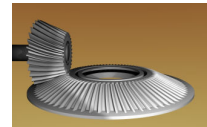
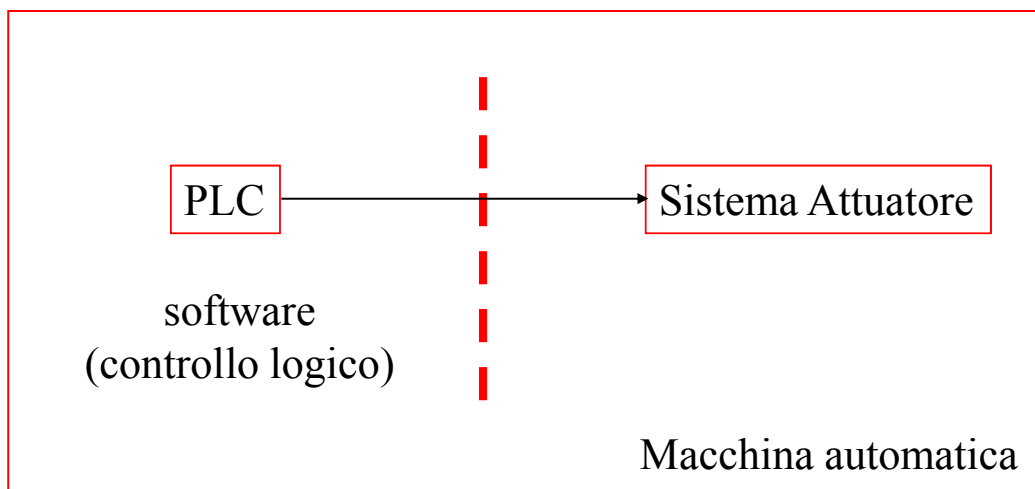


MOTORI E CONTROLLO DEL MOTO



Controllo del moto

Applicazioni industriali



Controllo del moto

I componenti di un sistema di attuazione

Un sistema di attuazione per una macchina automatica è costituito genericamente dalle seguenti sottoparti:

1. **Mezzi per il collegamento ad una sorgente primaria di energia** :organi di connessione alla rete di distribuzione della energia primaria (elettrica, pneumatica o idraulica) presenti in stabilimento, integrati da (i) un organo di intercettazione (sezionatore di circuito) e da (ii) un dispositivo generale di protezione (limitatore di corrente, valvola di sicurezza di protezione da sovrappressioni).
2. **Mezzi per la modifica iniziale dei parametri dell'energia primaria entrante**: dispositivi per l'adattamento dei parametri di distribuzione dell'energia primaria in una forma utile al macchinario in oggetto. Esempi sono i trasformatori di tensione, convertitori di frequenza, riduttori di pressione.

Controllo del moto

I componenti di un sistema di attuazione

3. **Mezzi per il trasporto dell'energia primaria della macchina**: sono costituiti da tutta la rete di conduttori (cavi elettrici, tubi) e relativi organi di connessione (derivazioni, raccordi, morsetterie elettriche) per il trasporto dell'energia all'interno della macchina.
4. **Organi per la regolazione e distribuzione dell'energia (Azionamenti)**: comprendono i dispositivi che modulano l'energia disponibile per il controllo degli attuatori. Le schede elettroniche di potenza per il controllo di motori elettrici sono un esempio di questo tipo di dispositivi.

Controllo del moto

I componenti di un sistema di attuazione

5. Dispositivi per la trasformazione di energia primaria in energia meccanica (Attuatori): sono gli organi preposti alla trasformazione dell'energia primaria in energia meccanica.

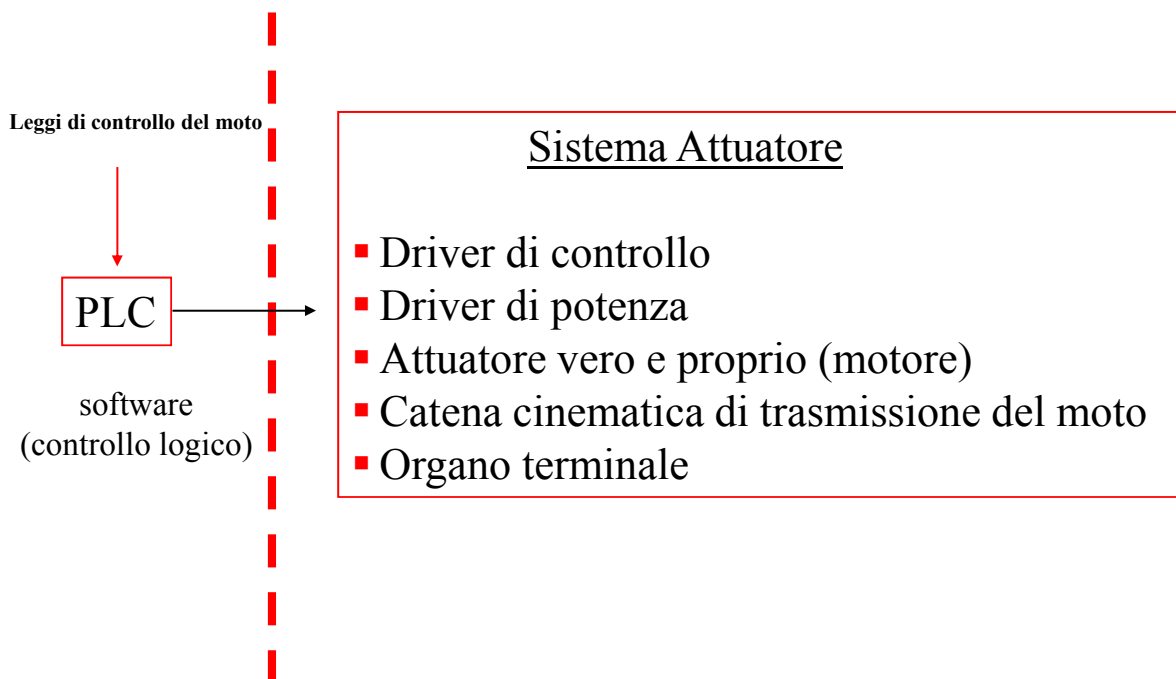
Normalmente gli attuatori impiegati per la generazione di energia meccanica sono caratterizzati dal fatto di possedere un solo grado di libertà, cioè di dare in uscita una legge di moto (detta traiettoria) descrivibile in funzione di una sola variabile indipendente rispetto al tempo.

Un attuttore di tale tipo è in grado di azionare solamente sistemi meccanici ad un grado di libertà. Nel caso di sistemi meccanici a più gradi di libertà, come i robot manipolatori, dovranno essere impiegati tanti attuatori quanti sono i gradi di libertà del sistema meccanico.

6. Organi per la modifica dei parametri dell'energia meccanica: tali dispositivi servono a modificare i parametri cinematici delle movimentazioni impresse dall'attuatore. Ad esempio il riduttore di velocità riduce il parametro cinematico \velocità che riceve in ingresso, fornendo una velocità più bassa in uscita. I vari meccanismi posti tra l'attuatore e l'utilizzatore finale possono costituire catene cinematiche anche di notevole complessità, con diverse decine di meccanismi elementari opportunamente collegati fra di loro fino a raggiungere le varie stazioni della macchina.

Controllo del moto

Motore elettrico



Controllo del moto

Motore elettrico

➡ Attuatore vero e proprio → motore elettrico

Circuiti idraulici
Circuiti pneumatici
....

➡ Catena cinematica di trasmissione del moto → insieme dei componenti meccanici che trasformano e trasmettono il moto

➡ Organo terminale → è alla fine della catena cinematica.
Ha il moto desiderato per quel determinato task

Es.

Possiamo pensare ad un orologio da muro che funzioni a pile.

Le pile forniscono l'energia necessaria a dare il moto rotatorio ad un motorino elettrico (attuatore), da cui, per mezzo di diversi ingranaggi (la catena cinematica), si generano i moti delle tre lancette (organi terminali) delle ore, dei minuti e dei secondi

Controllo del moto

Motore elettrico

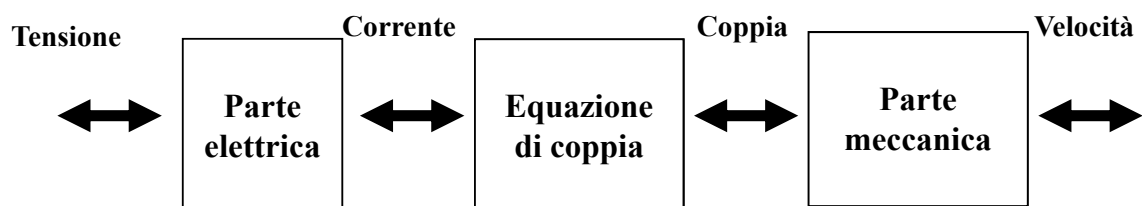
Controllo del moto

Il motore elettrico converte:

ENERGIA ELETTRICA → ENERGIA MECCANICA



Controllo del moto



Il motore elettrico è costituito da:

- una parte elettrica, governata dalle equazioni dei circuiti elettrici
- una parte meccanica, descrivibile mediante equazioni della fisica meccanica.

Le due parti sono collegate dalla equazione di coppia, cioè dalla **relazione che sussiste tra una variabile della parte elettrica (vedremo essere la corrente o il flusso) e la coppia della parte meccanica.**

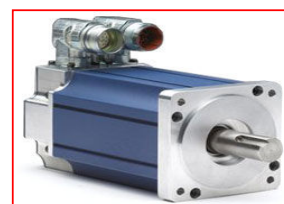
La relazione è di tipo bidirezionale, cioè i motori elettrici possono essere usati sia come motori (trasformatori da energia elettrica in energia meccanica) che come generatori (trasformatori da energia meccanica in energia elettrica).

Controllo del moto

I motori elettrici sono usati in:

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Lettori DVD ▪ Lettori CD ▪ Videoregistratori ▪ Walkman ▪ Stereo ▪ ... ▪ Lavatrici ▪ Ventilatori ▪ Phon ▪ Robot da cucina ▪ Affettatrici ▪ ▪ Gru ▪ Giostre ▪ Macchine automatiche ▪ Robot ▪ Pompe ▪ | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Plotter ▪ Fotocopiatrici ▪ Scanner ▪ Stampanti ▪ Macchine fotografiche(obiettivo) ▪ ▪ Cancelli automatici ▪ Porte automatiche ▪ Ascensori ▪ Scale mobili ▪ ▪ Finestrini elettrici auto ▪ Tergicristallo ▪ Regolazione fari/specchietti ▪ Motori pompe sterzo ▪ ▪ Macchine per dialisi ▪ Respiratori artificiali ▪ |
|--|---|

Controllo del moto



Esistono svariati tipi di motore elettrico.

Ogni tipologia di motore è :

- Costruita in maniera diversa
- Si comanda elettronicamente in maniera diversa
- Ha i suoi pregi e i suoi difetti

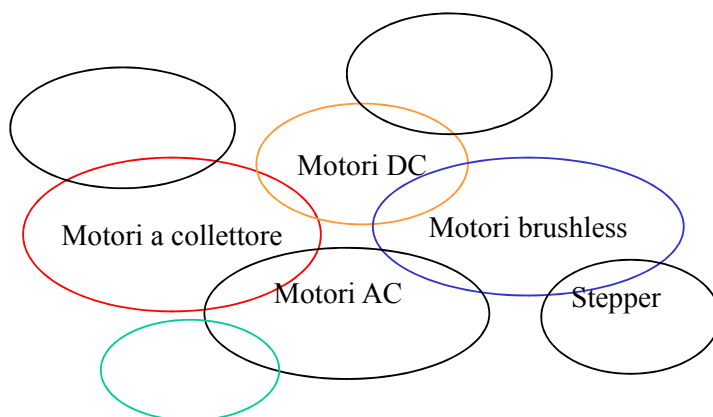
Controllo del moto

Motori elettrici: classificazioni

- Motori a collettore: —————→ al loro interno hanno il collettore
- Motori DC: —————→ si alimentano con una tensione costante
- Motori AC: —————→ si alimentano con correnti alternate
- Motori brushless: —————→ non sono dotati di spazzole
- Motori brush o brushed: —————→ hanno le spazzole
- Motori sincroni: —————→ la loro velocità di rotazione è sincrona con quella dell'alimentazione
- Motori asincroni: —————→ la loro velocità di rotazione non è sincrona con quella dell'alimentazione
- Motori passo passo (stepper): —————→ ogni rotazione del motore è la somma di tot rotazioni base chiamate “passo” (step)

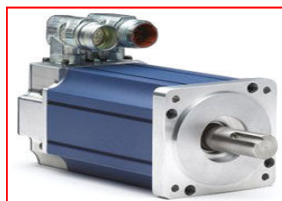
Controllo del moto

Le categorie di motori non sono tutte disgiunte: ad esempio i motori brushless possono essere sia DC che AC, gli stepper sono in effetti dei brushless, perché non hanno le spazzole, e via dicendo



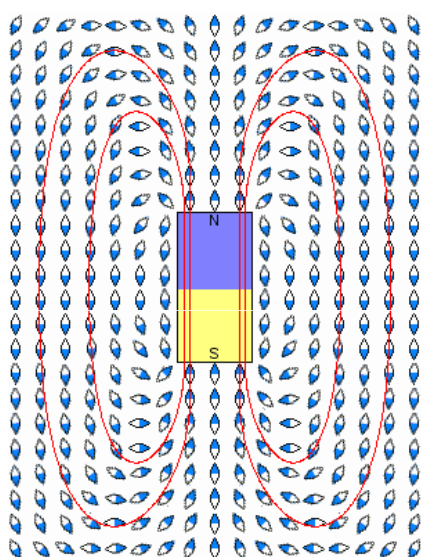
Controllo del moto

Il funzionamento dei motori elettrici si basa sempre
sui fenomeni dell'elettromagnetismo e
sull'interazione tra campi magnetici



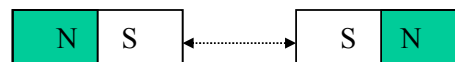
Controllo del moto

Magnetismo



I poli magnetici di due campi magnetici diversi tendono ad allinearsi N-S.

Poli uguali si respingono



Poli opposti si attraggono



Controllo del moto

Elettromagnetismo

Motore elettrico

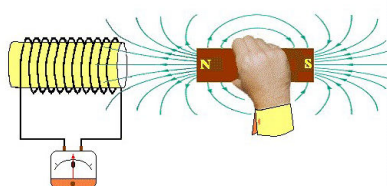
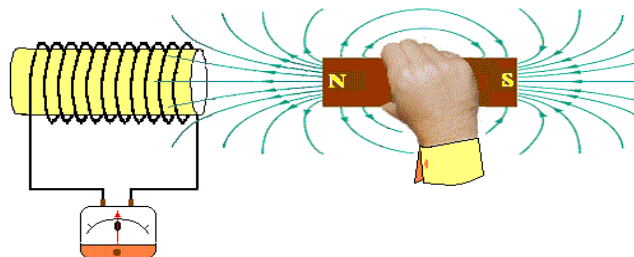
➔ Un conduttore elettrico percorso da corrente genera un campo magnetico

➔ Se le linee di campo magnetico prodotto da un magnete vanno a tagliare dinamicamente un solenoide ➔ sul solenoide si genera corrente

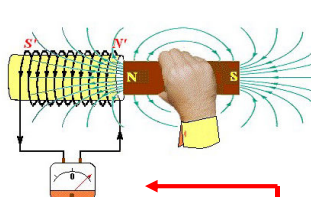
- ➔ la corrente è più intensa quando la velocità di taglio è più rapida;
- ➔ il verso della corrente si inverte quando si inverte il senso del moto del magnete;
- ➔ la corrente cessa quando non vi è movimento fra magnete e solenoide
- ➔ la corrente si manifesta purché ci sia un moto relativo fra magnete e solenoide ovvero quando si verifica, in qualsiasi modo, il taglio delle linee di flusso da parte del conduttore.

Controllo del moto

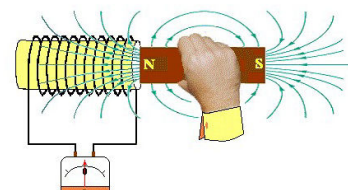
Motore elettrico



Condiz. Statiche:
niente corrente



Condiz. dinamiche:
generazione corrente



Condiz. Statiche:
niente corrente

Controllo del moto

Motore elettrico

La corrente indotta nel solenoide è dovuta ad una ***forza elettromotrice indotta*** (f.e.m.i.), la cui causa è la variazione del flusso che si concatena col circuito indotto.

Tale variazione avviene comunque si manifestino

- le variazioni del flusso
- le variazioni di posizione del conduttore, della spira o del solenoide, oppure una variazione di corrente del circuito induttore.

La f.e.m.i. produce a sua volta un passaggio di corrente indotta se il circuito indotto è chiuso, naturalmente (se è aperto vi è la f.e.m., ma non può circolare corrente).

La f.e.m.i. è tanto maggiore quanto maggiore è la variazione di flusso e quanto minore è l'intervallo di tempo in cui avviene la variazione.

Controllo del moto

Motore elettrico

Per quanto riguarda il verso della f.e.m.i. si può osservare quanto segue.

Il passaggio di corrente indotta genera a sua volta un campo magnetico (polarità N' e S') che, per la legge di conservazione dell'energia, non potrà favorire lo spostamento, che è la causa del fenomeno in esame. Ovvero se si avvicina il magnete permanente non potrebbe prodursi sul lato affacciato un sud, altrimenti non servirebbe più esercitare lo sforzo di avvicinamento. Nasce quindi una forza che contrasta il moto del magnete e quindi si manifesta un N'.

Allo stesso modo, quando si allontana il magnete, la polarità indotta deve contrastare l'allontanamento e si crea un polo S'.

Per una variazione finita di flusso che avviene in un intervallo di tempo Δt si genera una forza elettromotrice indotta

$$E_m = - \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (1)$$

in cui

E_m è il *valore medio* di f.e.m.i. relativa all'intervallo Δt ;

Φ_2 e Φ_1 rappresentano il flusso all'istante finale t_2 e iniziale t_1 ;

$\Delta \Phi$ è la variazione del flusso concatenato.

Controllo del moto

Motore elettrico

Per ottenere il valore istantaneo “ e ” della f.e.m.i. è necessario servirsi del calcolo infinitesimale, che porta alla derivata del *flusso concatenato* rispetto al tempo

$$e = - \frac{d\Phi_c}{dt} \quad (2)$$

Il segno negativo, introdotto da **Lenz**, sta a significare che il verso della f.e.m.i. è tale da opporsi alla causa che l’ha prodotta.

