

# Automi

## 1 Concetti introduttivi

Gli **automati** appartengono alla categoria dei *sistemi sequenziali*, ovvero dei *sistemi dotati di memoria*; di seguito viene fatto riferimento agli *automati a stati finiti*; una definizione classica è la seguente:

► Un **automa a stati finiti** è un sistema *discreto, dinamico e invariante* caratterizzato dalle seguenti proprietà:

- l'insieme dei possibili valori degli ingressi è finito;
- l'insieme dei possibili valori delle uscite è finito;
- l'insieme degli stati è finito.

Essi presentano le caratteristiche proprie dei sistemi sequenziali:

- *gli automi evolvono attraverso una successione di stati in seguito a sollecitazioni;*
- *le risposte del sistema possono essere previste soltanto con la conoscenza simultanea degli ingressi e delle variabili che definiscono lo stato.*

## 2 Modelli

Le proprietà dei sistemi sequenziali sono oggetto di due differenti tipi di rappresentazione denominati rispettivamente:

- *modello di Moore;*
- *modello di Mealy.*

### 2.1 Modello di Moore

► La rappresentazione secondo il **modello di Moore** presenta le seguenti caratteristiche:

- lo stato raggiunto in seguito a una sollecitazione è funzione degli ingressi applicati e dello stato precedente;
- le uscite sono funzione dello stato raggiunto.

Indicando gli ingressi con  $I$ , lo stato con  $X$  e le uscite con  $U$ , l'*automa di Moore* può essere definito attraverso le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}X_{n+1} &= f(I_n, X_n) \\ U_n &= g(X_n)\end{aligned}$$

in cui  $f$  e  $g$  rappresentano due funzioni diverse,  $n + 1$  indica l'istante successivo all'applicazione degli ingressi ed  $n$  l'istante precedente.

La grandezza  $X_{n+1}$  rappresenta quindi lo stato successivo all'applicazione degli ingressi,  $X_n$  lo stato precedente.

Con il modello di Moore, noto lo stato raggiunto, è univocamente determinata l'uscita corrispondente.

## 2.2 Modello di Mealy

► La rappresentazione secondo il **modello di Mealy** presenta le seguenti caratteristiche:

- lo stato raggiunto in seguito a una sollecitazione è funzione degli ingressi applicati e dello stato precedente;
- le uscite sono funzione dello stato raggiunto e degli ingressi.

Utilizzando le notazioni precedenti, l'*automa di Mealy* può essere definito attraverso le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}X_{n+1} &= f(I_n, X_n) \\ U_n &= g(X_n, I_n)\end{aligned}$$

Con il modello di Mealy, noto lo stato raggiunto, non è possibile conoscere l'uscita se non si conosce contemporaneamente anche l'ingresso che ha portato l'automa in quello stato e questo lo differenzia dal modello di Moore.

# 3 Evoluzione nello studio degli automi

Lo studio di un automa a stati finiti può essere effettuato:

- in logica cablata;
- in logica programmata.

## 3.1 Logica cablata

Indipendentemente dal tipo di modello la struttura circuitale di un automa presenta tre blocchi distinti:

- una rete combinatoria d'ingresso;
- una rete di memoria;
- una rete combinatoria d'uscita.

Come evidenziato in FIGURA 1 i blocchi vengono collegati in modo diverso in relazione al tipo di automa.

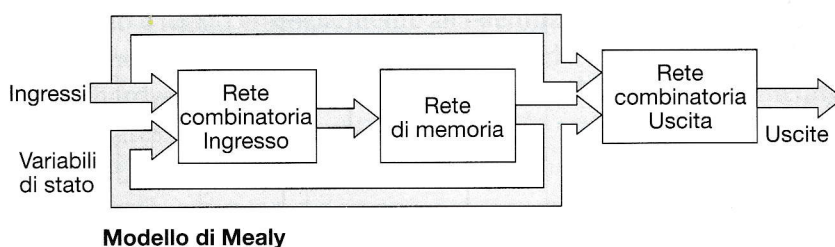
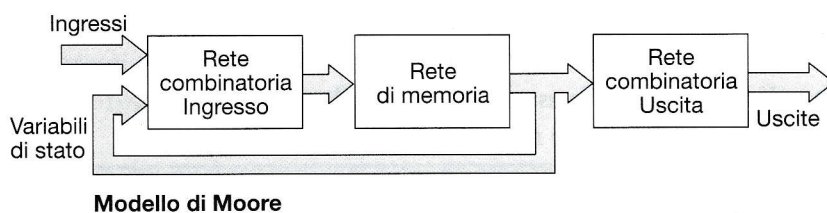


FIGURA 1  
Rappresentazione  
schematica del modello di  
un automa.

Se si utilizza il modello di Moore gli ingressi influenzano la sola rete combinatoria d'ingresso; se si utilizza invece il modello di Mealy gli ingressi influenzano anche la rete combinatoria d'uscita.

Le **reti combinatorie** sono costituite da porte logiche fondamentali che svolgono le funzioni di:

- prodotto logico (*AND*);
- somma logica (*OR*);
- negazione (*NOT*).

Per la **rete di memoria** vengono utilizzati elementi bistabili.

Sono possibili soluzioni di tipo:

- *asincrono, con l'uso di latch*;
- *sincrono, con l'uso di flip-flop*.

In seguito vengono considerate soltanto reti di memoria di tipo sincrono; tali reti, anche se meno veloci, consentono una maggiore stabilità del sistema.

Indispensabile per il progetto di un automa sincrono è la **tabella delle eccitazioni** dei *flip-flop* che stabilisce i valori che devono assumere gli ingressi per mantenere uno stato assunto in precedenza o per provocare una transizione di stato; dalla tavola di verità si ricavano la tabella delle eccitazioni e le transizioni di stato; tavola, tabella e transizioni vengono riportate in FIGURA 2 per il flip-flop JK.

J	K	$Q_{n+1}$
0	0	$Q_n$
0	1	0
1	0	$\overline{Q_n}$
1	1	$\overline{Q_n}$

**tavola di verità**

$Q_n$	$Q_{n+1}$	J	K
0	0	0	x
0	1	1	x
1	0	x	1
1	1	x	0

**tabella delle eccitazioni**

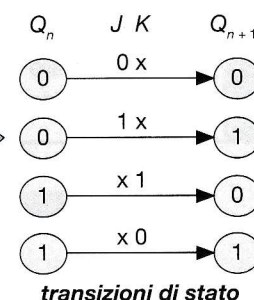


FIGURA 2  
Tavola di verità e tabella  
delle eccitazioni del  
flip-flop JK.

Indicando con il simbolo x il fatto che un ingresso possa essere indifferentemente 0 o 1, dalla lettura della tabella risulta che:



Un automa presenta la seguente struttura:

- un ingresso  $I_0$ ;
- due uscite  $U_0$  e  $U_1$ ;
- rete di memoria con due elementi bistabili  $FF_0$  e  $FF_1$ .

Si considerino come equazioni caratteristiche per i *flip-flop* e per le uscite quelle di seguito riportate:

$$\begin{aligned}U_0 &= Q_0 \\U_1 &= \overline{Q_0} + Q_1 \\J_0 &= 1 \\J_1 &= \overline{Q_0} \\K_0 &= I_0 \cdot Q_1 \\K_1 &= \overline{I_0}\end{aligned}$$

Si richiede di rappresentare lo schema elettrico corrispondente e di classificare l'automa.

### Soluzione

In relazione alle specifiche del testo lo schema elettrico corrispondente viene rappresentato in FIGURA 3.

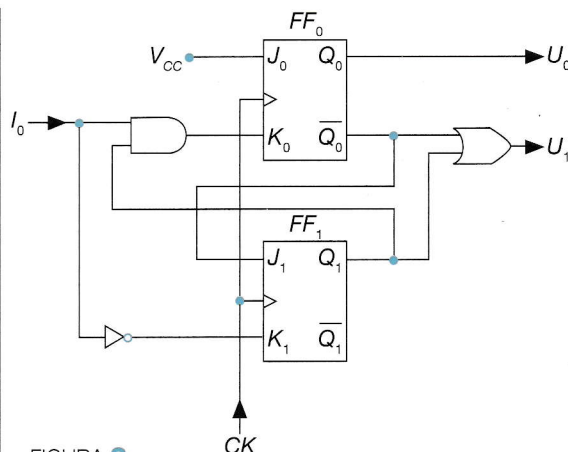


FIGURA 3  
Schema elettrico dell'automa.

