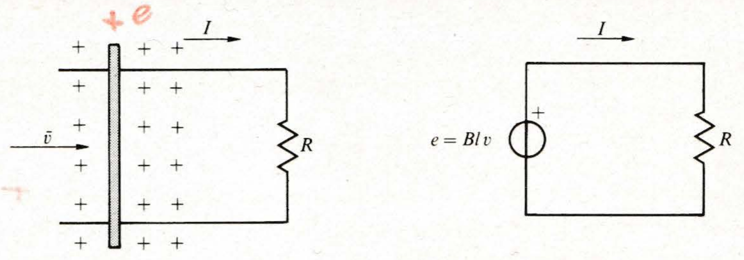

Fig. 3.1.5

Come esempio di generatore di energia elettrica, si chiuda il circuito su un carico di resistenza R, come in fig. 3.1.5, e si spinga il conduttore mobile con velocità costante v; si ottengono i seguenti valori

$$e = K_E \cdot v = B \cdot l \operatorname{sen} \alpha \cdot v$$

$$I = \frac{e}{R}$$

Potenza meccanica fornita dall'esterno al conduttore

$$P_{\text{mec}} = F \cdot v = (K_E \cdot I) \cdot v$$

Potenza elettrica erogata dal conduttore al carico

$$P_{\text{el}} = e \cdot I = (K_E \cdot v) \cdot I$$

Grazie all'identità di K_E nelle due formule, le due potenze risultano coincidenti, rispettando così il principio di conservazione dell'energia: la potenza meccanica fornita per muovere il conduttore si è trasformata interamente in potenza elettrica dissipata nella resistenza. In modo analogo avviene il fenomeno inverso.

In fig. 3.1.6 è riportato un generatore che alimenta un conduttore immerso in campo magnetico. Indicando con R_1 la resistenza interna del generatore e con R_2 la resistenza del conduttore che si muove con velocità v, la corrente nel circuito risulta

$$I = \frac{E - e}{R_1 + R_2} = \frac{E - Blv}{R_1 + R_2}$$

Se la velocità v è tale da creare una tensione e minore di E, la corrente circola come indicato in figura, il generatore elettrico funziona da alimentatore e fornisce la potenza necessaria a muovere il conduttore, nonché le potenze dissipate in R_1 e R_2. Se la velocità v è tale da creare una tensione e maggiore di E, significa che un'entità esterna fornisce la potenza meccanica P_m necessaria per muovere il conduttore a quella velocità. Questa P_m si trasforma in potenza elettrica, che viene assorbita dal generatore (la corrente I si inverte) e dissipata nelle resistenze R_1 e R_2.

Riassumiamo le relazioni fondamentali viste in questo paragrafo e nel precedente:

1) $F = K_E \cdot I \qquad K_E = \dfrac{F}{I}$

2) $e = K_E \cdot v \qquad K_E = \dfrac{e}{v}$

3) $K_E = B \cdot l \operatorname{sen} \alpha$

dove:

α = angolo fra conduttore e vettore $\bar{B}$;
l = lunghezza del conduttore;

secondo la 1) K_E viene misurato in $\dfrac{[\mathrm{N}]}{[\mathrm{A}]}$

secondo la 2) K_E viene misurato in $\dfrac{\mathrm{V}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \mathrm{M}\dfrac{[\mathrm{V}]\,[\mathrm{s}]}{[\mathrm{m}]}$.

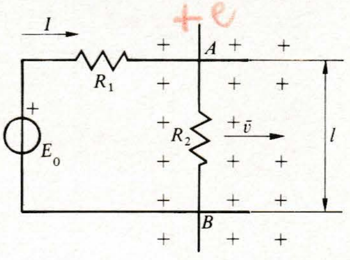

Fig. 3.1.6

Si può agevolmente verificare che le due unità di misura sono uguali. Ricordiamo inoltre che la coincidenza della costante K_E in entrambe le formule 1) e 2) non è casuale, ma è la diretta conseguenza del principio della conservazione dell'energia, che ci ha permesso di ricavare la formula 2).