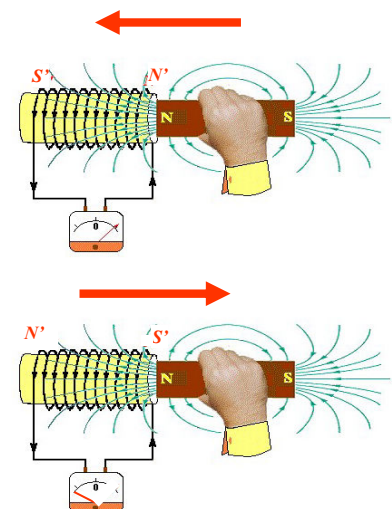
Quindi la corrente indotta ha verso tale da produrre un campo magnetico indotto che contrasta il campo induttore, cioè che ne contrasta la variazione di flusso.

Controllo del moto

Motore elettrico

quando il magnete si avvicina aumentano le linee di flusso che escono dal nord N e investono le spire indotte. L’aumento del flusso induttore (la causa) deve essere contrastato e quindi il campo indotto dovrà avere verso tale da respingere quello che aumenta.

quando il magnete si allontana le spire sono interessate da una diminuzione del flusso: per contrastare la diminuzione delle linee che si stanno riducendo man mano di numero, il campo indotto dovrà avere verso tale da contrastarne la diminuzione. Ciò implica la produzione di linee con stesso verso del campo che si sta riducendo. Ecco allora che la corrente indotta circolerà in modo da creare su quel lato un sud S’.

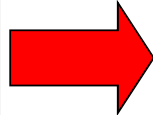
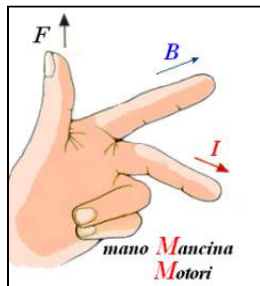


Se la legge viene applicata ad un solenoide con N spire interessate dal flusso Φ il numeratore delle (1) e (2) va inteso come variazione del flusso concatenato con le N spire e per definizione il **flusso concatenato** Φ_c è il prodotto: $\Phi_c = N \Phi$

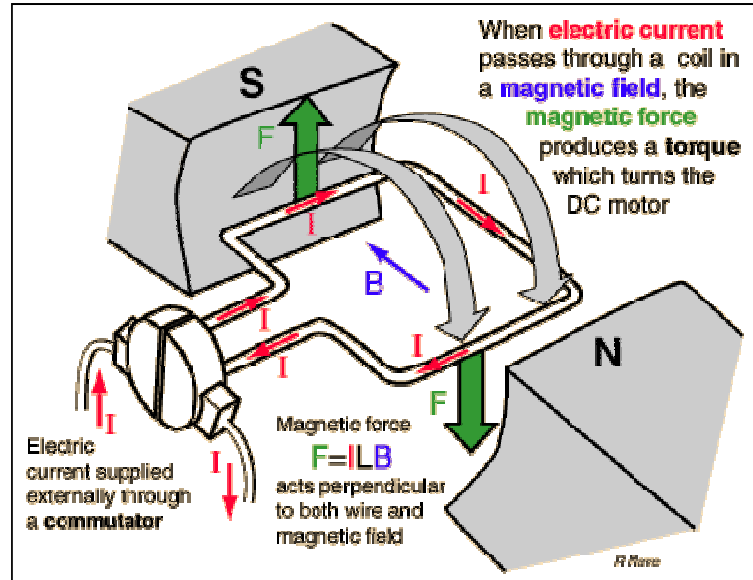
Controllo del moto

Perché il motore si muove?

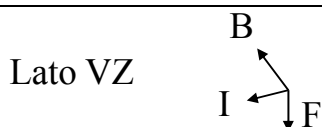
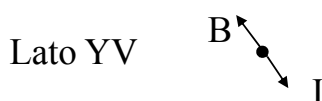
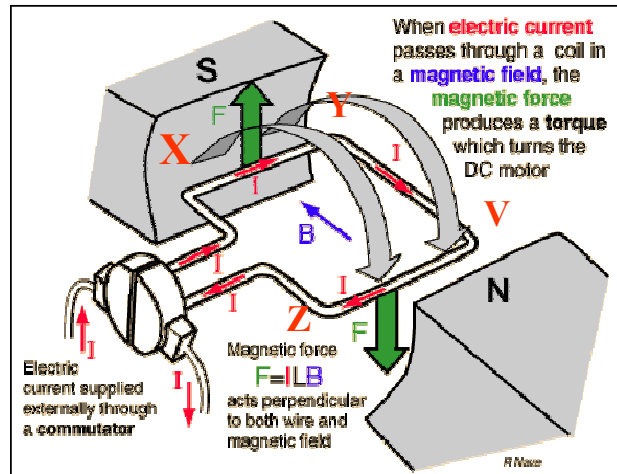
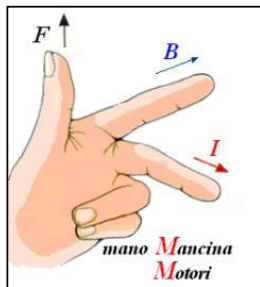
Il principio base del motore elettrico è quello di una spira percorsa da corrente e immersa in un campo magnetico costante: **per la legge di Faraday**, un conduttore elettrico rettilineo di lunghezza L , percorso dalla corrente i , immerso in un campo magnetico uniforme \mathbf{B} , è sottoposto ad una forza \mathbf{f} pari a $\mathbf{f} = L \mathbf{I} \times \mathbf{B}$ (\times = prodotto vettoriale)



regola pratica della 'mano sinistra', in cui l'indice è diretto secondo le linee di \mathbf{B} , il medio secondo il verso della corrente \mathbf{I} , il pollice definisce il verso della forza agente \mathbf{F} .



Controllo del moto



→ B e I hanno verso opposto ma sono paralleli
→ il prodotto vettoriale è nullo

→ B e I hanno verso uguale ma sono paralleli
→ il prodotto vettoriale è nullo

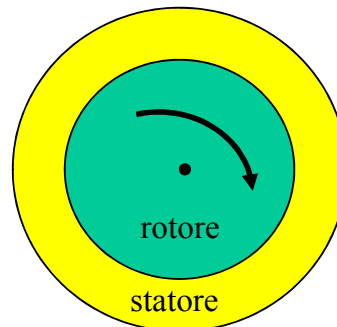
Controllo del moto

Motore elettrico

La stragrande maggioranza dei motori è di tipo ROTATIVO, e dunque è sempre formata da due parti:

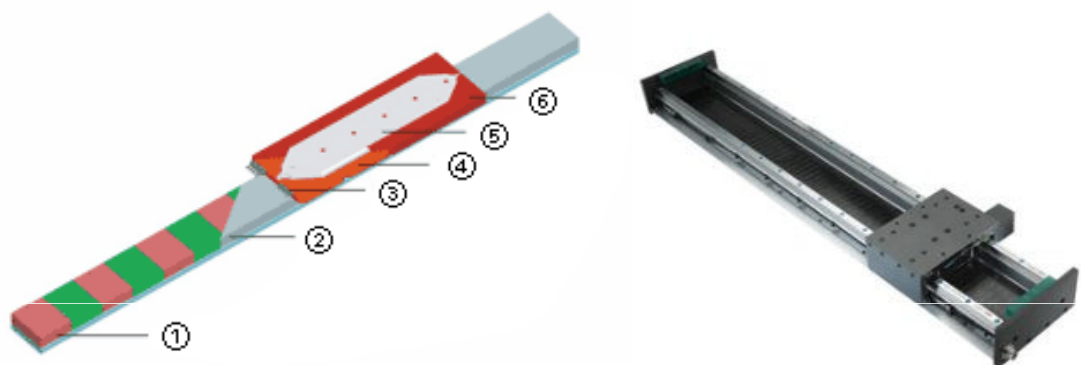
Una fissa → STATORE

Una rotante → ROTORE



Controllo del moto

Esistono anche dei motori elettrici lineari



Motore lineare "slotless" (senza cave)

- (1) Parte secondaria, magnete
- (2) Copertura magnetica, acciaio
- (3) Blocco di chiusura
- (4) Bobina integrata
- (5) Piastra di ferro piatta
- (6) Parte primaria

Controllo del moto

MOTORE CORRENTE CONTINUA

(o motore CC – *corrente continua* – o motore DC – all'inglese *direct current* -)

- E' alimentato da una tensione continua.
- Può essere brush (-ed) (a collettore) o brushless
- Solitamente è di taglie abbastanza piccole

Controllo del moto

MOTORE DC BRUSHED (a collettore)

Brushed = con le spazzole (dall'inglese *brush* = spazzola)

Basa il suo funzionamento sui fenomeni di attrazione e repulsione di due campi magnetici

E' costituito da:

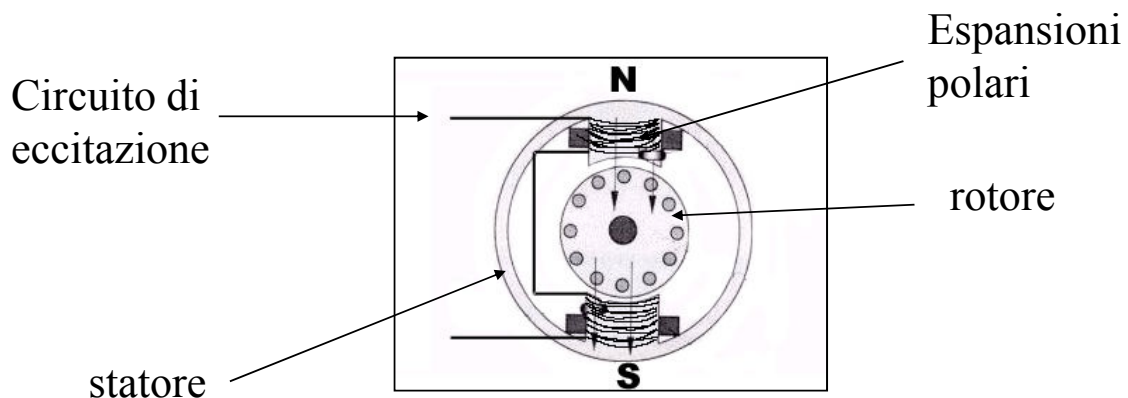
- 1) uno statore che crea un campo magnetico costante
 - generato da due avvolgimenti percorsi da corrente costante o
 - generato da due magneti permanenti
- 2) un rotore con sopra degli avvolgimenti (spire)

Controllo del moto

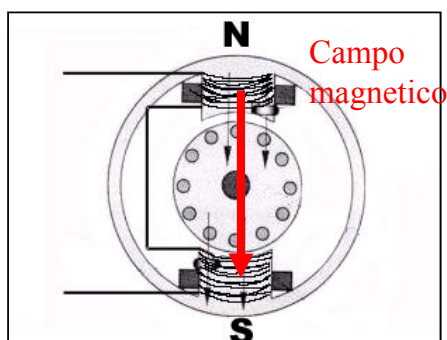
motore dc brushed (a collettore)

Un motore brushed con campo magnetico di statore generato da due avvolgimenti percorsi da corrente è costituito da due circuiti:

- uno detto di eccitazione, sullo statore
- uno detto di armatura, sul rotore



Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)

Se sullo statore ci sono due espansioni polari di ferro con degli avvolgimenti attorno su cui scorre la corrente di eccitazione → si creano due poli magnetici, uno Nord e uno Sud (campo magnetico di statore)

Il rotore è immerso nel campo magnetico creato dallo statore
 Il rotore ha su di sé degli avvolgimenti in serie sui quali scorre la corrente di armatura → si crea un altro campo magnetico, di rotore, che tenta di allinearsi con quello generato dallo statore

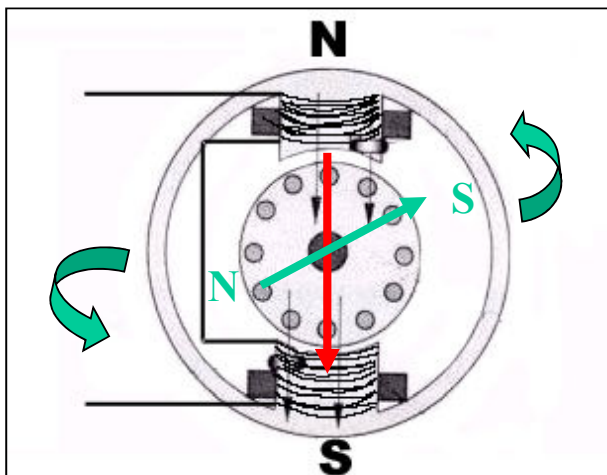
Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)

La direzione del campo magnetico è data dalla posizione delle spire su cui scorre la corrente e dal verso della corrente stessa

- Il campo di statore ha direzione fissa (lo statore è immobile, e la corrente gira nelle spire avvolte attorno alle espansioni polari sempre nello stesso verso)
- Il campo di rotore ha direzione variabile (il rotore ruota, quindi la posizione dei suoi avvolgimenti cambia nel tempo)

Controllo del moto

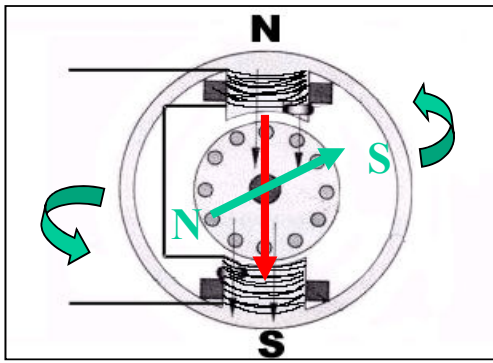
motore dc brushed (a collettore)

Campo magnetico di statore con direzione costante, creato dalla corrente di eccitazione

Campo magnetico di rotore con direzione variabile a seconda dell'angolo di rotazione del rotore, creato dalla corrente di armatura

- I due campi tendono ad allinearsi N-S
- Il rotore gira fino ad allineare i due campi

Controllo del moto

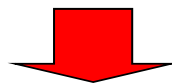
**motore dc brushed (a collettore)**

Se fosse tutto qua, dopo la prima rotazione di allineamento, il rotore si fermerebbe → il motore non si muoverebbe più

Controllo del moto

Cosa bisogna fare per garantire la rotazione continua?

→ Bisogna trovare il modo di disallineare continuamente i due campi, in modo che il rotore sia costretto ad “inseguire” sempre il campo di statore



Questo continuo lavoro di disallineamento lo fa il collettore!!!

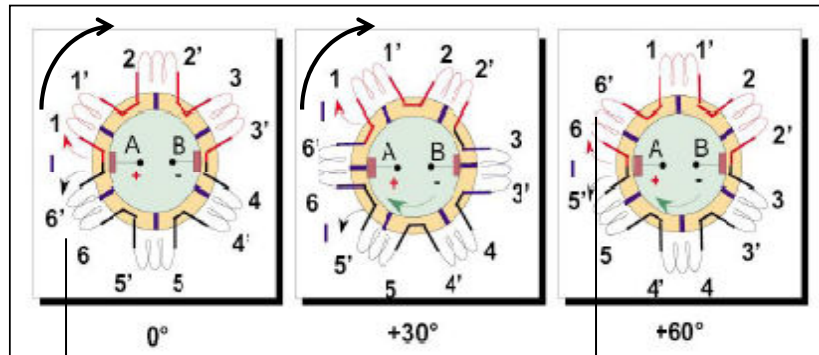
Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)

In realtà il rotore ha più avvolgimenti, su di sé.

Tali avvolgimenti prendono corrente dal collettore, tramite due spazzole (A e B)

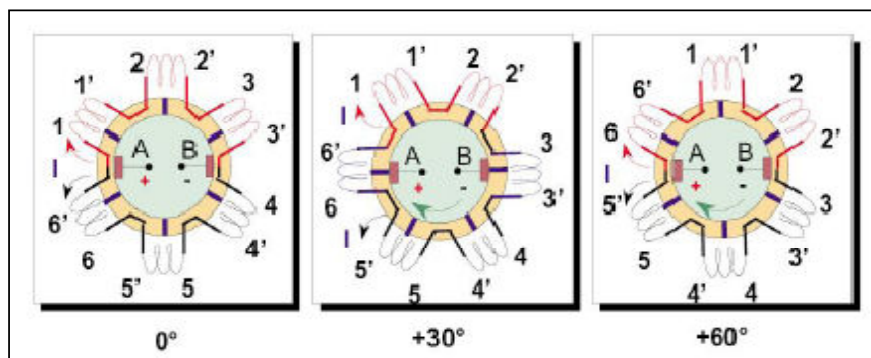
Circuito di
armatura



L'avvolgimento 6 è
percorso da corrente in
senso antiorario

L'avvolgimento 6 è
percorso da corrente in
senso orario

Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)

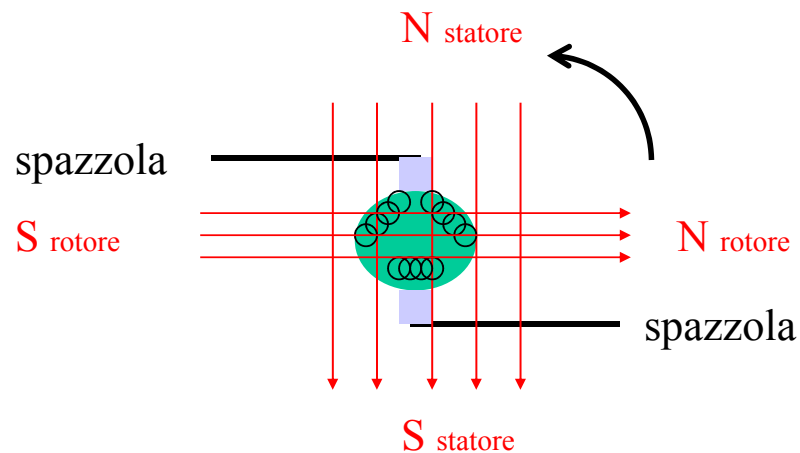
Siccome la direzione del campo magnetico è data dal verso della corrente, e ad ogni momento ci sono degli avvolgimenti che cambiano il verso di percorrenza della corrente → il campo magnetico totale del rotore continua a cambiare → è sempre non allineato con quello dello statore → La rotazione continua

Il motore gira perché non c'è mai
allineamento tra i due campi magnetici

Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)

Il sistema spazzole + collettore è quindi una sorta di **COMMUTATORE MECCANICO** la cui funzione è quella di far sì che il campo magnetico risultante del rotore sia sempre a 90° con quello fisso dello statore, in modo da innescare sempre la rotazione con la maggior forza possibile



Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)

La velocità di rotazione dipende da:

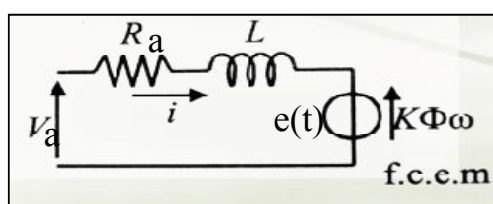
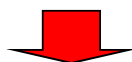
- Tensione applicata
- Corrente assorbita dal rotore
- Carico applicato (coppia di carico)

Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)Circuito equivalente elettrico del rotore nel motore DC

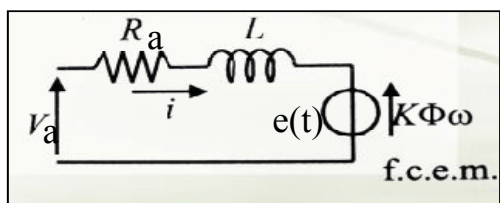
Il rotore:

- ha su di sé degli avvolgimenti
 - ho un'induttanza equivalente L
 - ho una resistenza equivalente R_a (data dalla resistenza parassita di tanto filo avvolto nelle spire del circuito di armatura)
- è alimentato da una tensione (fornita alle spire dalle spazzole)
- è sede di una fcm indotta dall'essere immerso nel campo di statore



Nota: per le caratteristiche del circuito magnetico il flusso di armatura è confinato nel circuito di armatura, e non si concatena con il circuito di eccitazione (statore)

Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)

Circuito di armatura

Circuito d'armatura (rotore) $\longrightarrow V_a(t) = R_a i_a(t) + L \frac{di_a(t)}{dt} + e(t)$

Fcem indotta $\longrightarrow e(t) = k \phi_e \omega(t) = K \omega(t)$

Coppia motrice $\longrightarrow C_m = K i_a(t)$

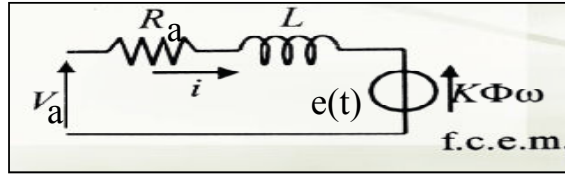
Con k = costante che dipende dalla geometria e dal materiale del circuito di eccitazione

K = costante elettrica del motore (a volte anche indicata come K_t = costante di coppia del motore)

E' da notare che se il motore fosse ideale, vi sarebbe una perfetta trasformazione di tutta la potenza elettrica fornita in potenza meccanica, senza perdite. Questo si può ottenere bilanciando le due potenze.

$$P_{\text{elettrica}} = e(t) * i_a(t) = P_{\text{meccanica}} = C_m * \omega(t)$$

Controllo del moto

Alcune sottigliezze

Il motore elettrico in sostanza serve per trasformare una corrente in una coppia e una tensione in una velocità di rotazione

$$I \rightarrow \tau$$

$$V \rightarrow \omega$$

Ci sono tanti modi di scrivere le equazioni del motore, dipendentemente se si considerano le correnti, o i flussi magnetici, o le costanti complessive o quelle parziali

Per esempio, al posto di : $e(t) = k\phi_e \omega(t) = K\omega(t)$

$$C_m = Ki_a(t)$$

avremmo potuto scrivere:

$$e(t) = K'' i_e \omega(t)$$

$$C_m(t) = K' i_e i_a(t)$$

Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)Alcune sottigliezze

$$e(t) = K'' i_e \omega(t)$$

$$C_m(t) = K' i_e i_a(t)$$

In questo caso la dicitura corretta era:

la forza controelettromotrice dipende dalla corrente di eccitazione i_e , da una costante K'' (genericamente diversa da K' , da K e da k) e dalla velocità di rotazione ω .

Ma poiché la corrente di eccitazione e il flusso generato dal circuito di eccitazione sono legati, evidentemente sarà $k\phi_e = K'' i_e$, e quindi i conti tornano.

Perché a volte parliamo di corrente i_e e a volte di flusso ϕ_e ?

Perché se il campo magnetico di statore è generato da due avvolgimenti percorsi da corrente, allora i_e esiste, se invece è generato da due MAGNETI PERMANENTI è ovvio che i_e non esiste più, quindi si deve passare alla formula con ϕ_e

Controllo del moto

Alcune sottigliezzemotore dc brushed (a collettore)

Procedendo con il ragionamento, e considerando le due formule

$$e(t) = K'' i_e \omega(t)$$

$$e(t) = k \phi_e \omega(t)$$

dovrebbe essere evidente che, essendo il motore in corrente continua, se esiste il circuito di eccitazione, la corrente i_e che lo percorre è sempre costante.

Quindi il prodotto $K'' i_e$ è, fissata che sia i_e , sempre costante.

Se questo prodotto lo chiamiamo K_1 , l'equazione diventerà

$$\rightarrow e(t) = K_1 \omega(t)$$

Stesso discorso vale per $\tau_m(t) = K' i_a(t)$.

K' , che genericamente è diversa da K'' , da K , da k e da K_1 , è una costante, ed anche i_e lo è. Quindi il loro prodotto è costante, e lo possiamo chiamare K_2 .

Avremo quindi $\rightarrow C_m(t) = K_2 i_a(t)$

In sostanza posso usare diverse grandezze fisiche e diverse costanti per descrivere il motore, e sono tutte corrette!!!

Controllo del moto

Alcune sottigliezzemotore dc brushed (a collettore)

Tornando alla prima descrizione che abbiamo dato del motore, avevamo scritto che

$$e(t) = k \phi_e \omega(t) = K \omega(t)$$

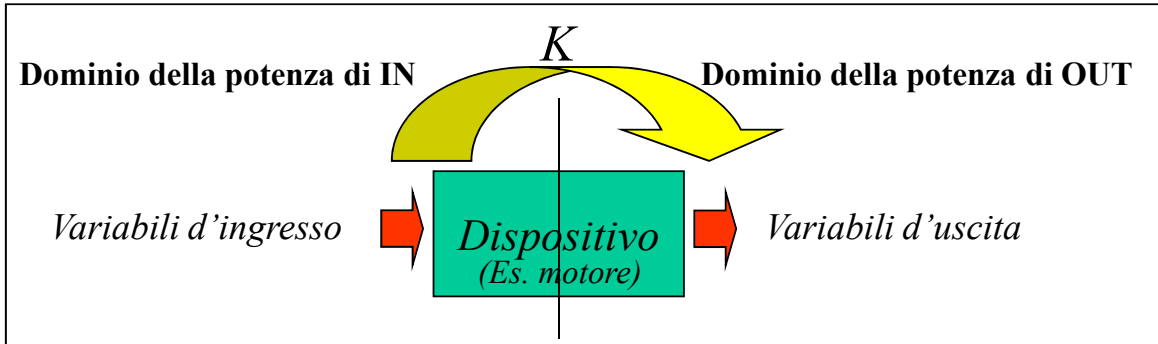
$$C_m = K i_a(t)$$

Eppure, se guardiamo bene le unità di misura, la K della prima equazione si misura in $[K] = V / (\text{rad/s})$ mentre la K della seconda equazione si misura in $[K] = \text{Nm} / A$.

Allora come possono essere la stessa costante, se hanno due unità di misura diverse???

Controllo del moto

Soluzione: quando si passa da un dominio all'altro delle potenze, considerando un trasferimento di potenza senza perdite, esiste un'unica costante che si interpone tra tutte le grandezze fisiche "d'ingresso" e tutte le grandezze fisiche "di uscita".



Siccome il motore trasforma una potenza elettrica in una potenza meccanica, se il legame tra corrente (I , grandezza elettrica) e coppia (C_m , grandezza meccanica) è dato da K , allora anche il legame tra la tensione (V) e la velocità (ω) sarà dato dalla stessa K . Se nel motore ci fosse un'altra variabile di ingresso trasformata in un'altra variabile di uscita, il loro legame sarebbe sempre K .

K quindi è la stessa nel senso che ha lo stesso valore numerico, ma unità di misura diverse!!!

Controllo del moto

Altri esempi di dispositivi che trasferiscono potenza, idealmente senza perdite:

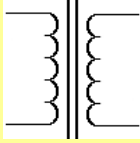


- Il trasformatore: trasforma una tensione in una tensione
Ha come costante il rapporto di spire N
- Il riduttore: trasforma un moto rotativo in un moto rotativo
Ha come costante il rapporto di riduzione ψ

Controllo del moto

Alcune sottigliezze

costante

motore dc brushed (a collettore)

Dominio potenza elettrica	N  trasformatore	Dominio potenza elettrica
Dominio potenza meccanica	Ψ  riduttore	Dominio potenza meccanica
Dominio potenza elettrica	K  motore	Dominio potenza meccanica

Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)**Tornando alle equazioni del motore:**

$$V_a(t) = R_a i_a(t) + L \frac{di_a(t)}{dt} + e(t)$$

$$e(t) = k \varphi_e \omega(t) = K \omega(t)$$

$$C_m = K i_a(t)$$

Come controllo il motore?????→ Solitamente tengo costante la corrente di eccitazione $i_e \rightarrow \varphi_e$ ècostante → utilizzo la corrente di armatura i_a come variabile di comando

Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)**Motore DC con statore a filo avvolto**

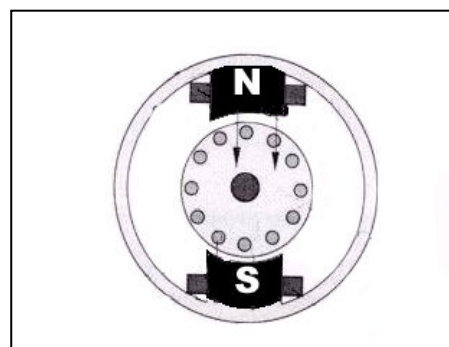
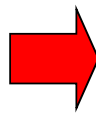
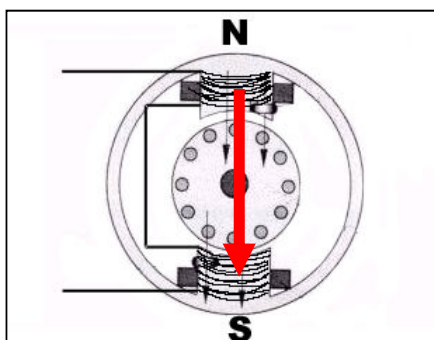
Se il comportamento magnetico dello statore è ottenuto per mezzo di due avvolgimenti percorsi da corrente, tale circuito è detto di eccitazione.

In questo modo, rispetto ai magneti permanenti, si possono avere potenze maggiori (ma si dovrà spendere più energia anche per alimentare questo nuovo circuito).

Si possono avere vari casi nell'alimentazione del circuito di statore:

- motore ad eccitazione indipendente: l'avvolgimento di statore è alimentato in maniera indipendente da quello di rotore. Si ha allora più flessibilità nel controllo dei parametri (coppia e velocità) del motore.
- motore ad eccitazione in parallelo: statore e rotore sono collegati in parallelo (coppia maggiore, minore velocità)
- motore ad eccitazione in serie: statore e rotore sono collegati in serie (coppia inferiore, maggiore velocità).

Controllo del moto

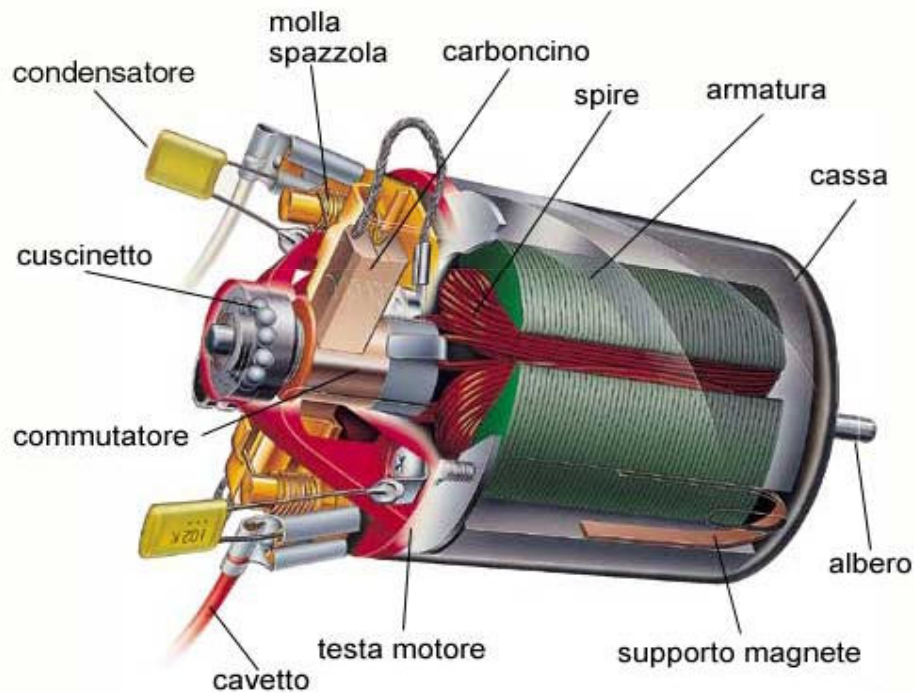
motore dc brushed (a collettore)**Motore in corrente continua brushed a magneti permanenti**

Invece che avere sullo statore due avvolgimenti percorsi da corrente che generano un campo magnetico...

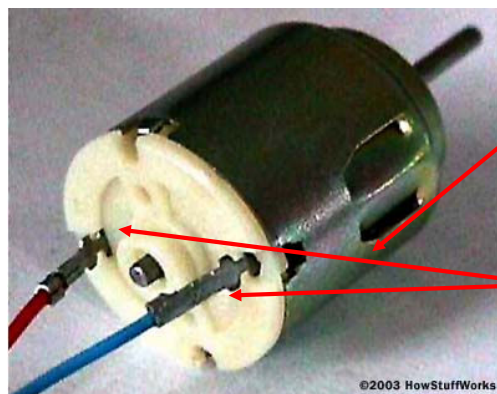
Sullo statore ho due MAGNETI PERMANENTI

→ Non ho bisogno del circuito elettrico di eccitazione

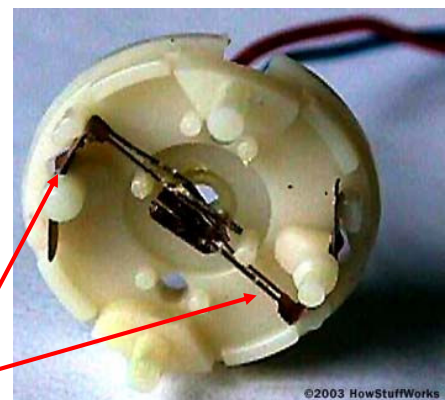
Controllo del moto

MOTORE DC A COLLETTORE

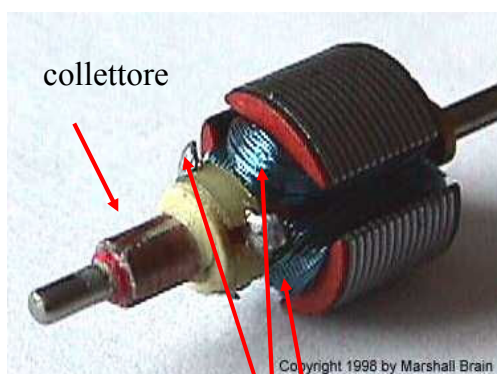
Controllo del moto



carcassa

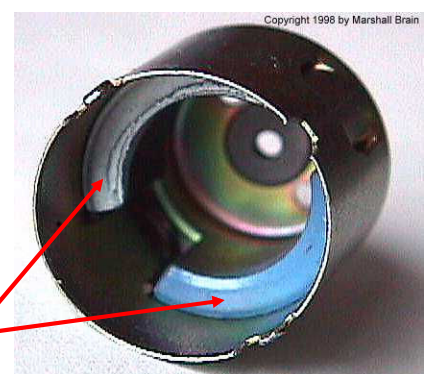
Alimentazione
circuito di
armatura

spazzole



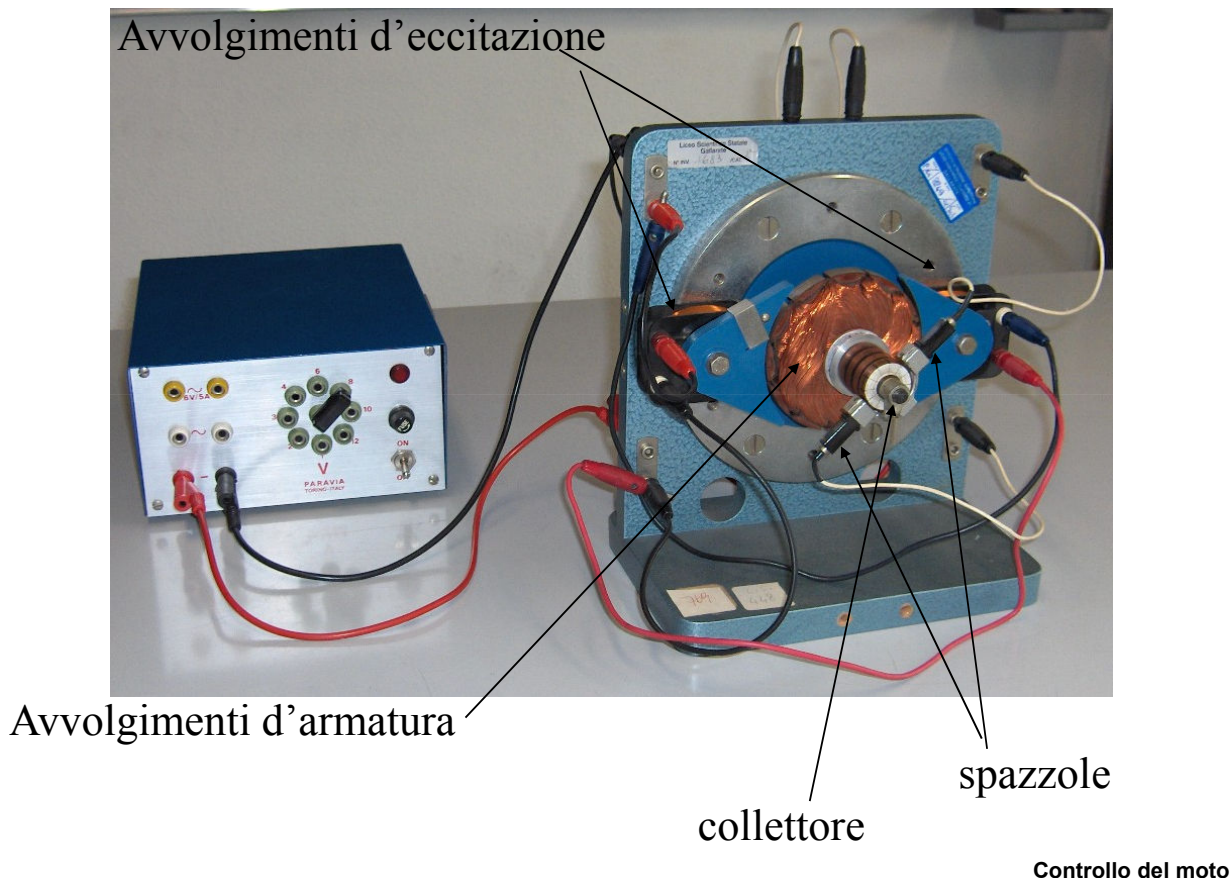
collettore

Avvolgimenti di armatura



magneti

Controllo del moto



motore dc brushed (a collettore)