L'automa viene classificato come *automa di Moore* perché le uscite sono funzione dello stato raggiunto ma non degli ingressi.

Un automa presenta la seguente struttura:

- due ingressi  $I_0$  e  $I_1$ ;
- una uscita  $U_0$ ;
- rete di memoria con due elementi bistabili  $FF_0$  e  $FF_1$ .

Si considerino come equazioni caratteristiche per i *flip-flop* e per le uscite quelle di seguito riportate:

$$\begin{aligned}U_0 &= I_0 + \overline{Q_0} \\J_0 &= 1 \\J_1 &= 1 \\K_0 &= I_0 \cdot Q_0 \\K_1 &= I_1 \cdot \overline{Q_1}\end{aligned}$$

Si richiede di rappresentare lo schema elettrico corrispondente e di classificare l'automa.

### Soluzione

In relazione alle specifiche del testo lo schema elettrico corrispondente viene riportato in FIGURA 4.

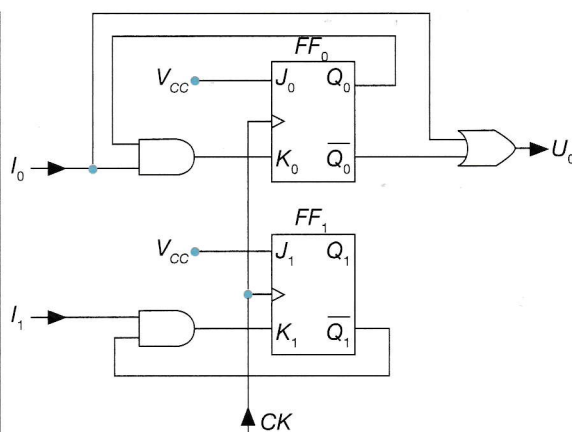


FIGURA 4  
Schema elettrico dell'automa.

L'automa viene classificato come *automa di Mealy* perché l'uscita è funzione sia dello stato raggiunto sia degli ingressi.

## 3.2 Logica programmata

La soluzione in logica cablata è quella tradizionale che però richiede un percorso progettuale piuttosto complesso; oltre alla complessità della procedura si deve anche considerare il fatto che l'uso delle *mappe di*



*Karnaugh* limita il numero massimo di variabili utilizzabili per gli stati e gli ingressi; un ulteriore limite a questa soluzione è la flessibilità in quanto il progetto stesso è strettamente legato ai componenti circuitali utilizzati.

L'impiego dei microprocessori e dei microcontrollori ha consentito una sostanziale modifica del percorso progettuale con il passaggio alla logica programmata e quindi all'impiego del software.

Il progetto è legato essenzialmente alla definizione del software in quanto, in commercio, esistono degli hardware standard facilmente reperibili; i problemi hardware da risolvere sono quelli relativi all'interfacciamento dei segnali d'ingresso e d'uscita.

## 4 Progetto in logica cablata

Per evidenziare le fasi relative al progetto in logica cablata di un automa si riporta di seguito, nella FIGURA 5, lo schema a blocchi del procedimento.

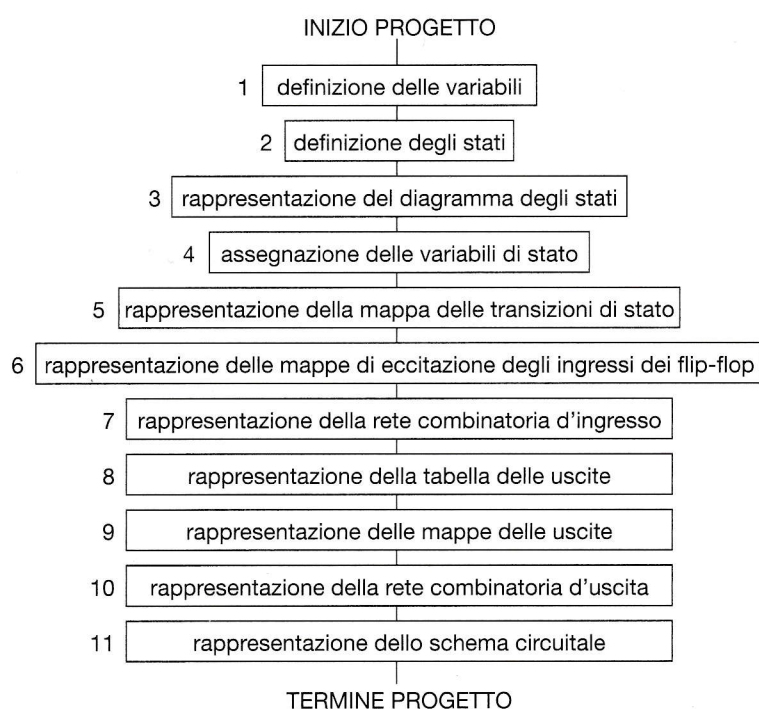


FIGURA 5  
Schema a blocchi del  
progetto in logica cablata  
di un automa.

Risultando in questa sede una trattazione teorica piuttosto complessa e poco produttiva, si ritiene utile procedere nella spiegazione attraverso due esempi pratici.

### 4.1 Progetto di un automa di Moore

Viene di seguito proposto un esempio applicativo trattabile con il modello di Moore.

Si consideri un sistema di controllo per l'azionamento di tre motori  $M_1$ ,  $M_2$  ed  $M_3$ .

I motori devono funzionare con sequenze prestabilite dall'utente che può agire su un ingresso di controllo  $I$ .

Come evidenziato dai diagrammi temporali riprodotti in FIGURA 6, vengono previste due modalità di funzionamento:

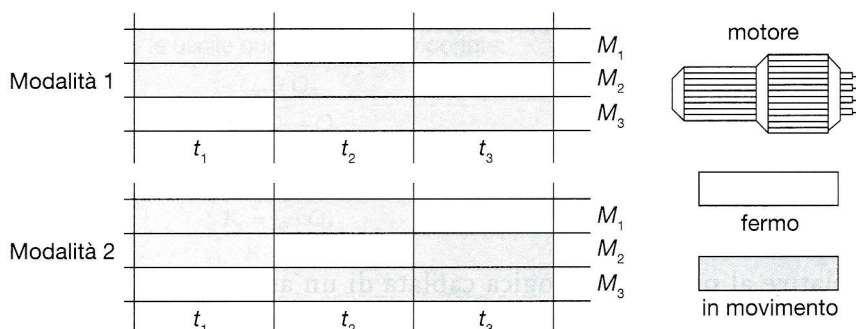


FIGURA 6  
Modalità di funzionamento del sistema.

Lo schema a blocchi del sistema, in termini di ingressi e di uscite, viene riportato in FIGURA 7.

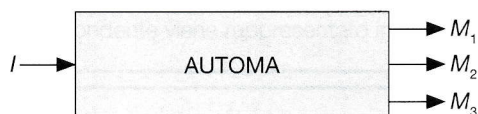


FIGURA 7  
Schema a blocchi del sistema

A partire da queste specifiche si vuole realizzare lo schema elettrico dell'automa utilizzando il modello di Moore.

## Soluzione

Si procede attraverso i passi in precedenza definiti:

### 1) Definizione delle variabili

Per l'ingresso di controllo si stabilisce che:

- $I = 0$  determina il funzionamento in modalità 1;
- $I = 1$  determina il funzionamento in modalità 2.

Per le uscite viene stabilita la seguente convenzione:

- al motore fermo viene assegnato il livello logico 0;
- al motore in movimento viene assegnato il livello logico 1.

### 2) Definizione degli stati

Dall'analisi delle modalità di funzionamento si deduce che sono possibili tre stati:

- $S_0$ , con uscite 110;
- $S_1$ , con uscite 011;
- $S_2$ , con uscite 101.

### modalità 1

- periodo  $t_1$ :  $M_1$  ed  $M_2$  in movimento,  $M_3$  fermo;
- periodo  $t_2$ :  $M_2$  ed  $M_3$  in movimento,  $M_1$  fermo;
- periodo  $t_3$ :  $M_3$  ed  $M_1$  in movimento,  $M_2$  fermo.

### modalità 2

- periodo  $t_1$ :  $M_1$  ed  $M_2$  in movimento,  $M_3$  fermo;
- periodo  $t_2$ :  $M_3$  ed  $M_1$  in movimento,  $M_2$  fermo;
- periodo  $t_3$ :  $M_2$  ed  $M_3$  in movimento,  $M_1$  fermo.