- Dato che questo tipo di motore può sviluppare una forte coppia a basse velocità di rotazione è stato usato nella trazione elettrica, come, ad esempio, sulle locomotive.
- Il motore DC a magneti permanenti ha un comportamento reversibile: diventa un generatore di corrente continua (una dinamo) se si collega un altro motore all'albero. Si può allora prelevare l'energia elettrica prodotta collegandosi alle spazzole. (Da questo si può intuire la sua capacità di agire anche da freno: applicando tra le spazzole un resistore l'energia meccanica trasmessa all'albero si dissipa su questo resistore).
- Riassumendo si può affermare che il motore DC ha tutte le funzioni necessarie per un mezzo mobile: oltre alla funzione di motore può recuperare l'energia funzionando da dinamo e, quando necessario, può servire da freno.

motore dc brushed (a collettore)**Punti deboli del motore DC brushed (a collettore)**

■ L'esistenza del collettore

■ Gli avvolgimenti sul rotore

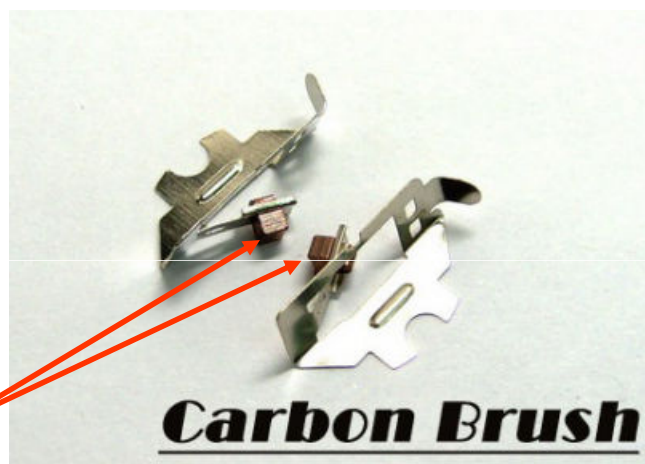
• Le spazzole sono in grafite. Questo consente un buon contatto elettrico minimizzando gli attriti. La loro usura richiede periodici interventi di manutenzione (d'altra parte è preferibile dover sostituire le spazzole che non l'intero collettore, operazione ovviamente molto più complessa).

• Le spazzole pongono un limite alla massima velocità di rotazione: maggiore è la velocità e più forte è la pressione che bisogna esercitare su di esse per mantenere un buon contatto. A velocità elevate non si realizza un buon contatto

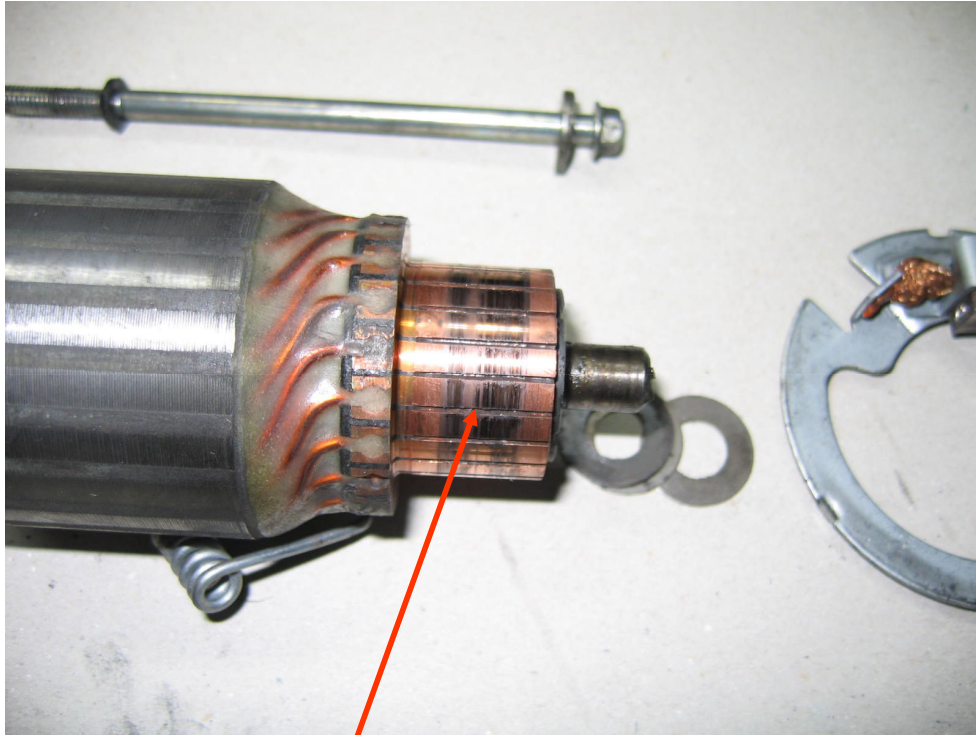
• Tra spazzole e collettore, nei momenti di commutazione, si hanno transitori di apertura degli avvolgimenti induttivi e quindi scintillio (attenuabile con opportuni sistemi ma non eliminabile). Queste scintille comportano disturbi elettrici sia irradiati nell'ambiente circostante che trasmessi al generatore di tensione (che alimenta il motore); questi disturbi, in determinati settori di impiego, possono causare problemi di compatibilità elettromagnetica

Controllo del moto

spazzole



Controllo del moto



Segno delle spazzole sul collettore

Controllo del moto

motore dc brushed (a collettore)

Punti deboli del motore DC brushed (a collettore)

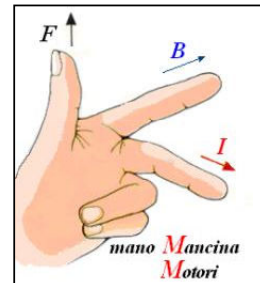
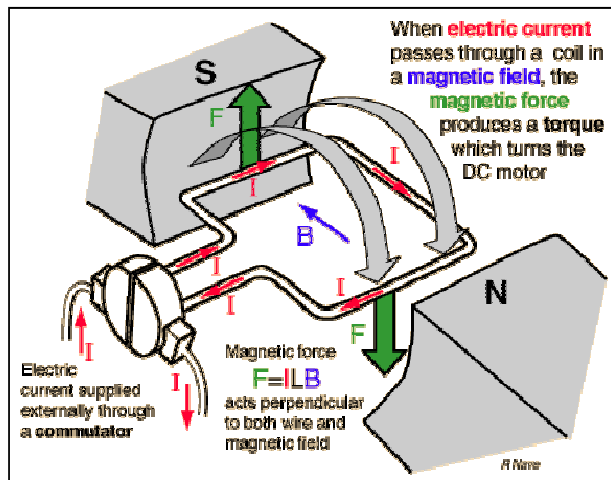
- L'esistenza del collettore
- Gli avvolgimenti sul rotore

La presenza di avvolgimenti elettrici sul rotore ha anche due aspetti negativi:

- Se il motore è di grossa potenza si hanno dei problemi di smaltimento del calore (gli avvolgimenti si riscaldano per effetto Joule e il campo magnetico alternato nel nucleo del rotore genera altre perdite e quindi altro calore).
- Per avere una buona coppia, il rotore deve avere molti poli, (avvolgimenti/magneti), quindi deve avere un diametro consistente, i magneti che circondano il rotore devono essere grandi e quindi il motore avrà volume e peso considerevoli.
- Gli avvolgimenti appesantiscono il rotore (aumenta il momento d'inerzia): se il motore deve rispondere con rapidità e precisione (come avviene nelle automazioni industriali e nella robotica) il controllo diventa più complesso.

Controllo del moto

Come posso cambiare il verso di rotazione di un motore in corrente continua?



Legge di Faraday

Basta cambiare il verso della corrente → basta scambiare il + e il – dell'alimentazione

Controllo del moto

motore brushless

MOTORI DC A COLLETTORE → MOTORI BRUSHLESS
(BLM=BrushLess Motor)

Una tipologia di motori che risolve alcuni problemi dei motori DC a collettore è la categoria dei motori brushless (senza spazzole)

- Brushless DC
- Brushless AC

N.B. Il motore brushless è anche detto motore sincrono a magneti permanenti

Controllo del moto

motore brushless

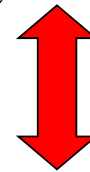
I motori brushless sono

- più leggeri (oltre il 30 % di peso in meno)
- più efficienti (80-90% rispetto al 60-75% dei motori con spazzole)

Le ragioni dipendono dalla diversa concezione del motore

Motori DC a collettore - magneti permanenti sullo statore
- avvolgimenti sul rotore

Motori brushless - avvolgimenti fissi sullo statore
- magneti sul rotore



In pratica inverte
il rotore con lo
statore!!!

- scomparsa del commutatore meccanico
- la commutazione dei poli viene gestita elettronicamente, il rotore è più compatto e leggero

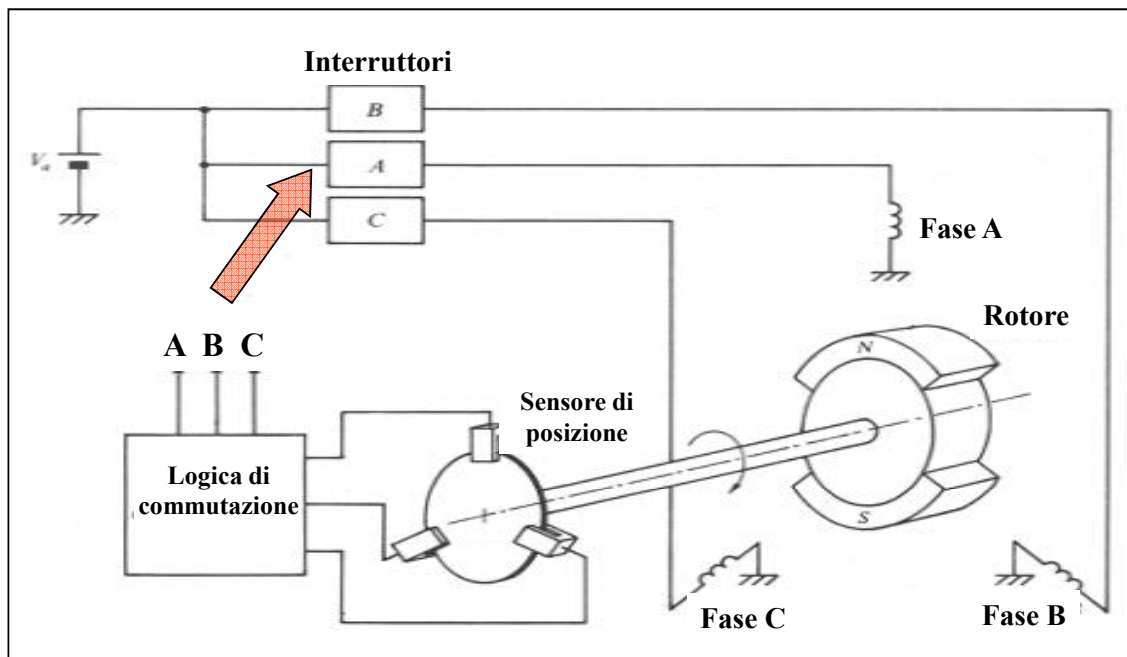
Tutto questo aumenta molto l'efficienza e diminuisce in modo considerevole il peso.

Controllo del moto

motore brushless

- Il problema di questi nuovi motori è un'elettronica di controllo più complessa e quindi costosa.
- Infatti, per dare la sequenza corretta delle commutazioni, un microprocessore sovrintende le operazioni. Uno stadio di potenza per motori brushless corrisponde a n regolatori in parallelo per motori tradizionali.

Controllo del moto



Solitamente lo statore ha n avvolgimenti (fasi). Nell'esempio ci sono 3 fasi, disposte a 120° una dall'altra.

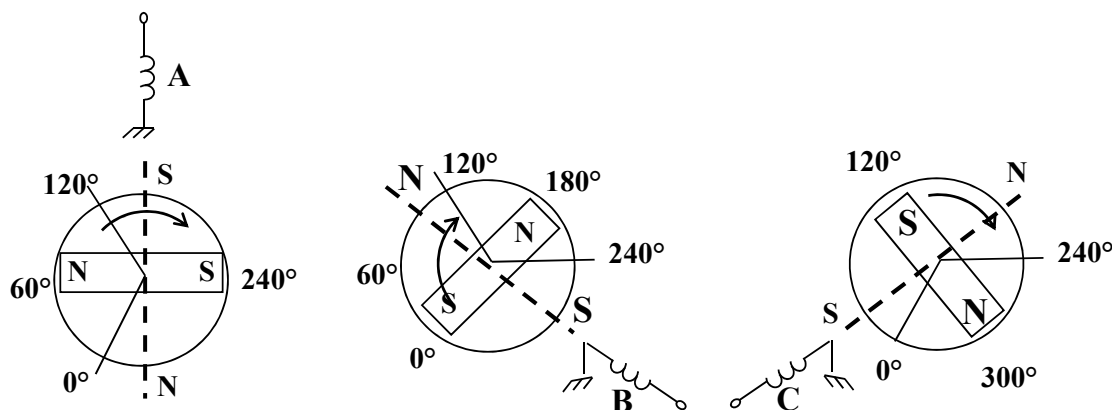
Ogni fase, se alimentata, viene percorsa da corrente e quindi genera un campo magnetico che interagisce col campo magnetico dei magneti sul rotore.

Per far girare il rotore basta alimentare in sequenza le fasi, in modo da far "ruotare" il campo magnetico di statore

Un sensore di posizione sente istante per istante la posizione del rotore ed attiva la fase dello statore che in quel momento è in grado di generare un campo perpendicolare a quello del rotore

motore brushless

Principio base di funzionamento



Es.

- $0^\circ - 120^\circ$: è attiva la fase A \rightarrow fa ruotare il rotore in senso orario.
Quando il rotore è prossimo ai 120° ...
- $120^\circ - 240^\circ$: si disattiva la fase A e si attiva la fase B
- 240° a 360° : si disattiva la fase B e si attiva la fase C

I magneti sono posizionati sul rotore e sono realizzati con speciali materiali che permettono di avere un'inerzia rotorica molto bassa, cosa che permette di avere un controllo estremamente preciso sia in velocità che in coppia, con accelerazioni e decelerazioni brusche e precise. Queste caratteristiche li rendono adatti all'utilizzo nei lettori CD e DVD ma anche, nelle versioni più grandi (fino a 100 kW), nell'aeromodellismo e nei veicoli elettrici.

Svantaggi

Il principale svantaggio di questo tipo di motori sta nel maggiore costo.

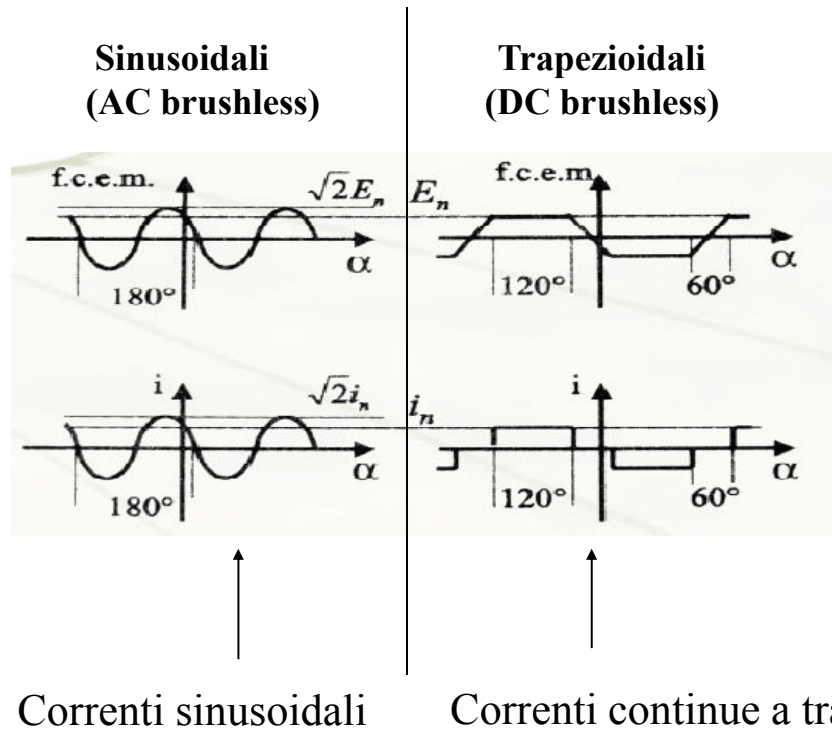
Al contrario dei motori a spazzole, infatti, il controllo viene effettuato elettronicamente con un circuito integrato venduto assieme al motore

Motori brushless trapezoidali e sinusoidali

Si differenziano per come è distribuito il campo rotorico e, di conseguenza, per la forma della f_{cem} (forza contro elettro motrice)

- Sinusoidale
- Trapezoidale

I secondi sono destinati ad applicazioni a basso costo, dove si usano sensori di posizione semplificati

motore brushless

Controllo del moto

Equazionimotore brushless

Avendo n avvolgimenti distinti sullo statore, avrò n equazioni della parte elettrica ed n della parte meccanica \rightarrow si usa una notazione compatta vettoriale

La coppia totale generata dal motore sarà la somma delle coppie generate da ogni singolo avvolgimento.