### 3) Diagramma degli stati

Un diagramma degli stati descrive in modo completo il comportamento di un automa perché contiene tutte le informazioni necessarie per il progetto in termini di stato, ingressi e uscite.

Il diagramma degli stati valido per questo sistema, dedotto dai diagrammi temporali, viene riportato in FIGURA 8.

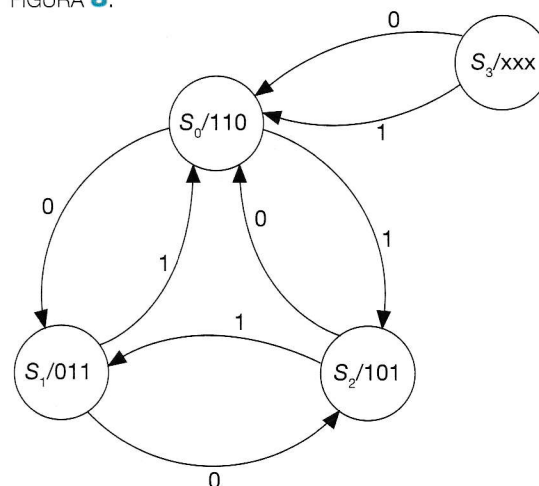


FIGURA 8  
Diagramma degli stati del sistema

La simbologia adottata è la seguente:

- ogni cerchio rappresenta uno stato del sistema;
- lo stato viene individuato all'interno del cerchio dai caratteri alfanumerici disposti a sinistra della barra;
- le uscite corrispondenti a un determinato stato vengono individuate all'interno del cerchio dalle sequenze numeriche disposte a destra della barra;

- ogni arco orientato indica una transizione di stato;
- ogni arco è contrassegnato dai valori degli ingressi che determinano la transizione;
- da ogni cerchio si diramano tanti archi quante sono le possibili combinazioni degli ingressi.

Nel diagramma degli stati compare anche un quarto stato  $S_3$ , le cui uscite vengono considerate come in-differenti (xxx).

Dal punto di vista pratico il quarto stato, anche se non previsto nel funzionamento normale dell'automa, deve essere ugualmente preso in considerazione per evitare che, per cause accidentali, il sistema si venga a trovare durante il suo funzionamento in tale stato e ivi rimanga bloccato.

Nel caso il fatto si verificasse, si è arbitrariamente scelto di riportare il sistema nello stato  $S_0$ .

#### 4) Assegnazione delle variabili di stato

A ciascuno stato vengono associate delle *variabili di stato* che vengono rappresentate con lo stesso simbolo  $Q$  adottato universalmente per le uscite fisiche dei *flip-flop* ( $Q_1$  uscita di  $FF_1$  e  $Q_0$  uscita di  $FF_0$ ).

Una possibile associazione è la seguente:

- $S_0 > Q_1 = 0, Q_0 = 0$ ;
- $S_1 > Q_1 = 0, Q_0 = 1$ ;
- $S_2 > Q_1 = 1, Q_0 = 1$ ;
- $S_3 > Q_1 = 1, Q_0 = 0$ .

#### 5) Mappa delle transizioni

La *mappa delle transizioni* serve per individuare lo *stato successivo* a partire dallo *stato presente* in funzione della variabile di controllo; viene dedotta dal diagramma degli stati.

La mappa delle transizioni può essere costruita in due forme differenti che vengono riprodotte in FIGURA 9.

		$I$			
		$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
$I$	0	$S_1$	$S_2$	$S_0$	$S_0$
	1	$S_2$	$S_0$	$S_1$	$S_0$

**forma 1**

		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
$I$	0	01	11	00	00
	1	11	00	01	00

**forma 2**

FIGURA 9

Mappe delle transizioni (forme 1 e 2).

La mappa, con otto caselle, viene così costruita:

- lo stato presente in orizzontale;

- la variabile d'ingresso in verticale;
- lo stato successivo dentro le caselle.

Per il riempimento delle caselle, nella prima forma, si procede nel modo seguente:

#### – riga 1, colonna 1

Viene riportato  $S_1$  perché dallo stato  $S_0$ , quando si presenta in ingresso 0, si passa nello stato  $S_1$ .

#### – riga 2, colonna 1

Viene riportato  $S_2$  perché dallo stato  $S_0$ , quando si presenta in ingresso 1, si passa nello stato  $S_2$ .

#### – riga 1, colonna 2

Viene riportato  $S_2$  perché dallo stato  $S_1$ , quando si presenta in ingresso 0, si passa nello stato  $S_2$ .

#### – riga 2, colonna 2

Viene riportato  $S_0$  perché dallo stato  $S_1$ , quando si presenta in ingresso 1, si passa nello stato  $S_0$ .

#### – riga 1, colonna 3

Viene riportato  $S_0$  perché dallo stato  $S_2$ , quando si presenta in ingresso 0, si passa nello stato  $S_0$ .

#### – riga 2, colonna 3

Viene riportato  $S_1$  perché dallo stato  $S_2$ , quando si presenta in ingresso 1, si passa nello stato  $S_1$ .

#### – riga 1, colonna 4

Viene riportato  $S_0$  perché dallo stato  $S_3$ , quando si presenta in ingresso 0, si passa nello stato  $S_0$ .

#### – riga 2, colonna 4

Viene riportato  $S_0$  perché dallo stato  $S_3$ , quando si presenta in ingresso 1, si passa nello stato  $S_0$ .

Una seconda forma di mappa delle transizioni, più utile dal punto di vista pratico, viene dedotta dalla prima forma sostituendo ai singoli stati le variabili di stato corrispondenti in precedenza definite.

#### 6) Mappe di eccitazione dei flip-flop

Essendo gli stati in numero di quattro, si utilizzano due *flip-flop*.

Le mappe degli ingressi si ricavano, una per ciascuno degli ingressi dei *flip-flop*, prendendo come riferimento:

- la mappa delle transizioni di stato nella forma 2;
- la tabella delle eccitazioni dei *flip-flop*.



Le mappe vengono riportate in FIGURA 10.

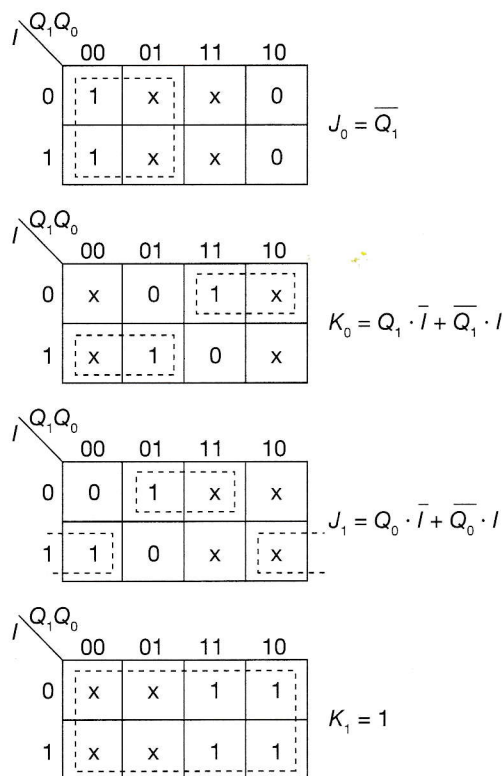


FIGURA 10  
Mappe di eccitazione dei flip-flop.

Ciascuna mappa, con otto caselle in questo caso, presenta le seguenti caratteristiche:

- le due variabili di stato disposte orizzontalmente (indicate con  $Q_1$  e  $Q_0$  come avviene di solito per le uscite degli elementi bistabili della rete) che rappresentano lo stato presente;
- la variabile d'ingresso disposta verticalmente;
- nelle caselle i valori che devono assumere gli ingressi dei *flip-flop* per passare da uno stato a quello successivo.

Il metodo di riempimento di una mappa, prendendo come esempio di riferimento quello relativo all'ingresso  $J_0$ , può essere sintetizzato tenendo presente ciò che avviene nella tabella delle transizioni:

– riga 1, colonna 1

Partendo da  $Q_0 = 0$ , quando si presenta in ingresso 0, si passa a  $Q_0 = 1$ ; in accordo con la tabella delle eccitazioni viene riportato 1.

– riga 2, colonna 1

Partendo da  $Q_0 = 0$ , quando si presenta in ingresso 1, si passa a  $Q_0 = 1$ ; in accordo con la tabella delle eccitazioni viene riportato 1.

– riga 1, colonna 2

Partendo da  $Q_0 = 1$ , quando si presenta in ingresso 0, si passa a  $Q_0 = 1$ ; in accordo con la tabella delle eccitazioni viene riportato x.

– riga 2, colonna 2

Partendo da  $Q_0 = 1$ , quando si presenta in ingresso 1, si passa a  $Q_0 = 0$ ; in accordo con la tabella delle eccitazioni viene riportato x.

– riga 1, colonna 3

Partendo da  $Q_0 = 1$ , quando si presenta in ingresso 0, si passa a  $Q_0 = 0$ ; in accordo con la tabella delle eccitazioni viene riportato x.

– riga 2, colonna 3

Partendo da  $Q_0 = 1$ , quando si presenta in ingresso 1, si passa a  $Q_0 = 1$ ; in accordo con la tabella delle eccitazioni viene riportato x.

– riga 1, colonna 4

Partendo da  $Q_0 = 0$ , quando si presenta in ingresso 0, si passa a  $Q_0 = 0$ ; in accordo con la tabella delle eccitazioni viene riportato 0.

– riga 2, colonna 4

Partendo da  $Q_0 = 0$ , quando si presenta in ingresso 1, si passa a  $Q_0 = 0$ ; in accordo con la tabella delle eccitazioni viene riportato 0.

#### 7) Rete combinatoria di ingresso

Procedendo allo stesso modo per gli altri ingressi e utilizzando i consueti metodi di minimizzazione delle reti combinatorie si ottengono le espressioni delle funzioni logiche relative agli ingressi dei *flip-flop* riportate vicino alle mappe.

#### 8) Tabella delle uscite

Si ricava direttamente dal diagramma degli stati; come per la mappa delle transizioni possono essere definite due forme.

La prima si ricava associando le uscite allo stato; la seconda invece si ottiene sostituendo a ciascuno stato le variabili di stato in precedenza definite.

Le tabelle delle uscite, nelle due forme, vengono riportate in FIGURA 11.

Stato	Uscite		
	$M_1$	$M_2$	$M_3$
$S_0$	1	1	0
$S_1$	0	1	1
$S_2$	0	0	1
$S_3$	x	x	x

forma 1

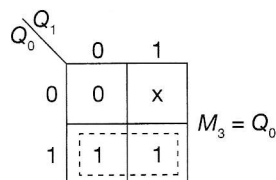
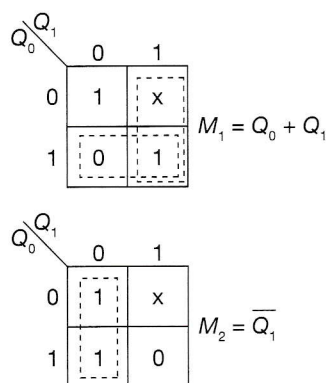
Stato		Uscite		
$Q_1$	$Q_0$	$M_1$	$M_2$	$M_3$
0	0	1	1	0
0	1	0	1	1
1	1	0	0	1
1	0	x	x	x

forma 2

FIGURA 11  
Tabelle delle uscite (forme 1 e 2).

## 9) Mappe delle uscite

Sono ovviamente in numero di tre e vengono ricavate dalla tabella delle uscite; vengono riportate nella FIGURA 12.

FIGURA 12  
Mappe delle uscite.

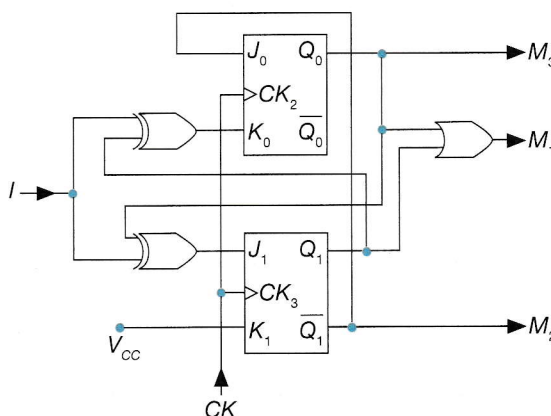
## 10) Rete combinatoria di uscita

Utilizzando i consueti metodi di minimizzazione delle reti combinatorie si ottengono le espressioni delle uscite riportate vicino alle mappe.

Come deve essere per un automa di Moore, le uscite dipendono esclusivamente dallo stato.

## 11) Schema circuitale

Note le espressioni logiche che definiscono le reti combinatorie di ingresso e di uscita, lo schema elettrico dell'automa viene proposto in FIGURA 13.

FIGURA 13  
Schema elettrico dell'automa.

## 4.2 Progetto di un automa di Mealy

Viene di seguito proposto un esempio applicativo trattabile con il modello di Mealy.

Si consideri un sistema di controllo per l'azionamento di un ascensore situato in un edificio costituito da un solo piano.

L'ascensore viene pertanto adibito al trasporto di persone e/o merci dal piano terra al primo piano e viceversa.

Il controllo del sistema da parte dell'operatore avviene attraverso i pulsanti situati ai piani; si possono considerare due variabili d'ingresso:

- $P_0$ , per il pulsante di chiamata situato al piano terra;
- $P_1$ , per il pulsante di chiamata situato al primo piano.

Le variabili d'uscita sono il numero di piani che l'ascensore deve percorrere in salita o in discesa; si hanno pertanto le variabili:

- $Z+$ , per salire di un piano;
- $Z-$ , per scendere di un piano.

Gli stati possibili per il sistema sono due e indicano la posizione al piano dell'ascensore.

I possibili modi di funzionamento del sistema vengono schematizzati in FIGURA 14; essi sono:

- salita di un piano, premendo  $P_1$  quando l'ascensore si trova al piano terra;
- discesa di un piano, premendo  $P_0$  quando l'ascensore si trova al primo piano.

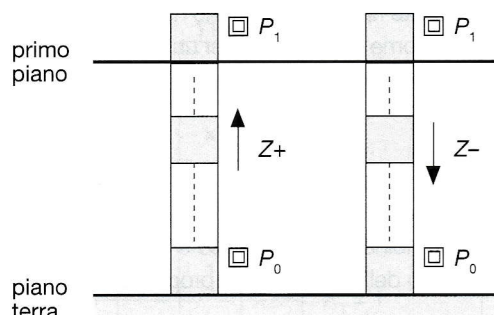


FIGURA 14  
Modi di funzionamento del sistema.

Si ritiene che il sistema debba mantenere il proprio stato negli altri casi:

- quando non viene premuto alcun pulsante;
- quando vengono premuti contemporaneamente entrambi i pulsanti;
- quando viene premuto il pulsante  $P_0$  se l'ascensore si trova al piano terra;
- quando viene premuto il pulsante  $P_1$  se l'ascensore si trova al primo piano.

Si precisa che l'automa in questione può essere trattato come sincrono se si ipotizza che la lettura dei pulsanti ai piani avvenga in corrispondenza di un segnale di clock a frequenza abbastanza elevata.

Lo schema a blocchi del sistema, in termini di ingressi e di uscite, viene proposto in FIGURA 15.

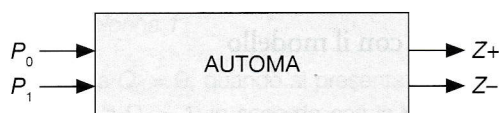


FIGURA 15  
Schema a blocchi del sistema.

A partire da queste specifiche si vuole realizzare lo schema elettrico dell'automa utilizzando il modello di Mealy.

## Soluzione

Si procede attraverso i passi in precedenza definiti:

### 1) Definizione delle variabili

Per l'ingresso viene stabilita la seguente convenzione:

- $P = 0$ , per il pulsante in posizione di riposo;
- $P = 1$ , per il pulsante premuto.

Per le uscite viene stabilita la seguente convenzione:

- $Z = 0$ , per l'ascensore fermo;
- $Z = 1$ , per il movimento dell'ascensore.

### 2) Definizione degli stati

In maniera del tutto arbitraria i due stati vengono indicati con:

- $S_0$ , ascensore al piano terra;
- $S_1$ , ascensore al primo piano.

### 3) Diagramma degli stati del sistema

Il diagramma degli stati valido per questo sistema, dedotto analizzando le modalità di funzionamento, viene riportato in FIGURA 16.