Per il caso del motore a 3 fasi di statore potremo scrivere:

$$\begin{aligned}\bar{v} &= R \bar{i} + \frac{d\bar{\phi}}{dt} \\ \bar{\phi} &= L \bar{i} + \bar{\phi}_c(\theta) \\ c_m &= \bar{i}^T \frac{d\bar{\phi}_c}{d\theta}\end{aligned}$$

$$\bar{v} = [v_a, v_b, v_c] \quad \bar{i} = [i_a, i_b, i_c] \quad \bar{\phi} = [\phi_a, \phi_b, \phi_c]$$

$$R = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} L_a & 0 & 0 \\ 0 & L_b & 0 \\ 0 & 0 & L_c \end{bmatrix}$$

Controllo del moto

Equazioni**motore brushless**

Combinando tra di loro le equazioni si ottiene una relazione per la parte elettrica del motore simile a quella vista per il motore in corrente a collettore:

$$\bar{v} = R \bar{i} + \frac{d\bar{\varphi}}{dt}$$

$$\bar{\varphi} = L \bar{i} + \bar{\varphi}_c(\theta)$$

$$c_m = \bar{i}^T \frac{d\bar{\varphi}_c}{d\theta}$$

➔

$$v = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{d\varphi_c(\theta)}{dt} = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{d\varphi_c(\theta)}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

$$= Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{d\varphi_c(\theta)}{d\theta} \omega = Ri + L \frac{di}{dt} + k_e(\theta) \omega$$

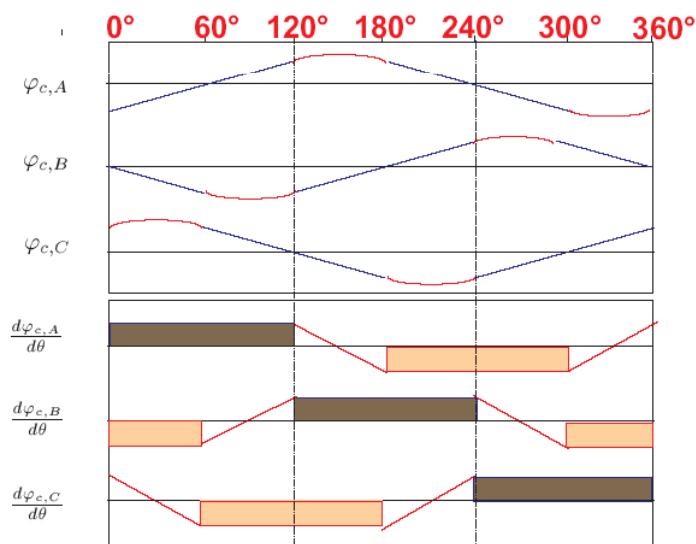
Omettendo i simboli di vettore

Il termine $k_e(\theta)$ dipende fortemente dalla costruzione delle geometrie del motore. In altre parole è possibile manipolare tale termine agendo sulle forme geometriche del rotore.

Controllo del moto

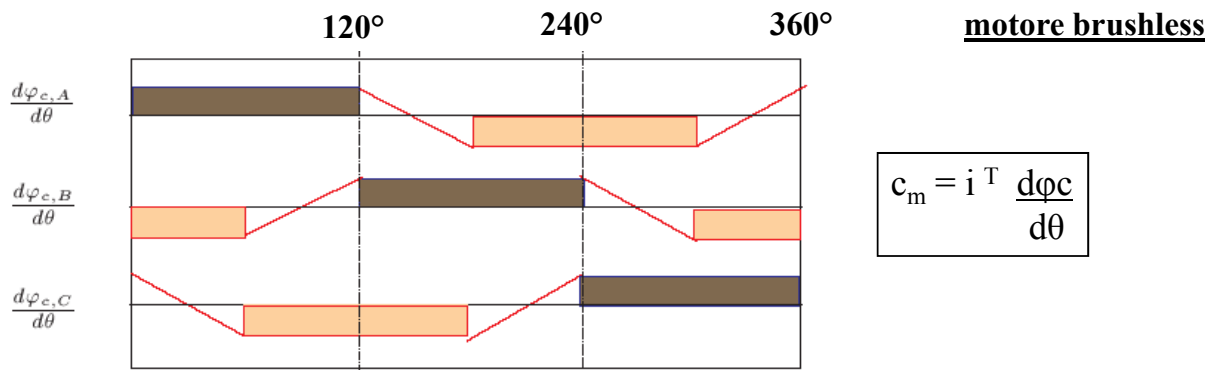
Motore brushless a campo trapezoidale:**motore brushless**

grazie alla sua geometria particolare, il flusso magnetico del rotore che si concatena con gli avvolgimenti di statore è di tipo quasi lineare, nel senso che è lineare per ampi angoli di rotazione del motore, e quindi con derivata costante su tali tratti. Imponendo poi correnti costanti in fase rispetto ai flussi concatenati si ottiene coppia costante lungo l'intero arco di rotazione del motore.



$\varphi_{c,A}$ = flusso dei magneti di rotore che si concatena con l'avvolgimento A di statore
 $\varphi_{c,B}$ = flusso dei magneti di rotore che si concatena con l'avvolgimento B di statore
 $\varphi_{c,C}$ = flusso dei magneti di rotore che si concatena con l'avvolgimento C di statore

Controllo del moto



Dall'andamento grafico delle derivate dei flussi concatenati e dall'equazione di coppia, è evidente che il segno della coppia generata da ogni fase dipende non solo dal segno della corrente ma anche dalla posizione del rotore. Ne consegue che alimentando il motore con correnti di un solo segno è possibile farlo ruotare in entrambi i versi modificando la sequenza di attivazione delle fasi.

Ad esempio:

- Una rotazione (convenzionalmente) positiva si ottiene alimentando in sequenza le fasi A (0°:120°), B (120°: 240°) e C (240°: 360°).
- Una rotazione negativa si ottiene alimentando in sequenza le fasi B (60° : -60°), A (-60° :-180°), C (-180° : -300°).

Controllo del moto

motore brushless

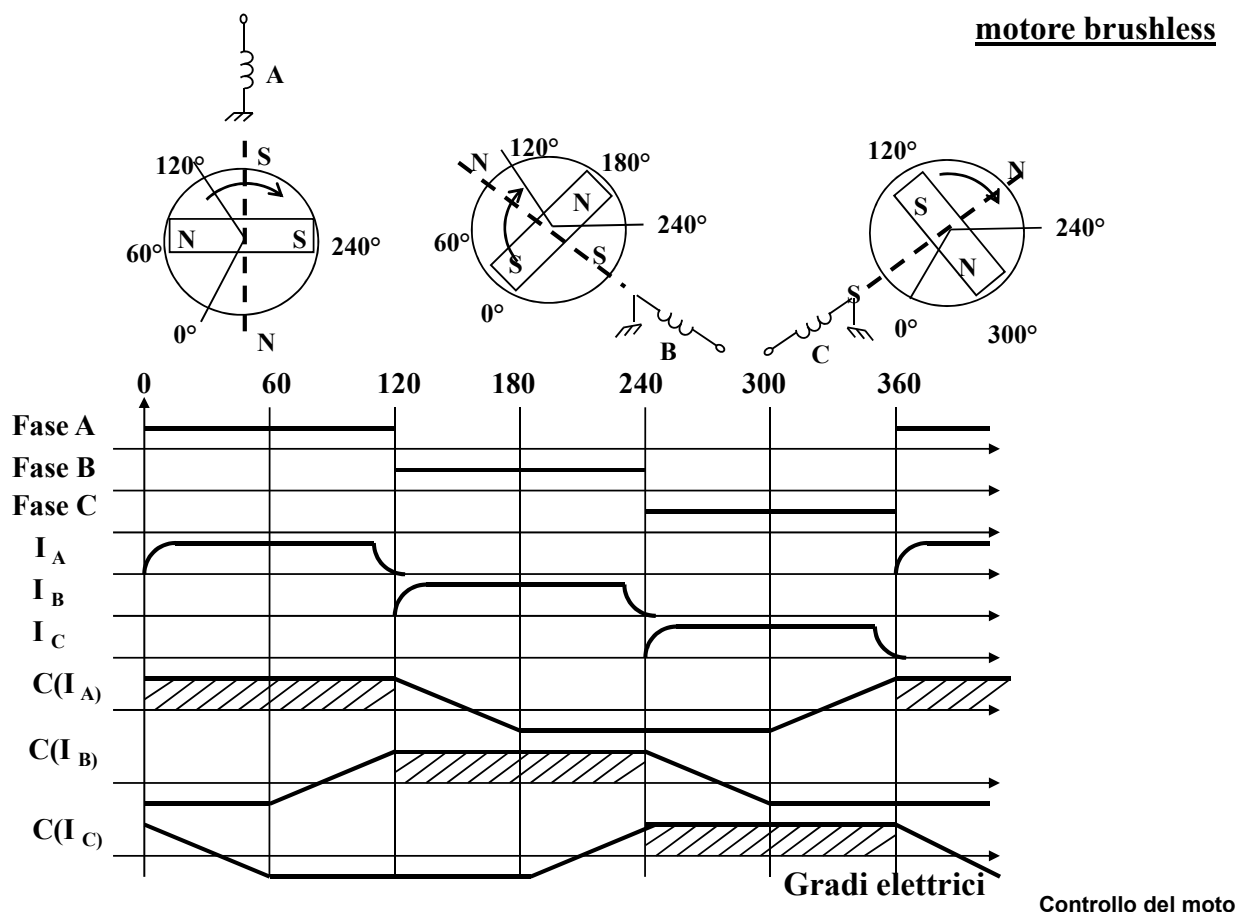
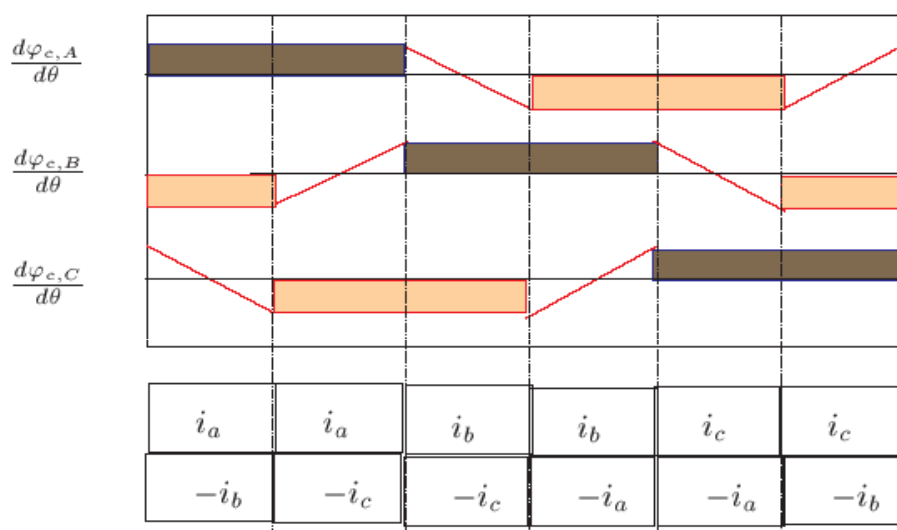
$$c_m = i^T \frac{d\varphi_c}{d\theta} = i_a \frac{d\varphi_a}{d\theta} + i_b \frac{d\varphi_b}{d\theta} + i_c \frac{d\varphi_c}{d\theta}$$

$$0^\circ - 120^\circ \rightarrow c_m = i_a \frac{d\varphi_a}{d\theta} + 0 \frac{d\varphi_b}{d\theta} + 0 \frac{d\varphi_c}{d\theta} = i_a \frac{d\varphi_a}{d\theta}$$

$$120^\circ - 240^\circ \rightarrow c_m = 0 \frac{d\varphi_a}{d\theta} + i_b \frac{d\varphi_b}{d\theta} + 0 \frac{d\varphi_c}{d\theta} = i_b \frac{d\varphi_b}{d\theta}$$

$$240^\circ - 360^\circ \rightarrow c_m = 0 \frac{d\varphi_a}{d\theta} + 0 \frac{d\varphi_b}{d\theta} + i_c \frac{d\varphi_c}{d\theta} = i_c \frac{d\varphi_c}{d\theta}$$

Controllo del moto

motore brushless**0° 60° 120° 180° 240° 300° 360° motore brushless**

Avendo la possibilità di applicare correnti sia positive che negative contemporaneamente su più fasi, è possibile ottenere una coppia doppia rispetto al caso ad alimentazione singola.

MOTORE PASSO PASSO (STEPPER)

I motori a passo nascono per applicazioni in cui è richiesto il controllo della posizione di un asse meccanico, senza però fare uso di sensori

Si basano sempre sull'interazione tra campi magnetici, e sono sempre composti da un rotore e da uno statore.

Però ogni volta che l'azionamento comanda uno spostamento (inviando un opportuno segnale elettronico), lo spostamento è sempre uguale, ed è di x gradi. Tale spostamento minimo costante è detto passo (step). Uno spostamento generico si compone di tot spostamenti minimi costanti.

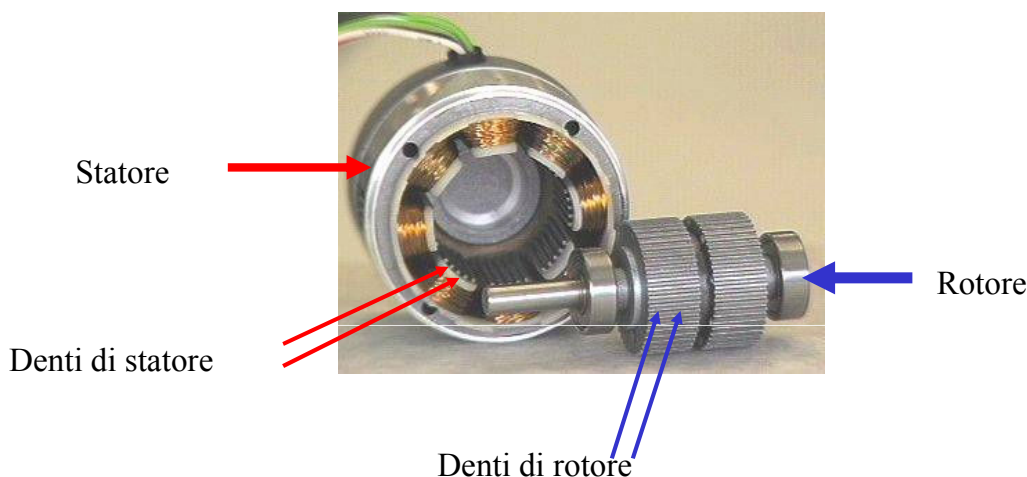
In altre parole, ad esempio, se voglio far ruotare il motore di 30° e il passo (step) corrisponde ad 1° di rotazione, dovrò comandare l'esecuzione di $30/1=30$ passi.

Se voglio fare una rotazione di 90° e lo step corrisponde a 1.8° , dovrò fare $90/1.8=50$ passi

La rotazione avviene perciò sempre a scatti, passo dopo passo, ma a velocità elevate il movimento appare comunque fluido.

Controllo del moto

L'esistenza di questo scostamento minimo costante è data dal fatto che rotore e statore hanno un elevato numero di denti opportunamente sfasati tra loro.



Per ogni segnale di comando che invio si crea un disequilibrio tra i campi magnetici di rotore e statore che porta alla rotazione del rotore. Dopo una rotazione corrispondente ad una data frazione di dente (passo), i campi magnetici si riequilibrano e il rotore si ferma.

→ Siccome ho molti denti, riesco a fare movimenti molto piccoli

→ Occorre inviare al motore una serie di impulsi di corrente, secondo un'opportuna sequenza, in modo tale da far spostare, per scatti successivi, la posizione di equilibrio.

Controllo del moto

Stepper

Le posizioni di equilibrio dell'albero sono determinate meccanicamente con estrema precisione. Di conseguenza, per far ruotare l'albero nella posizione e alla velocità voluta, è necessario contare il numero di impulsi inviati ed impostarne la frequenza.

- Contando quanti impulsi mando al motore, so esattamente dove si posiziona, perché so che fa un passo ad ogni impulso e so quanti gradi di rotazione fa per ogni passo
- Non ho bisogno di un sensore di posizione

Controllo del moto

StepperDove vengono usati gli stepper?

- ➡ I motori passo-passo trovano largo impiego in tutte quelle applicazioni laddove si desideri posizionare l'albero di un motore in una ben precisa posizione. Infatti, pensare di poter effettuare uno spostamento angolare preciso con un motore in corrente continua è quasi impossibile.
- ➡ Con i motori passo-passo è possibile ottenere elevate precisioni nella risposta al segnale di ingresso anche con configurazioni circuitali a catena aperta, cioè, senza anello di retroazione che riporti in ingresso l'errore, o scostamento, dal valore di uscita che si sarebbe voluto ottenere.
- ➡ Sono diffusissimi, soprattutto in stampanti, plotter, scanner lettori cd ...