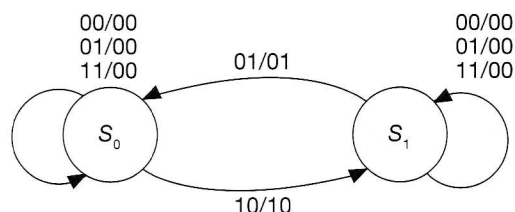


FIGURA 16  
Diagramma degli stati del sistema.

Rispetto al diagramma relativo all'automa di Moore si notano le seguenti differenze:

- all'interno del cerchio viene indicato soltanto lo stato del sistema poiché in questo caso le uscite dipendono anche dagli ingressi;
- ogni arco è contrassegnato dai valori degli ingressi (a sinistra della barra) e delle uscite (a destra della barra) che determinano la transizione.

In relazione al funzionamento del sistema sono possibili le seguenti transizioni di stato:

- da  $S_1$  a  $S_0$ , premendo  $P_0$  quando l'ascensore si trova al primo piano;
- da  $S_0$  a  $S_1$ , premendo  $P_1$  quando l'ascensore si trova al piano terra.

In tutte le altre situazioni il sistema mantiene lo stato assunto in precedenza.

### 4) Assegnazione delle variabili di stato

Una possibile associazione stato/variabili di stato è la seguente:



- $S_0 > Q_0 = 0$ ;
- $S_1 > Q_0 = 1$ .

#### 5) Mappe delle transizioni

La prima forma di mappa delle transizioni di stato si ricava direttamente dal diagramma degli stati del sistema; la seconda invece si ricava tenendo conto dell'associazione tra stato e variabili di stato e quindi delle uscite fisiche dei *flip-flop*; entrambe le forme vengono riprodotte in FIGURA 17.

$P_1 P_0$	$S$	
	$S_0$	$S_1$
00	$S_0$	$S_1$
01	$S_0$	$S_0$
11	$S_0$	$S_1$
10	$S_1$	$S_1$

forma 1

$P_1 P_0$	$Q_0$	
	0	1
00	0	1
01	0	0
11	0	1
10	1	1

forma 2

FIGURA 17  
Mappe delle transizioni di stato (forme 1 e 2).

La mappa, con otto caselle, è stata così definita:

- la variabile di stato presente è disposta orizzontalmente;
- le variabili d'ingresso sono disposte verticalmente;
- le caselle vengono riempite con le variabili di stato che definiscono lo stato successivo.

È evidente che lo stato cambia solo due volte:

- quando viene premuto il pulsante  $P_0$  e il sistema si trova nello stato 1;
- quando viene premuto il pulsante  $P_1$  e il sistema si trova nello stato 0.

#### 6) Mappe di eccitazione degli ingressi dei flip-flop

Essendo gli stati in numero di due viene utilizzato un solo *flip-flop*.

Le mappe delle eccitazioni, riprodotte in FIGURA 18, sono pertanto due e si ricavano dalla mappa delle transizioni di stato.

$P_1 P_0$	$Q_0$	
	0	1
00	0	x
01	0	x
11	0	x
10	1	x

$J_0 = P_1 \cdot \overline{P_0}$

$P_1 P_0$	$Q_0$	
	0	1
00	x	0
01	x	1
11	x	0
10	x	0

$K_0 = \overline{P_1} \cdot P_0$

FIGURA 18  
Mappe delle eccitazioni dei flip-flop.

#### 7) Rete combinatoria di ingresso

Utilizzando i consueti metodi di minimizzazione delle reti combinatorie si ottengono le funzioni logiche relative agli ingressi dei *flip-flop* riportate vicino alle mappe delle eccitazioni.

#### 8) Tabella delle uscite

Si ricava direttamente dal diagramma degli stati; come per la mappa delle transizioni possono essere definite due forme.

La prima forma si ricava associando le uscite allo stato; la seconda invece si ottiene sostituendo a ciascuno stato le variabili di stato in precedenza definite.

L'aspetto della tabella è però diverso da quello proposto per l'automata di Moore in quanto le uscite sono anche funzione degli ingressi.

Entrambe le forme vengono riportate in FIGURA 19.

Stato	Ingresso		Uscite	
	$P_1$	$P_0$	$Z+$	$Z-$
$S_0$	0	0	0	0
	0	1	0	0
	1	1	0	0
	1	0	1	0
$S_1$	0	0	0	0
	0	1	0	1
	1	1	0	0
	1	0	0	0

forma 1

Stato	Ingresso		Uscite	
$Q_0$	$P_1$	$P_0$	$Z+$	$Z-$
0	0	0	0	0
	0	1	0	0
	1	1	0	0
	1	0	1	0
1	0	0	0	0
	0	1	0	1
	1	1	0	0
	1	0	0	0

forma 2

FIGURA 19  
Tabelle delle uscite (forme 1 e 2).

Nella prima forma la lettura della tabella (dall'alto verso il basso) avviene nel modo seguente:

- se il sistema si trova nello stato  $S_0$  (piano terra) e viene premuto il pulsante  $P_1$ , l'uscita  $Z+$  viene attivata, l'uscita  $Z-$  non viene attivata;
- se il sistema si trova nello stato  $S_1$  (primo piano) e viene premuto il pulsante  $P_1$ , le due uscite non vengono attivate;
- se il sistema si trova nello stato  $S_0$  (piano terra) e viene premuto il pulsante  $P_0$ , le due uscite non vengono attivate;
- se il sistema si trova nello stato  $S_1$  (primo piano) e viene premuto il pulsante  $P_0$ , l'uscita  $Z+$  non viene attivata, l'uscita  $Z-$  viene attivata.

#### 9) Mappe delle uscite

Meno immediato in questo caso è il passaggio dalla

$P_1 P_0 \backslash Q_0$		0	1
		00	01
0	00	0	0
	01	0	0
1	11	0	0
	10	1	0

$Z+ = P_1 \cdot \overline{P_0} \cdot \overline{Q_0}$

$P_1 P_0 \backslash Q_0$		0	1
		00	01
0	00	0	0
	01	0	1
1	11	0	0
	10	0	0

$Z- = \overline{P_1} \cdot P_0 \cdot Q_0$

FIGURA 20  
Mappe delle uscite.

tabella delle uscite alle due mappe, che vengono riportate in FIGURA 20.

Visto il funzionamento del sistema era logico aspettarsi la presenza di un solo 1 per ciascuna mappa.

#### 10) Rete combinatoria di uscita

Le espressioni logiche delle uscite vengono riportate vicino alle mappe.

Come deve essere per un automa di Mealy, le uscite dipendono dallo stato e dagli ingressi.

#### 11) Schema circuitale

Note le espressioni logiche che definiscono le reti combinatorie di ingresso e di uscita, lo schema elettrico dell'automa viene evidenziato nella FIGURA 21.

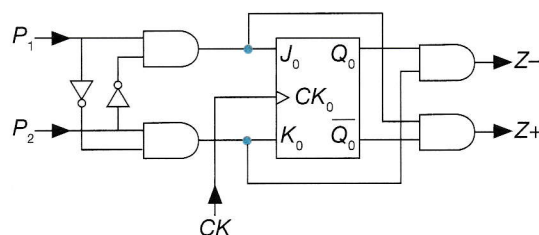


FIGURA 21  
Schema elettrico dell'automa.

## 5 Confronto tra i due modelli

Le principali differenze evidenziate nel corso della trattazione degli automi di Moore e di Mealy sono:

- in un automa di Moore il cambiamento degli stati e delle uscite è scandito dal segnale di *clock*;
- in un automa di Mealy il cambiamento degli stati è sempre sincrono con il *clock*, quello delle uscite è invece sincrono con gli ingressi;
- l'automa di Mealy offre il vantaggio di poter realizzare il sistema con un numero minore di stati.

Utilizzando semplici esempi si vuole discutere sulle conseguenze pratiche che derivano da queste affermazioni.

Si considerino i diagrammi temporali riportati in FIGURA 22 in cui viene considerata la risposta  $U$  alla medesima sollecitazione  $I$  da parte di due automi equivalenti realizzati rispettivamente con i modelli di Moore e di Mealy.

Discutere sulle conseguenze che derivano dal fatto che i due automi si comportano in modo differente dal punto di vista della commutazione.

### Soluzione

Analizzando i diagrammi risulta evidente che:

- con l'automa di Moore l'uscita rimane costante in tutto l'intervallo compreso tra due impulsi di clock;
- con l'automa di Mealy l'uscita cambia con l'ingresso e si mantiene tale solo fino al fronte di discesa del segnale di clock.