Controllo del moto

Stepper

I valori più comuni di angolo di passo sono 1.8° , 3.6° , 7.5° , 9° , 15°

Gli stepper sono impiegati in applicazione di :

- potenza bassa
- velocità medio-bassa (max qualche migliaio di giri al minuto)

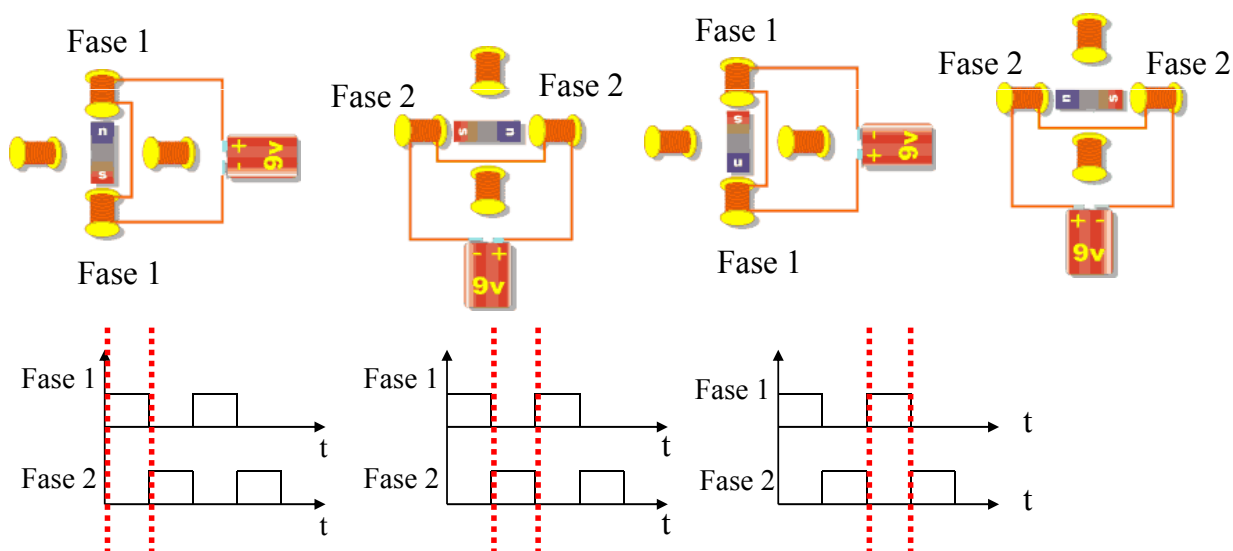
Richiedono sempre circuiti elettronici per il pilotaggio, cioè non possono essere alimentati direttamente da una batteria o un trasformatore

Controllo del moto

Stepper

Semplificazione estrema:

- Lo statore ha due fasi, ciascuna composta da due avvolgimenti avvolti in senso contrario, in modo che ogni fase, quando è alimentata, produca un NORD e un SUD
- Il rotore ha due soli denti, uno magnetizzato NORD e uno SUD (Nella realtà il rotore ha molti denti e lo statore molti avvolgimenti)



Controllo del moto

Stepper

Esistono tre tipologie di motori a passo

- A riluttanza
- A magneti permanenti
- Ibridi

Tutti hanno delle caratteristiche in comune:

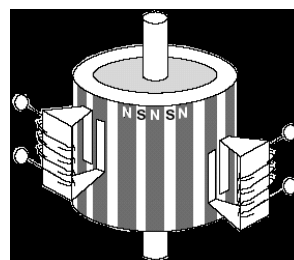
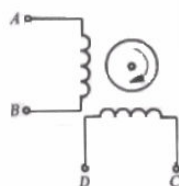
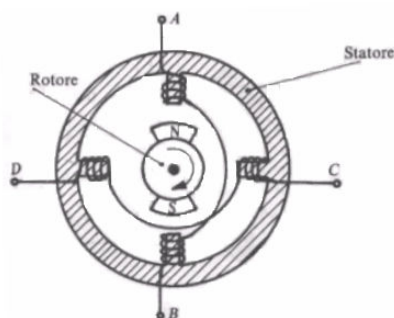
- Si pilotano in posizione e le posizioni raggiungibili sono prefissate
- La velocità di rotazione può essere molto bassa anche senza l'uso di riduttori meccanici
- Se caricati con una coppia troppo elevata, possono “perdere il passo”*
- Il movimento del rotore non è continuo e questo può far nascere problemi, in presenza di accoppiamenti elastici motore-carico

* Perdere il passo significa per esempio che sto applicando un carico troppo elevato al motore, che lui non è in grado di affrontare. Di conseguenza gli comando un certo numero di passi ma lui o si ferma o ne fa un numero minore
 → Ho perso la relazione tra numero di impulsi inviati e numero di passi eseguiti
 → Ho perso la posizione del motore!!!

Controllo del moto

A magneti permanenti:

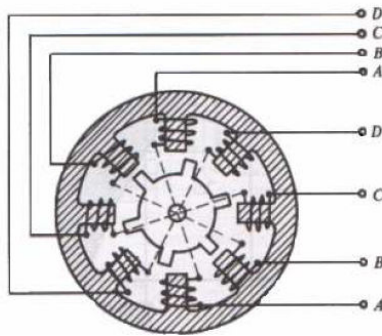
- Lo statore ha n avvolgimenti
- Sul rotore sono presenti magneti, alternati a passo costante (passo polare)
- Lo squilibrio magnetico si crea perché c'è disequilibrio tra il campo magnetico dei magneti permanenti del rotore e il campo magnetico creato dagli avvolgimenti di statore



Controllo del moto

A riluttanza magnetica:

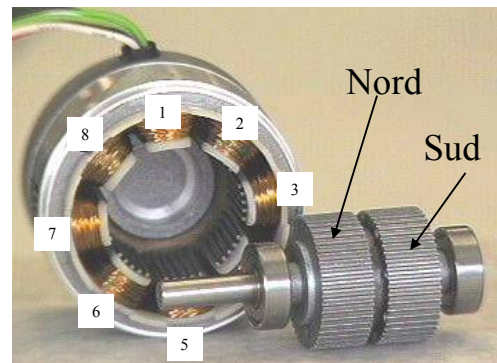
- Lo statore ha ns espansioni polari
- Il rotore ha nr denti di materiale ferromagnetico ad alta permeabilità
- Lo squilibrio magnetico si crea creando un circuito magnetico tra le espansioni polari dello statore (che, se alimentate, generano un campo magnetico) e i denti in materiale ferromagnetico del rotore (in pratica il rotore cerca sempre di portarsi nella configurazione in cui minimizza la riluttanza del circuito magnetico interessato dal flusso generato dall'alimentazione)



passo $\alpha = \frac{360^\circ}{ns \times nr}$

$$f_{mm} = R \Phi$$

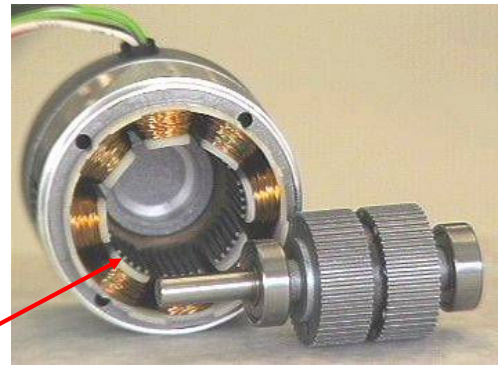
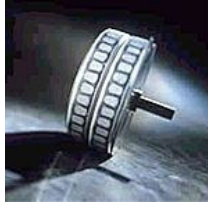
Controllo del moto

StepperIbridi (i più usati):

- Lo statore appare come il classico insieme di avvolgimenti ed il circuito magnetico è costituito da 4 o, più frequentemente, 8 "espansioni polari"
- Il rotore è costituito da una coppia di ruote dentate affiancate e solidali all'albero, permanentemente magnetizzate, una come NORD e l'altra come SUD. Tra le due ruote è presente uno sfasamento esattamente pari ad 1/2 del passo dei denti: il dente di una delle due sezioni corrisponde quindi alla valle dell'altra. Il numero più diffuso di denti di rotore è 50

Controllo del moto

Stepper



Lo statore presenta piccoli denti che si affacciano a quelli del rotore.

sono **esattamente affacciati** al rotore solo un **gruppo di denti ogni quattro**; gli altri sono sfalsati di $1/4$, $1/2$ e $3/4$ del passo dei denti. Avvolti intorno ai poli magnetici dello statore, dei fili generano il campo magnetico quando vengono percorsi da corrente.

In ogni momento, per far compiere una **frazione di passo** al motore, si applica corrente alla parte di statore esattamente di fronte ai denti del rotore: la forza repulsiva tra poli magnetici opposti farà spostare il rotore

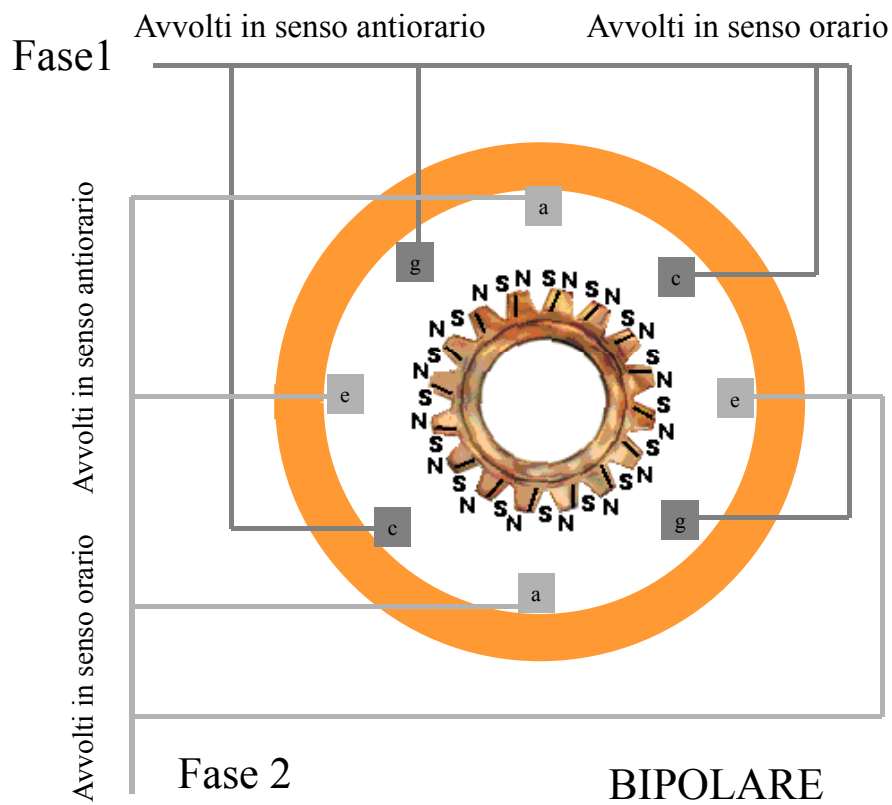
Controllo del moto

Stepper

All'esterno sono evidentemente presenti le alimentazioni dei vari avvolgimenti dello statore; in pratica le fasi possono essere avvolte secondo due schemi:

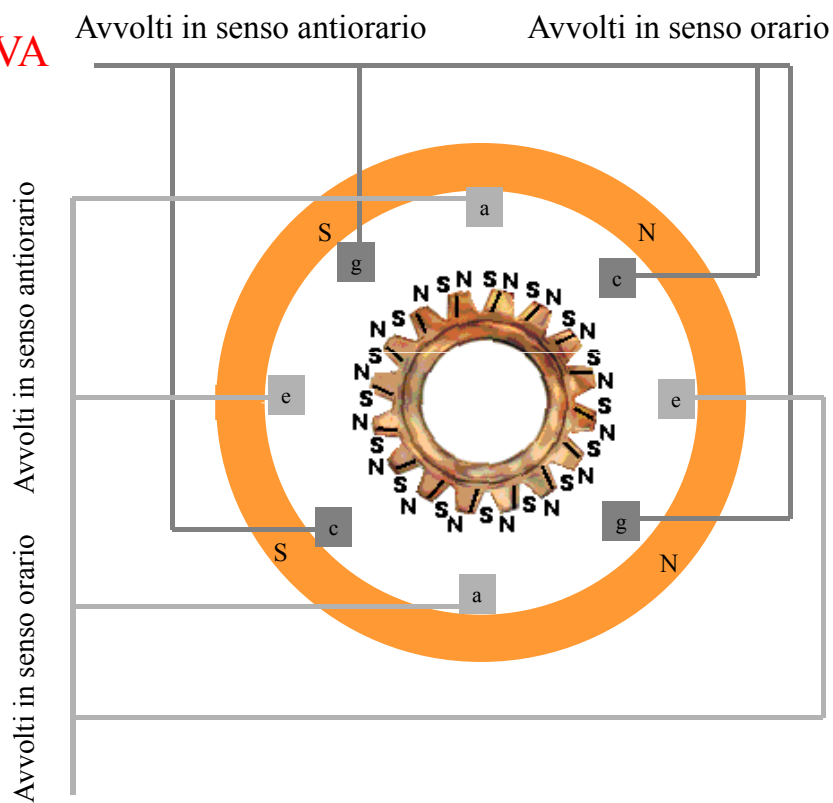
- Sono presenti due soli avvolgimenti, ciascuno avvolto su più espansioni polari, e quindi all'esterno arrivano due sole coppie di fili: in questo caso si parla di motori bipolari in quanto la corrente dovrà percorrere le fasi nei due versi al fine di creare gli opportuni campi magnetici
- Sono presenti quattro avvolgimenti avvolti a coppie, in antiparallelo, sulle espansioni polari; all'esterno arrivano almeno cinque fili (spesso sono infatti presenti delle connessioni interne al motore tra le varie fasi). Si parla in questo caso di motori unipolari in quanto la corrente nella singola fase ha sempre lo stesso verso. E' possibile creare due campi magnetici opposti semplicemente scegliendo in quale dei fili debba passare la corrente.

Controllo del moto

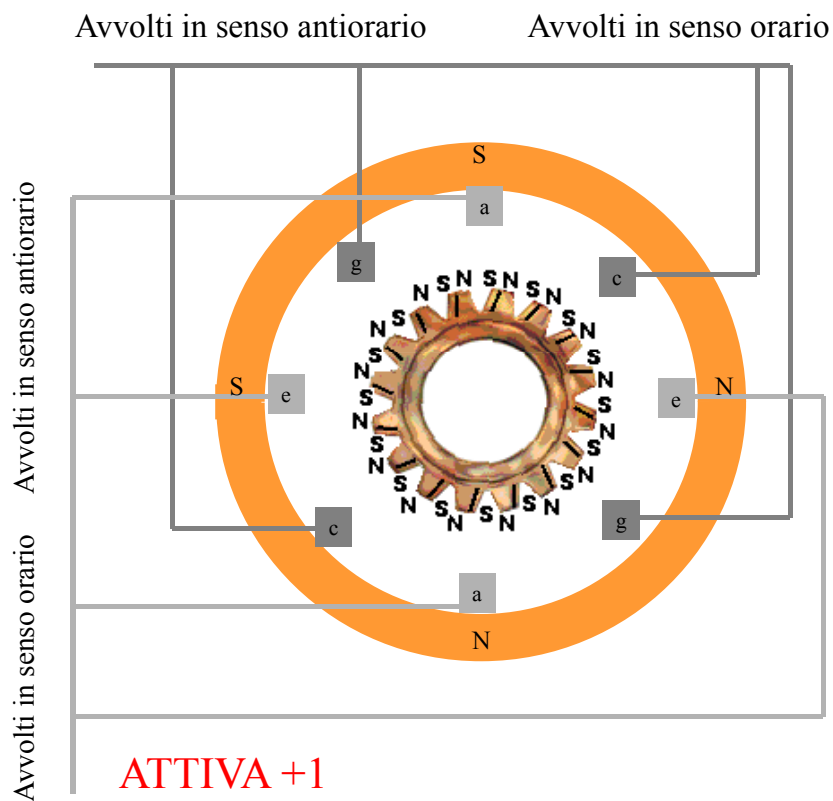


Controllo del moto

ATTIVA
+1

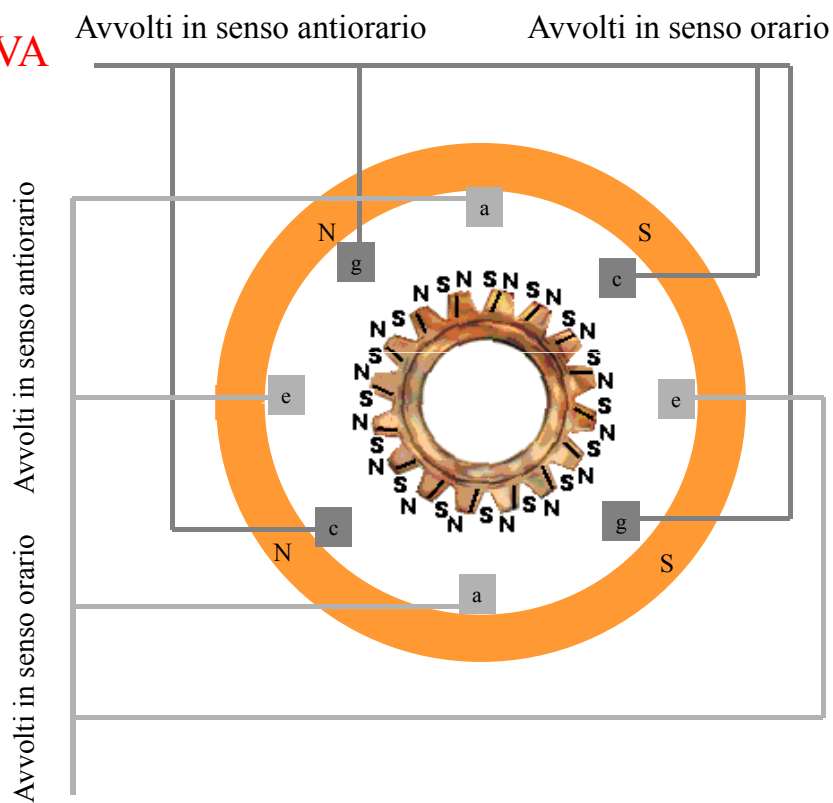


Controllo del moto

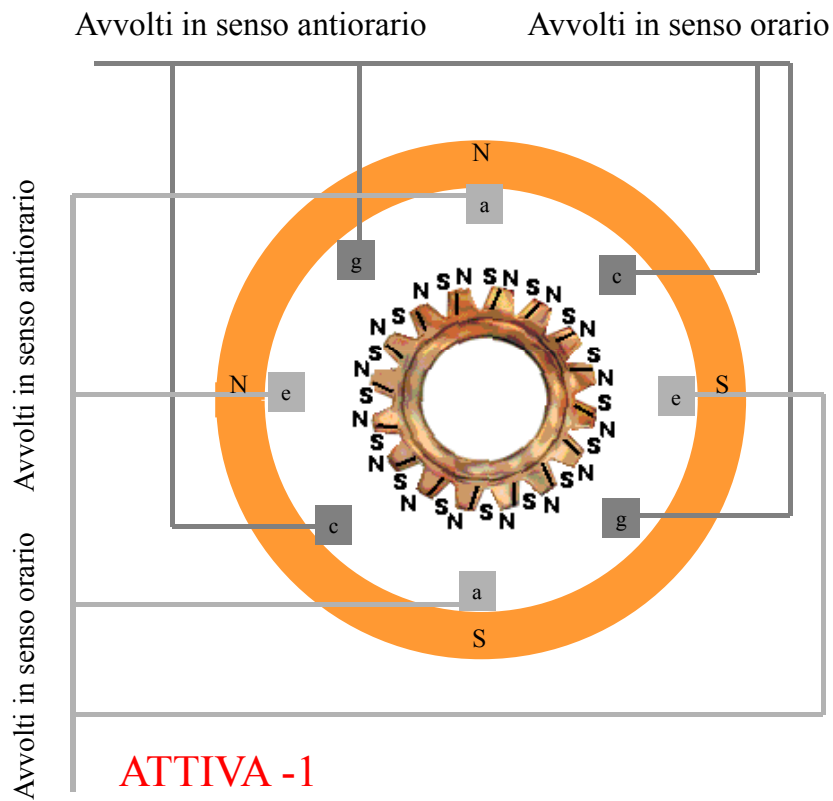


Controllo del moto

ATTIVA
-1



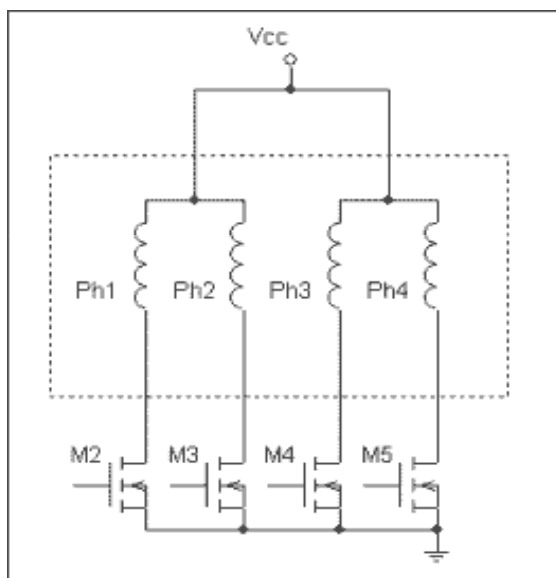
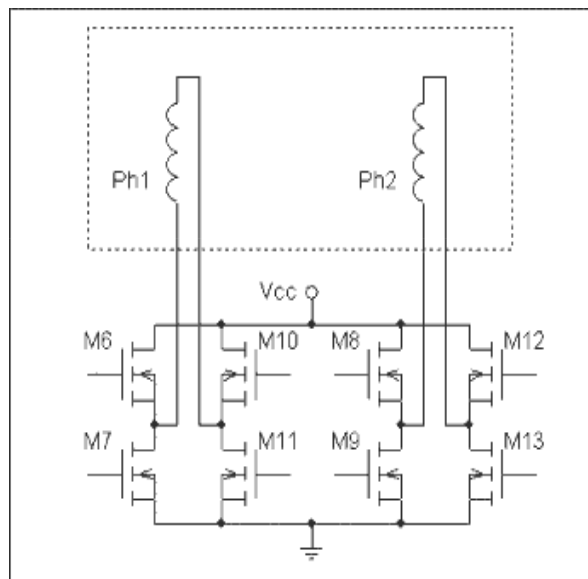
Controllo del moto