La soluzione con Mealy può talvolta portare a inconvenienti durante il funzionamento del sistema.

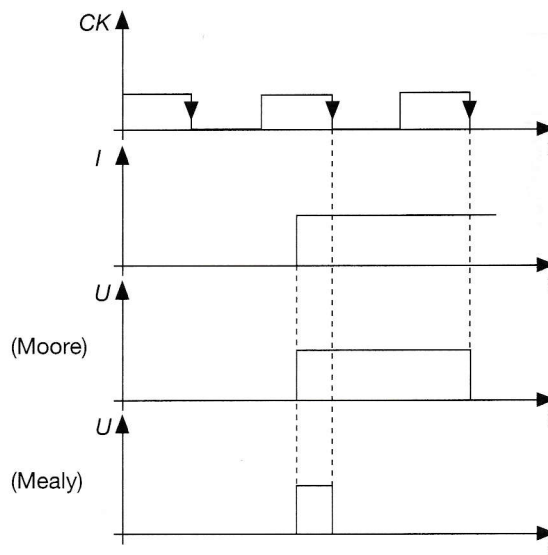


FIGURA 22

Risposte di automi equivalenti alla medesima sollecitazione.

Si consideri il diagramma degli stati di un automa di Moore riportato in FIGURA 23.

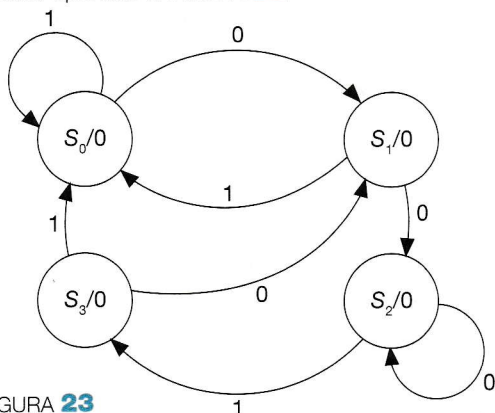


FIGURA 23

Diagramma degli stati di un sistema con l'automa di Moore.

Sintetizzare l'automa utilizzando il modello di Mealy con lo scopo di ridurne gli stati.

### Soluzione

Il sistema presenta inizialmente quattro stati.

Lo stesso sistema, sintetizzato con un automa di Mealy, presenta un diagramma degli stati equivalente come quello riportato in FIGURA 24.

Si può osservare che gli stati  $S_0$  ed  $S_3$  risultano equivalenti poiché, quando vengono applicati i medesimi segnali d'ingresso, le uscite e gli stati successivi coincidono.

Sfruttando questa equivalenza il diagramma degli stati può essere ridotto a quello a tre stati riprodotto in FIGURA 25.

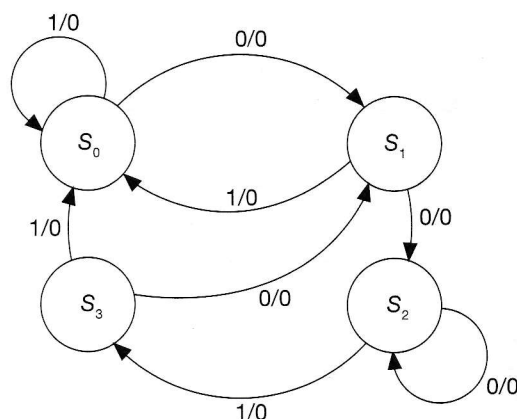


FIGURA 24

Diagramma equivalente con l'automa di Mealy.

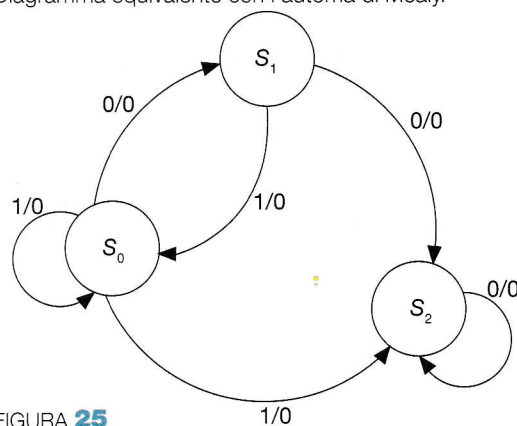


FIGURA 25

Diagramma equivalente ridotto.

Questo a conferma di quanto in precedenza affermato.



ESERCIZIO 1

Dopo aver riconosciuto il tipo di automa in relazione alla rappresentazione grafica del diagramma degli stati riportato in FIGURA 26, ricavare le mappe delle transizioni nelle forme definite 1 e 2.

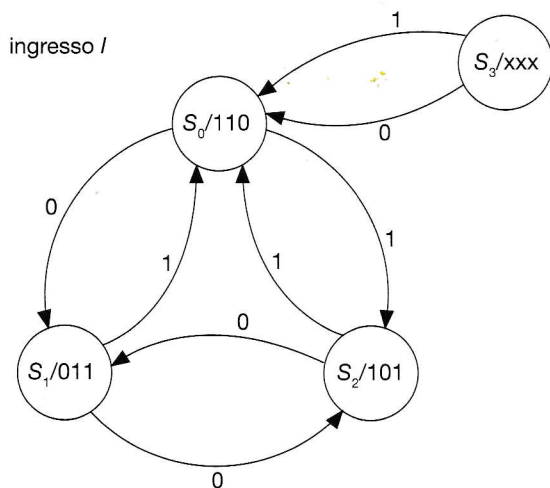


FIGURA 26  
Diagramma degli stati.

**Soluzione**

Si tratta di un automa di Moore perché le uscite, per convenzione, vengono rappresentate all'interno dei cerchi.

La rappresentazione della mappa delle transizioni nella forma 1 è immediata.

Per la rappresentazione della medesima nella forma 2 bisogna procedere all'assegnazione delle variabili di stato; una possibile associazione è la seguente:

- $S_0 > Q_1 = 0, Q_0 = 0$ ;
- $S_1 > Q_1 = 0, Q_0 = 1$ ;
- $S_2 > Q_1 = 1, Q_0 = 1$ ;
- $S_3 > Q_1 = 1, Q_0 = 0$ .

In FIGURA 27 vengono riportate le corrispondenti mappe delle transizioni.

$I \backslash S$		$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
0	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_0$	
1	$S_2$	$S_0$	$S_0$	$S_0$	

**forma 1**

$I \backslash Q_1 Q_0$		00	01	11	10
0	01	11	01	00	
1	11	00	00	00	

**forma 2**

FIGURA 27  
Mappe delle transizioni.

ESERCIZIO 2

Dopo aver riconosciuto il tipo di automa in relazione alla rappresentazione grafica del diagramma degli stati riportato in FIGURA 28, ricavare le tabelle delle uscite nelle forme definite 1 e 2.

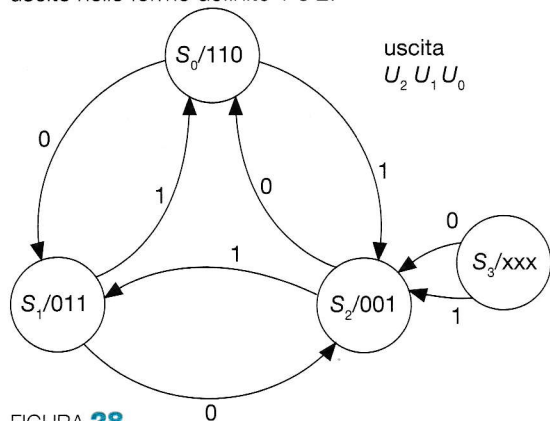


FIGURA 28  
Diagramma degli stati.

**Soluzione**

Si tratta di un automa di Moore perché le uscite, per convenzione, vengono rappresentate all'interno dei cerchi.

La rappresentazione della tabella delle uscite nella forma 1 è immediata.

Per la rappresentazione della medesima nella forma 2 bisogna procedere all'assegnazione delle variabili di stato; una possibile associazione è la seguente:

- $S_0 > Q_1 = 0, Q_0 = 0$ ;
- $S_1 > Q_1 = 0, Q_0 = 1$ ;
- $S_2 > Q_1 = 1, Q_0 = 0$ ;
- $S_3 > Q_1 = 1, Q_0 = 1$ .

In FIGURA 29 vengono riportate le corrispondenti tabelle delle uscite.

Stato	Uscite		
	$U_2$	$U_1$	$U_0$
$S_0$	1	1	0
$S_1$	0	1	1
$S_2$	0	0	1
$S_3$	x	x	x

**forma 1**

Stato	Uscite		
	$Q_1$	$Q_0$	$U_2 U_1 U_0$
0 0	1	1	0
0 1	0	1	1
1 0	0	0	1
1 1	x	x	x

**forma 2**

FIGURA 29  
Tabelle delle uscite.

Dopo aver riconosciuto il tipo di automa in relazione alla rappresentazione grafica del diagramma degli stati riportato in FIGURA 30, ricavare le mappe delle transizioni nelle forme definite 1 e 2.

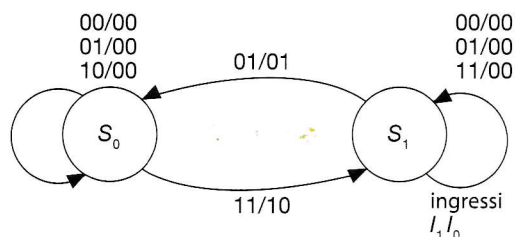


FIGURA 30  
Diagramma degli stati.

### Soluzione

Si tratta di un automa di Mealy perché le uscite, per convenzione, vengono rappresentate sull'arco a destra della barra.

La rappresentazione della mappa delle transizioni nella forma 1 è immediata.

Per la rappresentazione della medesima nella forma 2 bisogna procedere all'assegnazione delle variabili di stato; una possibile associazione è la seguente:

- $S_0 > Q_0 = 0$ ;
- $S_1 > Q_0 = 1$ .

In FIGURA 31 vengono riportate le corrispondenti mappe delle transizioni.

$I_1 I_0$	$S$		$I_1 I_0$	$Q_0$	
	$S_0$	$S_1$		0	1
00	$S_0$	$S_1$	00	0	1
01	$S_0$	$S_0$	01	0	0
11	$S_1$	$S_1$	11	1	1
10	$S_0$	$S_1$	10	0	1

forma 1

forma 2

FIGURA 31  
Mappe delle transizioni.

Dopo aver riconosciuto il tipo di automa in relazione alla rappresentazione grafica del diagramma degli stati riportato in FIGURA 32, ricavare le tabelle delle uscite nelle forme definite 1 e 2.

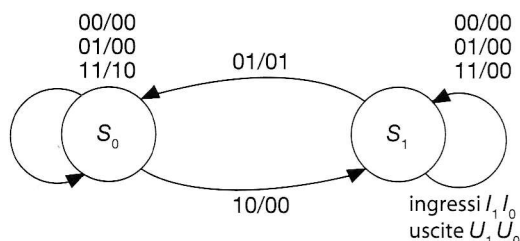


FIGURA 32  
Diagramma degli stati.

### Soluzione

Si tratta di un automa di Mealy perché le uscite, per convenzione, vengono rappresentate sull'arco a destra della barra.

La rappresentazione della tabella delle uscite nella forma 1 è immediata.

Per la rappresentazione della medesima nella forma 2 bisogna procedere all'assegnazione delle variabili di stato; una possibile associazione è la seguente:

- $S_0 > Q_0 = 0$ ;
- $S_1 > Q_0 = 1$ .

In FIGURA 33 vengono riportate le corrispondenti tabelle delle uscite.

Stato	Ingresso		Uscite	
	$P_1$	$P_0$	$Z_+$	$Z_-$
$S_0$	0	0	0	0
	0	1	0	0
	1	1	1	0
	1	0	0	0
$S_1$	0	0	0	0
	0	1	0	1
	1	1	0	0
	1	0	0	0

forma 1

Stato	Ingresso		Uscite	
	$P_1$	$P_0$	$Z_+$	$Z_-$
$Q_0$				
0	0	0	0	0
	0	1	0	0
	1	1	1	0
	1	0	0	0
1	0	0	0	0
	0	1	0	1
	1	1	0	0
	1	0	0	0

forma 2

FIGURA 33  
Tabelle delle uscite.



Si consideri un sistema costituito da un serbatoio dotato di valvole di carico/scarico/svuotamento del liquido in esso contenuto.

L'ingresso del liquido avviene con l'apertura della valvola di carico, l'uscita con l'apertura della valvola di scarico, lo svuotamento con l'apertura della valvola di svuotamento.

Nel funzionamento normale del serbatoio si susseguono fasi di carico e scarico; la fase di carico ha inizio quando il liquido raggiunge il livello minimo, quella di scarico quando raggiunge il livello massimo.

L'operatore ha a disposizione anche un dispositivo di comando che, quando viene portato nello stato ON, interrompe il ciclo normale chiudendo le valvole di carico e scarico e aprendo la valvola di svuotamento; il ciclo normale riprende quando il dispositivo di comando viene riportato nello stato OFF.

Due sensori opportunamente predisposti segnalano il raggiungimento dei livelli minimo e massimo.

Il sistema viene schematizzato in FIGURA 34.

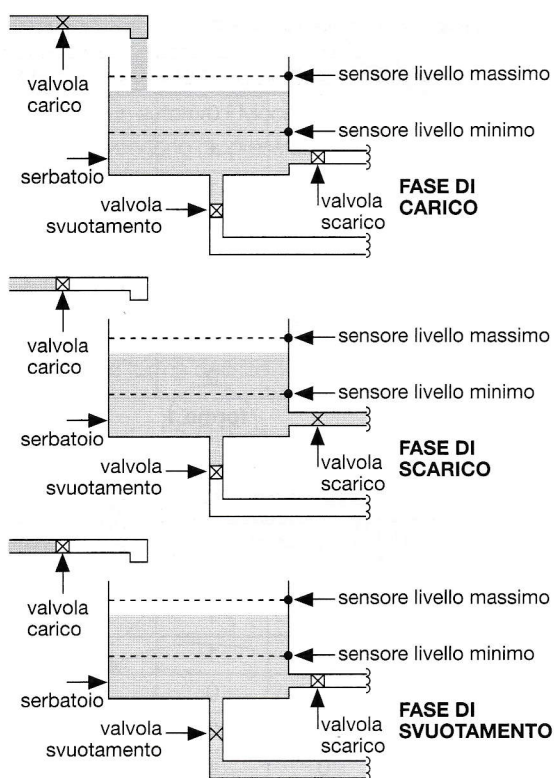


FIGURA 34  
Schematizzazione del sistema.

Dopo aver individuato il tipo di automa e averne definito le caratteristiche si richiede di rappresentare il diagramma degli stati del sistema.

## Soluzione

Si possono considerare ingressi del sistema i segnali prodotti dai sensori  $LMAX$  ed  $LMIN$  e dal dispositivo di comando dello svuotamento del serbatoio  $CSV$ ; sono uscite del sistema i dispositivi di azionamento delle valvole di carico, scarico e svuotamento  $VCR$ ,  $VSR$  e  $VSV$ .

Lo schema a blocchi del sistema con l'indicazione di ingressi e uscite viene riportato in FIGURA 35.

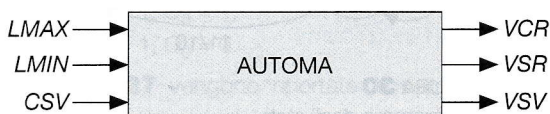


FIGURA 35  
Schema a blocchi del sistema.

Si possono individuare tre possibili stati di funzionamento corrispondenti alle fasi di carico (stato  $S_0$ ), scarico ( $S_1$ ) e svuotamento ( $S_2$ ); poiché a ogni stato possono essere univocamente associate le corrispondenti uscite è applicabile all'esempio il modello di Moore.

Indicando con 1 la condizione di valvola aperta e con 0 quella di valvola chiusa, si ha la seguente associazione:

- $S_0 > VCR = 1, VSR = 0, VSV = 0$ ;
- $S_1 > VCR = 0, VSR = 1, VSV = 0$ ;
- $S_2 > VCR = 0, VSR = 0, VSV = 1$ .

Per quanto riguarda sensori e dispositivo di comando possono essere svolte le seguenti associazioni:

- 1 per il sensore asciutto;
- 0 per il sensore bagnato;
- 1 per il dispositivo di comando nello stato ON;
- 0 per il dispositivo di comando nello stato OFF.

Il passaggio dalla fase di carico a quella di scarico avviene quando il sensore predisposto segnala il raggiungimento del livello massimo (ovvero quando i due sensori sono entrambi bagnati); il dispositivo di comando deve essere OFF; deve risultare quindi  $LMAX = 0, LMIN = 0, CSV = 0$ .