Controllo del moto

Ogni sequenza produce 1 passo

Controllo del moto

StepperSchema generico pilotaggio unipolareSchema generico pilotaggio bipolare

Controllo del moto

Stepper

Per distinguere i motori di tipo unipolare o bipolare, per i quali sono richieste tecniche di pilotaggio diverse, basta contare i fili uscenti:

se sono 4 abbiamo un motore bipolare

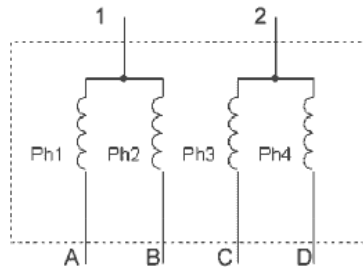
se sono 5 un unipolare

se sono 6 o 8 possiamo scegliere il tipo di pilotaggio più opportuno.

Controllo del moto

Stepper

Una tipologia particolare di motore passo-passo è utilizzabile **sia in configurazione unipolare che bipolare**: si tratta di quelli a 6 fili. Nella figura seguente questo tipo di motore è schematizzato con i quattro induttori racchiusi nel rettangolo tratteggiato.



I due avvolgimenti Ph1 e Ph2 sono avvolti sullo stesso nucleo in modo tale che la corrente entrante dal terminale 1 crei due campi magnetici opposti a seconda che il terminale di uscita sia A oppure B. In questo caso abbiamo uno schema equivalente ad un motore unipolare.

Se invece la corrente entra da A ed esce da B si crea un campo magnetico opposto al caso in cui la corrente entra da B ed esce da A; in questo caso, dal terminale 1 non passa corrente ed abbiamo un funzionamento come motore bipolare (ed infatti sono usati solo 4 fili: i terminali 1 e 2 non devono essere connessi). La stessa cosa succede per Ph3 e Ph4.

Controllo del moto

Stepper

Facendo passare corrente in una sola delle fasi il motore rimane bloccato in una posizione di equilibrio

La rotazione è ottenuta cambiando in opportuna sequenza la fase (o le fasi) a cui la corrente è applicata; la corrente che deve attraversare una fase è costante sia in modulo che in verso

Il pilotaggio delle fasi può essere di diverso tipo

Controllo del moto

Stepper

Wavemode per UNIPOLARI: è il sistema base di funzionamento; con esso la corrente è applicata ad una sola delle fasi alla volta, secondo la tabella seguente

(Spesso la fase in cui scorre corrente è indicata come "energizzata")

	Fase1	Fase2	Fase3	Fase4	
1	1	0	0	0	Questo metodo è a volte chiamato anche One-phase-on full step per evidenziare il fatto che una sola fase alla volta è energizzata
2	0	1	0	0	
3	0	0	1	0	
4	0	0	0	1	

4 passi

Controllo del moto

Stepper

▪ **WaveMode per BIPOLARI**: una sola fase alla volta è attiva.

Da notare che le condizioni di funzionamento per ciascuna fase sono tre:

- corrente in un verso
- corrente nell'altro verso
- assenza di corrente

	Fase1	Fase2
1	1	0
2	0	1
3	-1	0
4	0	-1

Controllo del moto

Stepper

Two phase-on per UNIPOLARI: la corrente è applicata contemporaneamente a due fasi.

In questo modo il rotore è trattenuto in posizioni di equilibrio intermedie a quelle tipiche del funzionamento wavemode.

La coppia disponibile è circa 1,4 volte maggiore di quella ottenuta con una sola fase attiva alla volta.

Il consumo di corrente e quindi il riscaldamento raddoppiano. Questo fatto potrebbe creare problemi in alcuni motori non adatti a questo tipo di pilotaggio.

	Fase1	Fase2	Fase3	Fase4
1	1	1	0	0
2	0	1	1	0
3	0	0	1	1
4	1	0	0	1

Controllo del moto

Stepper

Two phase-on per BIPOLARI:

	Fase1	Fase2
1	1	1
2	-1	1
3	-1	-1
4	1	-1

Controllo del moto

Stepper

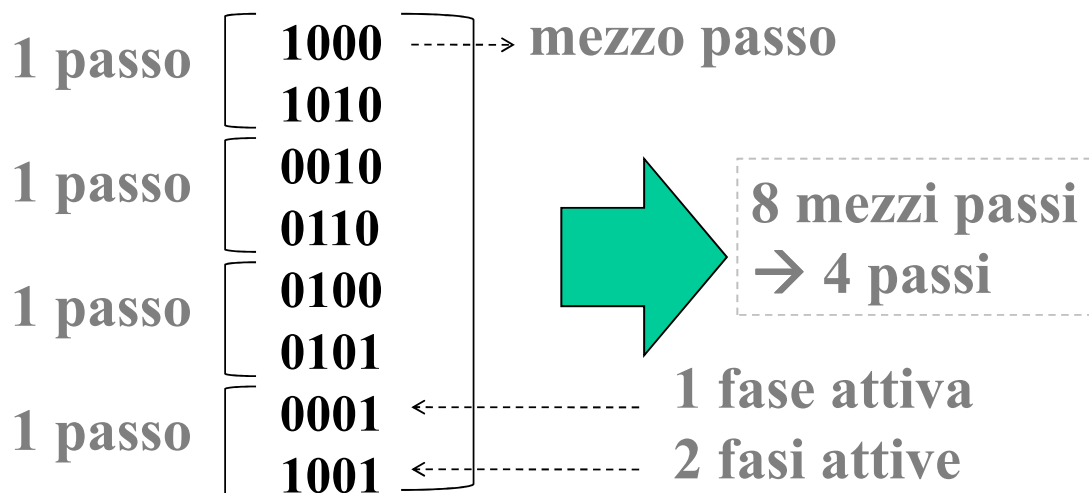
Half-step: è in pratica l'alternarsi delle configurazioni dei due metodi appena visti e si basa sulla constatazione che tra le posizioni di equilibrio delle due sequenze precedentemente viste è presente uno sfasamento di esattamente mezzo passo. Il vantaggio è che raddoppia il numero di passi disponibile per un certo motore. Lo svantaggio è una discreta irregolarità nella coppia (che per ogni passo cambia da 1 a 1.4 o viceversa) e nel consumo di potenza (che, sempre per ogni passo, cambia da 1 a 2), ambedue mediamente intermedi rispetto agli altri due metodi.

Questo metodo è spesso indicato come half-step senza controllo di coppia per sottolineare come la coppia meccanica sia variabile.

In alternativa è possibile adottare tecniche capaci di rendere omogenea la coppia ma, per i motori unipolari, questa non è una scelta conveniente a causa della complessità del circuito da realizzare in rapporto agli effetti utili; è invece una via praticabile per i motori bipolari.

Ci sono anche tecniche dette di microstepping, dove pilota le fasi con correnti diverse per creare dei micropassi all'interno di ogni passo

Controllo del moto

Half-step

Controllo del moto

MOTORE ASINCRONO

- E' un motore in corrente alternata (AC)
- Asincrono: la frequenza di rotazione non è uguale e non è un sottomultiplo della frequenza di alimentazione, ovvero non è "sincrona" con essa; per questo si distingue dai motori sincroni.
- E' detto anche motore ad induzione

Il motore si compone di :

- una parte fissa (statore) con avvolgimenti, due o tre (bifase, trifase)
- una parte mobile (rotore)

Su entrambe sono praticati dei fori paralleli all'asse del cilindro, detti cave, destinati ad ospitare gli avvolgimenti, ovvero l'insieme dei conduttori.

Lo statore ospita normalmente un avvolgimento trifase, i cui conduttori sono distribuiti nelle cave

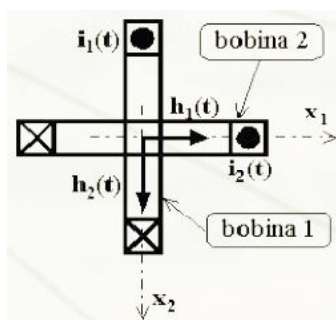
Il rotore è dotato di un certo numero di fasi m di norma chiuse in corto circuito, oppure, al posto degli avvolgimenti, di semplici barre conduttrici.

Controllo del moto

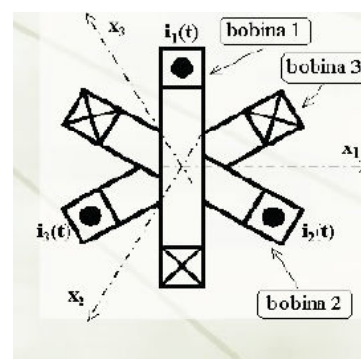
Motore asincrono

Lo statore genera un campo magnetico alternato rotante, in quanto alimenta le sue fasi con una corrente sinusoidale, sfasata nel tempo per ogni fase.

Il campo rotante si può generare con due avvolgimenti posti a 90° , con correnti sfasate nel tempo di 90°



Il campo rotante si può generare con tre avvolgimenti, disposti a 120° , alimentati da correnti sfasate di 120°



Controllo del moto

Motore asincrono

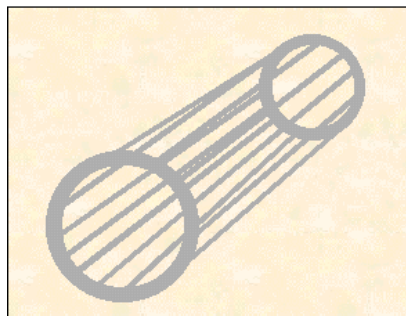
Gli avvolgimenti (che sono insiemi di spire) di rotore sono immersi in un campo magnetico rotante

- Sugli avvolgimenti si crea per induzione una corrente (motore ad induzione)
- Questa corrente genera sull'avvolgimento di rotore un campo magnetico che interagisce con quello rotante di statore
- Il rotore ruota per effetto del continuo disallineamento di questi campi



Nel motore asincrono AC la mutua interazione attraverso i relativi campi magnetici tra le correnti di rotore e quelle di statore produce una coppia motrice risultante, perché crea quel disequilibrio tra i campi magnetici di rotore e statore che porta alla rotazione.

Controllo del moto

Motore asincrono

Poiché gli avvolgimenti da fare sul rotore devono essere in corto circuito e devono, quindi, sopportare una elevata corrente, devono avere una elevata sezione → si preferisce mettere delle barre di alluminio attorno ad un nucleo di materiale ferromagnetico, costituito da lamierini al silicio (**ROTORE A GABBIA DI SCOIATTOLO**).

- le barre di alluminio, chiuse in corto circuito si comportano come un insieme di poche spire, aventi ciascuna una elevata sezione, in modo da sopportare le elevate correnti di corto circuito.
- le correnti sono dovute alla tensione che si genera nelle barre in quanto il campo magnetico generato dallo statore è variabile.
- le correnti danno luogo ad un altro campo magnetico rotante generato sul rotore
- il rotore si muove

Controllo del moto

Motore asincrono

Il rotore ruota ad una velocità ω

Il campo di statore ruota ad una velocità $\omega_0 = 60 f / p$

f = frequenza del segnale di alimentazione

p = numero delle coppie polari di statore

N.B. A volte ω è indicata come n_r , e ω_0 come n_s

Se le due velocità fossero uguali, i due campi sarebbero allineati \rightarrow non si genererebbe coppia motrice \rightarrow il motore si fermerebbe

In funzionamento normale $\omega < \omega_0$ (per questo il motore è detto asincrono) di circa 3-6 % \rightarrow FENOMENO DELLO SCORRIMENTO, che consente la produzione della coppia motrice

Controllo del moto

Motore asincrono

$$\left\{ \begin{array}{l} s = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{S}{\omega_0} = \text{scorrimento } \underline{\text{relativo}} \text{ (o semplicemente scorrimento, o slip)} \\ S = \omega_0 - \omega = \text{scorrimento } \underline{\text{assoluto}} \end{array} \right.$$

La coppia è proporzionale allo scorrimento, lo scorrimento dipende dal carico che ho attaccato al motore \rightarrow la velocità di rotazione del rotore dipende dal carico che attacco

Ovviamente il valore effettivo dello scorrimento dipende dal carico di fatto presente. Il carico non è mai zero perché sono sempre presenti i fenomeni dell'attrito e della ventilazione che impediscono al motore di ruotare alla velocità di sincronismo, impegnando una certa coppia.

Controllo del moto

Motore asincrono

Questi motori sono frequentemente alimentati per mezzo di INVERTER elettronici che possono variarne la velocità variando in modo coordinato la frequenza e la tensione di alimentazione. L'uso di inverter permette di azionare il motore anche a partire da una CORRENTE CONTINUA, come avviene nella trazione ferroviaria

Gli avvolgimenti statorici trifase possono essere collegati a *stella* oppure a *triangolo*, permettendo di alimentare lo stesso motore con tensioni trifase di 400 e 230 Volt. In alcuni grossi motori si preferisce avviare a stella e poi commutare a triangolo, al fine di limitare le correnti di spunto, quando non sono utilizzati gli inverter.

Esistono motori asincroni di potenza usualmente inferiore a 1 kW alimentati anche con tensioni monofase. Tali motori possono essere dotati di ordinari avvolgimenti a due fasi, dove per alimentare la seconda fase si usa il ritardo di tempo introdotto da un condensatore

Controllo del moto

MOTORE SINCRONO

E' un tipo di motore elettrico in corrente alternata in cui il periodo di rotazione è sincronizzato con la frequenza della tensione di alimentazione, solitamente trifase.

È costituito da un *rotore* (parte rotante solidale all'albero) su cui sono presenti diversi poli magnetici di polarità alterna creati da magneti permanenti o elettromagneti alimentati in corrente continua (detta corrente di eccitazione), e da uno *statore* su cui sono presenti gli avvolgimenti del circuito di alimentazione.

Le espansioni polari dello statore creano un campo magnetico rotante che trascina le espansioni polari del rotore. La frequenza di rotazione è in relazione con la frequenza di alimentazione in funzione del numero di terne di espansioni polari presenti nel motore.

Controllo del moto

Motore sincrono

L'avviamento è relativamente complesso

A motore fermo, l'applicazione della tensione alternata fa sì che il rotore, per effetto dell'inerzia, non abbia il tempo di seguire il campo magnetico rotante, rimanendo fermo.

→ Il motore viene quindi inizialmente portato alla velocità di rotazione per mezzo di un motore asincrono, quindi, dopo avere scollegato quest'ultimo, viene collegata la tensione di alimentazione ed inserito il carico meccanico utilizzatore.

→ Un'altra tecnica di avviamento sfrutta la possibilità di fare funzionare temporaneamente come asincroni motori appositamente realizzati, quindi passare al modo sincrono.

A causa della limitata praticità del motore sincrono, il suo uso con alimentazione diretta dalla rete è limitato a campi di applicazione ove sia richiesta una velocità di rotazione particolarmente precisa e stabile. È invece molto usato per azionare carichi a velocità variabile ove alimentato da convertitore statico (inverter).

In pratica un motore sincrono ha la stessa struttura di un brushless a magneti permanenti a campo sinusoidale, solo che è privo del sensore di posizione del rotore e si controlla in modo diverso.

Controllo del moto

MOTORE ASINCRONO- MOTORE SINCRONO

Si utilizza il motore asincrono per tutti quegli assi dove non è importante la precisione del posizionamento (nastri trasportatori)

- Il motore sincrono è in grado di coprire tutte le applicazioni di un motore asincrono ; il viceversa non vale
- Il motore asincrono costa meno di un motore sincrono
- La qualità del moto di un motore asincrono dipende dalla localizzazione del campo sul rotore, per cui a bassa velocità le prestazioni degenerano.