Il passaggio dalla fase di scarico a quella di carico avviene quando il sensore predisposto segnala il raggiungimento del livello minimo (ovvero quando i due sensori sono entrambi asciutti); il dispositivo di comando deve essere OFF; deve risultare quindi  $LMAX = 1, LMIN = 1, CSV = 0$ .

Dalle fasi di carico e scarico si può passare alla fase di svuotamento con  $CSV = 1$  indipendentemente dallo stato degli altri ingressi.

Dalla fase di svuotamento si può passare alla fase di carico con  $CSV = 0$  indipendentemente dallo stato degli altri ingressi.



In relazione a queste considerazioni il diagramma degli stati viene proposto in FIGURA 36.

Nel diagramma degli stati compare anche un quarto stato  $S_3$ , le cui uscite vengono considerate come indifferenti (xxx).

Dal punto di vista pratico il quarto stato, anche se non previsto nel funzionamento normale dell'automa, deve essere ugualmente preso in considerazione per evitare che, per cause accidentali, il sistema si venga a trovare durante il suo funzionamento in tale stato e ivi rimanga bloccato.

Nel caso il fatto si verificasse, si è arbitrariamente scelto di riportare il sistema nello stato  $S_0$ .

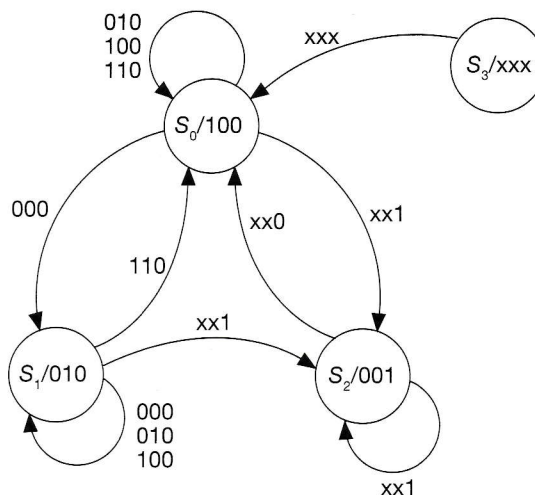


FIGURA 36  
Diagramma degli stati.

## ESERCIZI

- 1** Dopo aver riconosciuto il tipo di automa, rappresentarne lo schema circuitale utilizzando le seguenti relazioni:

$$U = \bar{I} \cdot \bar{Q}_1 \cdot Q_0$$

$$J_0 = I \cdot Q_0$$

$$K_0 = I$$

$$J_1 = I \cdot \bar{Q}_1$$

$$K_1 = I + Q_1$$

- 2** Dopo aver riconosciuto il tipo di automa, rappresentarne lo schema circuitale utilizzando le seguenti relazioni:

$$U = \bar{Q}_0 \cdot Q_1$$

$$J_0 = \bar{I}$$

$$K_0 = I$$

$$J_1 = I \cdot \bar{Q}_1$$

$$K_1 = Q_1$$

- 3** Si consideri un sistema di controllo per l'azionamento di tre motori  $M_1$ ,  $M_2$  ed  $M_3$  che devono funzionare con sequenze prestabilite dall'utente che può agire su un ingresso di controllo per scegliere fra le due modalità illustrate in FIGURA 37.

Si richiede di rappresentare il diagramma degli stati del sistema.

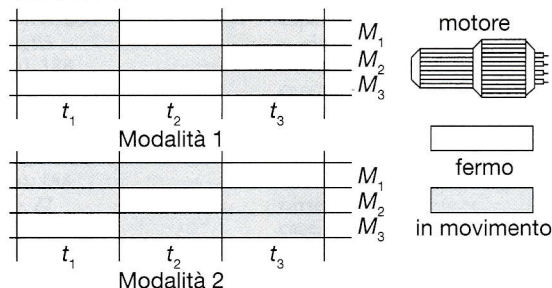


FIGURA 37

- 4** Si consideri un sistema di controllo per l'azionamento di tre motori  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$  che devono funzionare con sequenze prestabilite dall'utente che può agire su un ingresso di controllo per scegliere fra le tre modalità illustrate in FIGURA 38.

Si richiede di rappresentare il diagramma degli stati del sistema.

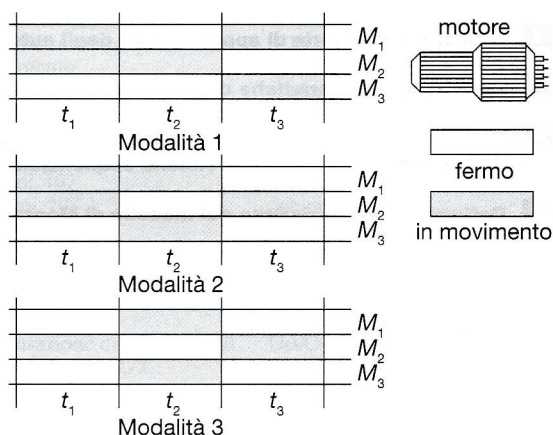


FIGURA 38

- 5** Si consideri un sistema di controllo per l'azionamento di un ascensore situato in un edificio costituito da due piani; l'ascensore viene adibito al trasporto di persone.

Come viene evidenziato in FIGURA 39 i possibili percorsi sono:

- piano terra/primo piano
- piano terra/secondo piano
- primo piano/secondo piano.

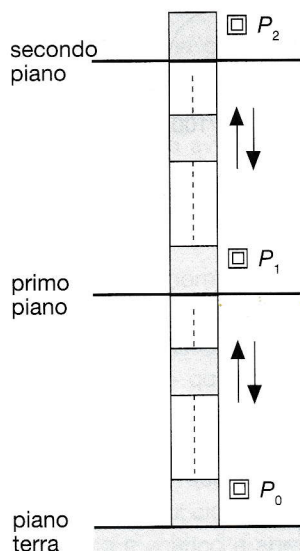


FIGURA 39

Il controllo del sistema da parte dell'operatore avviene attraverso i pulsanti  $P_2$ ,  $P_1$  e  $P_0$  situati ai piani. Tenendo conto che i movimenti che l'ascensore può effettuare a causa della pressione dei pulsanti sono quelli di salita e discesa di uno o due piani, si richiede di rappresentare il diagramma degli stati del sistema.

## DOMANDE a risposta aperta

- 1 Indicare la categoria di appartenenza degli automi.
- 2 Definire le caratteristiche degli automi a stati finiti.
- 3 Definire le principali caratteristiche degli automi che sono anche proprie dei sistemi sequenziali.
- 4 Definire le caratteristiche del modello di Moore.

- 5 Definire le caratteristiche del modello di Mealy.
- 6 Individuare la categoria di appartenenza dei blocchi che fanno parte di un automa.
- 7 Avvalendosi delle corrispondenti rappresentazioni a blocchi, spiegare la differenza tra automa di Mealy e automa di Moore.
- 8 Individuare, indicandone le motivazioni, se la relazione  $U_n = g(X_n, I_n)$  è tipica dell'automata di Moore o di quello di Mealy.
- 9 Individuare, indicandone le motivazioni, se la relazione  $U_n = g(X_n)$  è tipica dell'automata di Moore o di quello di Mealy.
- 10 Completare lo schema a blocchi riportato in FIGURA 40 indicando le funzioni all'interno dei blocchi e la tipologia degli ingressi e delle uscite in modo tale che rappresenti un automa di Moore.

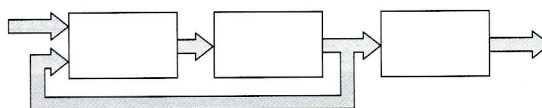


FIGURA 40

- 11 Completare lo schema a blocchi riportato in FIGURA 41 indicando le funzioni all'interno dei blocchi e la tipologia degli ingressi e delle uscite in modo tale che rappresenti un automa di Mealy.

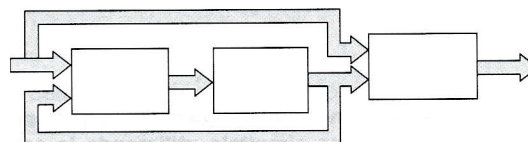


FIGURA 41

- 12 Rappresentare graficamente la tabella delle eccitazioni di un *flip-flop JK* e, dalla sua lettura, desumerne il significato operativo.