Controllo del moto

Controllo motore asincrono

Si controlla in coppia → la velocità di rotazione dipende dal carico che attacco

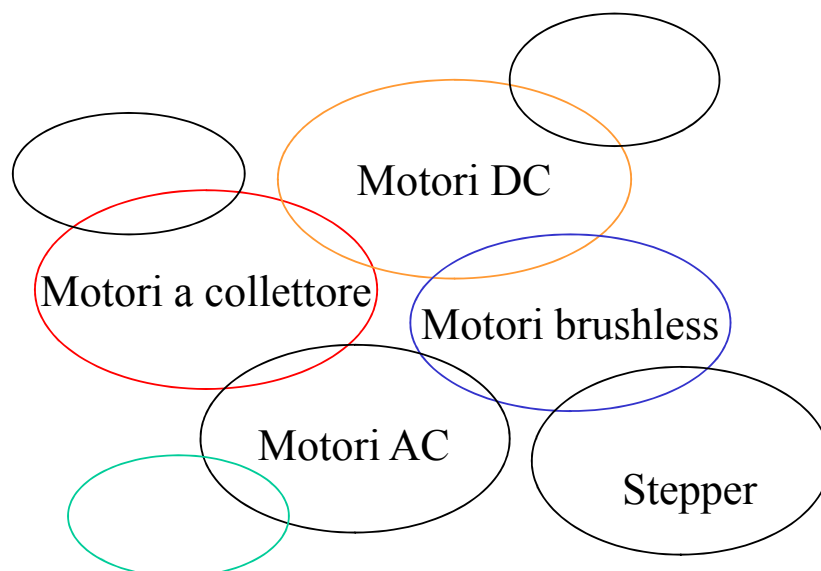
Controllo motore sincrono

La velocità è impostata dal sincronismo, ed è indipendente dal carico

Controllo del moto

	<u>Vantaggi</u>	<u>Svantaggi</u>
<u>Motore asincrono</u>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Basso costo ▪ Nessun problema alle alte temperature 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Elevata inerzia sul rotore ▪ Calore generato anche sul rotore
<u>Motore sincrono</u>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Elevato rapporto potenza/peso ▪ Affidabilità ▪ Bassa inerzia del rotore (buone prestazioni a basse velocità) ▪ Calore generato solo sullo statore (se rotore a magneti permanenti) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Costo più elevato ▪ Alle alte temperature, nel caso di rotore a magneti, i magneti si possono smagnetizzare

Controllo del moto



Il brushless può essere AC o DC

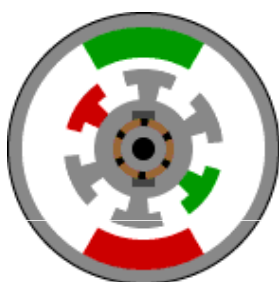
Il brushless è sincrono

Lo stepper è sincrono

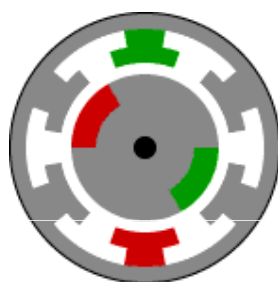
I motori a collettore possono essere DC o AC

...

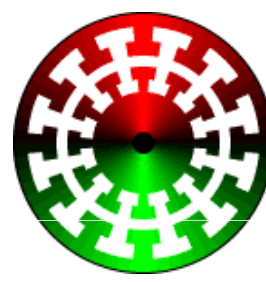
Controllo del moto



Motore DC



Motore Brushless



Motore sincrono

Controllo del moto

Cambiare il senso di marcia di un motore

Corrente continua: invertire + e –

Stepper bipolare: invertire i due fili di una sola fase

Asincrono trifase: scambio tra loro 2 fasi, la terza la lascio inalterata

Controllo del moto

Confronto motori AC e DC a collettore (brushed)

Attualmente il mercato italiano dei motori elettrici in bassa tensione è indicativamente così suddiviso (statistiche ANIE 2000-2004) :

- Motori Asincroni Trifasi 80%
- Motori Brushless 16%
- Motori in Corrente Continua 4%

Controllo del moto

Confronto motori AC e DC a collettoreDimensioni

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Minore ✓	Maggiore

Il motore DC occupa uno spazio maggiore :

- in lunghezza, dato che ha il collettore con le spazzole,
- il altezza, in quanto il rotore ha un diametro maggiore, per la presenza degli avvolgimenti e soprattutto per problemi dovuti alla commutazione
- per il raffreddamento del rotore e del collettore, che necessitano di un efficiente ed ampio sistema di ventilazione.

Controllo del moto

Confronto motori AC e DC a collettoreTemperatura massima

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Alta ✓	Media

Nel motore AC il punto di maggior riscaldamento è negli avvolgimenti statorici.

Il rotore infatti essendo a gabbia può sopportare temperature maggiori, quindi non necessita di alcun controllo, rispetto.

Essendo però lo statore a diretto contatto con la carcassa del motore, lo smaltimento del calore verso l'esterno è piuttosto semplice, e avviene per conduzione dal metallo dello statore alla carcassa in ferro o alluminio, che esternamente è anche dotata di apposite alettature.

Nel motore DC il calore viene sviluppato prevalentemente nel rotore, e lo smaltimento può avvenire solamente mediante ventilazione forzata, che ha una potenza da aggiungere all'assorbimento elettrico del motore.

Il motore DC quindi deve mantenersi su temperature di funzionamento più basse.

Controllo del moto

Confronto motori AC e DC a collettore**Manutenzione**

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Nessuna ✓	Notevole

A parte l'eventuale usura dei cuscinetti, che è equivalente nei due motori, i motori DC necessitano di operazioni di manutenzione molto frequenti (la sostituzione delle spazzole) ed altre molto complesse (la rettifica del collettore) che richiedono un fermo macchina di diversi giorni se non addirittura settimane.

Le macchine di notevole potenza richiedono anche un interruttore termico nel rotore per la protezione degli avvolgimenti, che anch'esso richiede manutenzione.

Al contrario nel motore AC non è necessaria nessuna manutenzione.

Controllo del moto

Confronto motori AC e DC a collettore**Momento d'inerzia**

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Minore ✓	Superiore

Il motore DC ha un diametro maggiore di quello AC, e questo si ripercuote sul momento d'inerzia : questa caratteristica sta a significare che il motore AC possiede una maggiore accelerazione a parità di coppia, e quindi una "agilità" migliore.

Si può quindi dire che il motore AC possiede una maggior "prontezza".

Robustezza meccanica

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Ottima ✓	Bassa

I motori DC presentano un punto debole nel rotore : l'isolamento degli avvolgimenti può deteriorarsi molto rapidamente sia per le sollecitazioni meccaniche (marcia, arresto, accelerazioni, ecc) sia per quelle termiche.

Controllo del moto

Velocità**Confronto motori AC e DC a collettore**

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Maggiore ✓	Inferiore

Nei motori DC la presenza del collettore impedisce di raggiungere elevate velocità, in quanto lo scintillio raggiungerebbe livelli inaccettabili portando ad un calo del rendimento del motore

Protezione termica

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Semplice ✓	Complessa

Per proteggere termicamente un motore AC, è sufficiente installare un sensore tra gli avvolgimenti dello statore.

Il rotore infatti essendo a gabbia può sopportare temperature maggiori rispetto allo statore, quindi non necessita di alcun controllo.

Nel motore DC invece il punto critico in fatto di temperatura è proprio il rotore, nel quale non è possibile installare delle proprie sonde di temperatura.

Per i motori di grossa potenza si usa un interruttore termico, molto sofisticato e costoso, che viene installato nel rotore stesso.

Controllo del moto

Limiti di potenza**Confronto motori AC e DC a collettore**

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Nessuno ✓	$\text{kW} * \text{RPM} < 2.600.000$

I motori DC hanno dei limiti costruttivi che per i motori AC praticamente non esistono :

in pratica in commercio non si trovano motori DC il cui prodotto tra la potenza e il numero di giri al minuto supera $2,6 * 10^6$.

Da ciò si deduce, ad esempio, che è praticamente impossibile trovare sul mercato un motore da 3000 rpm con una potenza di 1000 kW.

Limiti di tensione

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
BT ed MT (fino a 10 kV) ✓	BT (mediamente 500V)

Nei motori DC la vicinanza delle lamelle del collettore non permette la costruzione di motori con tensioni nominali elevate.

Eccezionalmente, come nel settore ferroviario, si arriva a 4000V con motori speciali.

Controllo del moto

Controllo

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Più difficile	Più facile ✓

Piccole taglie

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Quasi assente	Molto facile da reperire ✓

<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
Sconsigliato per piccole applicazioni digitali	Ideale per piccole applicazioni digitali ✓

Controllo del moto

Confronto motori AC e DC a collettore**Rendimento**

<i>Potenza</i>	<i>Motore AC</i>	<i>Motore DC</i>
1 kW	80 %	75 %
10 kW	87 %	77 %
50 kW	94 %	84 %
100 kW	95 %	90 %
350 kW	96 %	92 %
1 MW	97 %	93 %

Controllo del moto

Oltre a progettare il moto di un motore (cinematica), bisogna anche considerare la dinamica sua e del carico che vi è collegato.

- Infatti il rotore di un motore ha il suo peso, quindi per essere messo in moto bisogna vincere la sua inerzia
- Bisogna poi vincere necessariamente l'inerzia di ciò che è collegato al motore (carico)
- Inoltre normalmente il rotore gira su dei cuscinetti, che hanno un certo attrito
- Infine se il rotore ha delle alette di raffreddamento, a velocità elevate ci sarà da considerare anche l'attrito dell'aria, che si oppone al moto

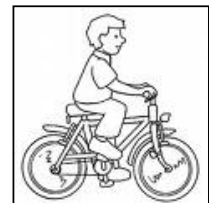
Il motore va dimensionato, cioè si sceglie la sua TAGLIA in base all'analisi di queste caratteristiche.

Bisogna quindi considerare:

- Coppia del motore
- Potenza del motore

Controllo del moto

Coppia



Es: la bicicletta

- Per avanzare è necessario che il ciclista eserciti attraverso le gambe un forza (muscolare) sulle pedivelle.
- Analogamente, in un motore a scoppio, la spinta esercitata dai gas di combustione sul pistone si scarica attraverso la biella (la gamba del ciclista) sulla manovella dell'albero motore (la pedivella) e lo mette in rotazione.
- Analogamente, in un motore elettrico, l'interazione tra i campi magnetici crea delle forze di attrazione-repulsione che mettono in rotazione il rotore rispetto allo statore

→ la coppia non è altro che la capacità del ciclista/dei gas di combustione presenti nel cilindro/dell'interazione tra i campi magnetici di far ruotare il motore/la ruota della bicicletta, ovvero di produrre una spinta

→ tanto più la coppia sarà elevata, tanto più facilmente e rapidamente il motore sarà messo in rotazione, con tutti i suoi cinematismi eventualmente collegati → la coppia è in relazione all'accelerazione

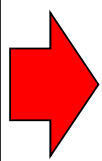
Controllo del moto

Coppia

In bicicletta non applichiamo sempre la stessa forza sui pedali, anzi essa sarà massima con la pedivella orizzontale e nulla con la pedivella verticale.

La stessa cosa si verifica nel manovellismo pistone-biella-albero motore, per cui la coppia varia continuamente durante un ciclo di funzionamento: il valore che si prende in considerazione è quello medio.

Idem in un motore elettrico: la coppia è massima quando i campi di rotore e di statore si trovano a 90° tra loro, per cui c'è la massima forza di attrazione/repulsione e la massima spinta data al rotore

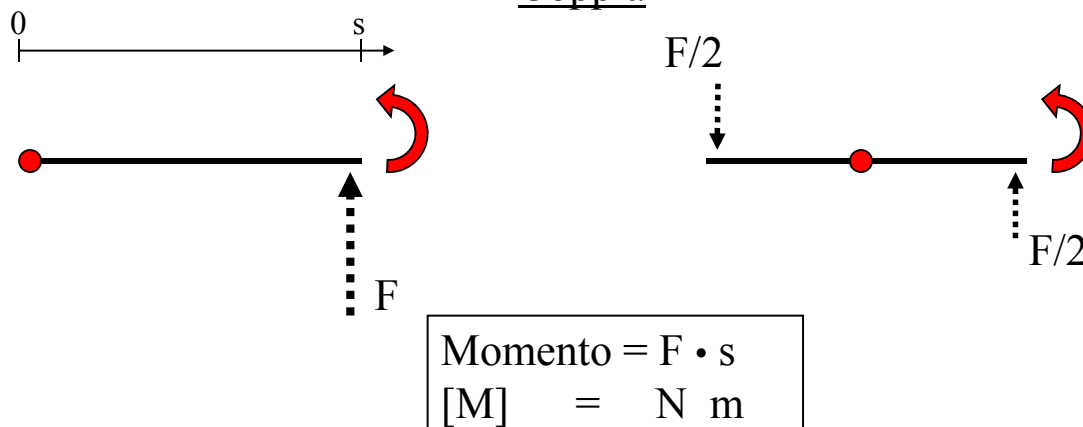


La coppia C è assimilabile ad un momento angolare creato da una forza, o da una coppia di forze, che deve vincere inerzia, carichi, attriti etc per far muovere il motore

$$[C] = \text{Nm} \quad (\text{Newton metro})$$

Controllo del moto

Coppia



La coppia, che è quindi un momento (**torcente**), si chiama coppia appunto perché la posso vedere o come il momento prodotto da una forza F applicata ad una estremità distante s da un fulcro, o come il momento prodotto da una coppia di forze $F/2$ nelle identiche condizioni, ma spostando il fulcro in mezzo. In entrambe le condizioni, l'applicazione della forza o della coppia di forze genera un moto rotativo, che è appunto ciò che genera una coppia.

Controllo del moto

POTENZA

$$\rightarrow P = C \cdot \omega \quad [P] = W \quad (\text{Watt})$$

P = potenza meccanica espressa dal motore

ω = velocità angolare del motore (cioè quanti giri fa al secondo, o quanti gradi/s, o quanti rad/s).

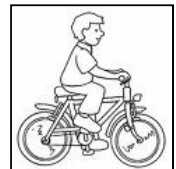
Dal punto di vista fisico, quindi, la potenza è la capacità di una coppia di far girare ad una certa velocità il motore.

N.B. Nell'analogia col motore a scoppio, la potenza (che si può esprimere anche in cavalli vapore, CV, oltre che in Watt o KWatt) ci dà un'idea della velocità che un'auto può raggiungere. Maggiore è il numero di cavalli, maggiore è la velocità a cui arriverà la macchina.

La coppia, invece, è un'espressione di quanto un motore riesce ad accelerare. Più è alta la coppia, più il motore reagisce in fretta.

Controllo del moto

Coppia resistente



Supponiamo di dover affrontare prima una salita e poi un tratto in pianura: a parità di forza impressa sui pedali (che, come visto, genera coppia), in salita ci muoveremo lentamente perché dobbiamo vincere, oltre agli attriti, anche la forza di gravità che tende a trascinarci all'indietro, mentre in pianura la nostra spinta non dovrà preoccuparsi della forza di gravità. E' evidente che nella seconda situazione (in pianura) riusciremo a pedalare più speditamente (quindi avendo una ω maggiore) pur applicando la stessa forza, producendo, in definitiva, più lavoro nello stesso lasso di tempo e quindi più potenza.

Un altro esempio: supponiamo che la nostra bicicletta sia legata con una robusta catena ad un palo. Per quanta forza noi possiamo imprimere sui pedali, generando certamente una coppia motrice, resteremo fermi, non produrremo alcun lavoro né erogheremo una potenza. Produrremo potenza solo quando riusciremo ad imprimere una coppia motrice tale da spezzare la catena, cioè da vincere la coppia resistente

Controllo del moto

Coppia resistente

Analogamente, in un motore elettrico, se l'energia elettrica che forniamo (corrente e tensione) non produce sufficiente coppia (interazione tra i campi magnetici) da vincere il peso (dunque l'inerzia) del rotore e del carico che ad esso vi è applicato → il motore non si muove

Si fa più fatica, in bicicletta, a partire da fermi o a pedalare quando si è già in moto?

Si fa più fatica a partire. Bisogna dare una forza maggiore alla partenza, mentre, se si è in piano, una minore per mantenere la bicicletta in moto.

Stessa cosa per il motore.

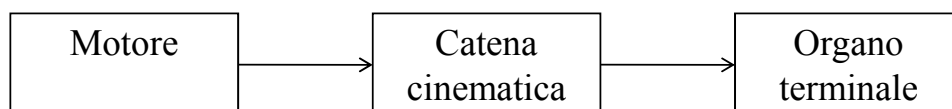
Un conto è mantenere la coppia quando il motore sta già girando

Un conto è la coppia che bisogna dare per farlo partire (coppia di primo distacco)

- Ci possono anche essere situazioni in cui il motore deve erogare per brevi istanti una coppia superiore a quella a cui va normalmente. Si parla di coppia di picco

Controllo del moto

In generale, un motore è il primo elemento di una catena cinematica, a cui segue una serie di cinematismi, fino ad arrivare all'organo terminale (o utilizzatore, o MOS = mezzo operativo specifico), che può essere una pinza, un nastro, una ventosa, o in ogni caso l'elemento che lavora/trasporta/interagisce con il prodotto/processo per cui la macchina è stata progettata.



Eseguendo un bilancio di potenza meccanica al motore, possiamo scrivere la seguente relazione:

$$P_m + P_{\text{resistente}} + P_{\text{perdite}} = dE_c/dt$$

ovvero sia la somma algebrica della potenza motrice, di quella resistente e di quella persa per vari fenomeni parassiti (tra cui consideriamo anche l'attrito) equivale alla variazione di energia cinetica del sistema

Controllo del moto

In generale, se consideriamo un moto rotatorio possiamo calcolare:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = C \omega \\ E_c = \frac{1}{2} J \omega^2 \end{array} \right.$$

Mentre per un moto lineare possiamo dire:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = F v \\ E_c = \frac{1}{2} M v^2 \end{array} \right.$$

Con ω = velocità di rotazione e v = velocità lineare, J = momento d'inerzia e M = massa

Da $P_m + P_{\text{resistente}} + P_{\text{perdite}} = dE_c/dt$, essendo $P = C \omega$ e considerando di non avere coppia resistente, cioè di dover vincere solo l'inerzia e l'attrito dovuti al rotore del motore (la coppia di attrito si calcola come $B \omega$, con B = coefficiente di attrito volvente), possiamo scrivere:

$$C_m \omega - 0 - (B \omega) \omega = d(\frac{1}{2} J \omega^2) / d\omega \rightarrow$$

$$C_m \omega - B \omega^2 = \frac{1}{2} 2 J \omega (d\omega/dt) \rightarrow$$

$$C_m \omega = J \omega (d\omega/dt) + B \omega^2$$

Da cui, dividendo per ω , otteniamo

$$C_m = J (d\omega/dt) + B \omega$$

Controllo del moto

Nel caso in cui ci fossero altre perdite da considerare, oltre all'attrito, e ci fosse anche da vincere una coppia resistente, potremmo scrivere:

$$C_m = J (d\omega/dt) + B \omega + C_{\text{perdite}} + C_{\text{resistente}}$$

C_i = coppia inerziale

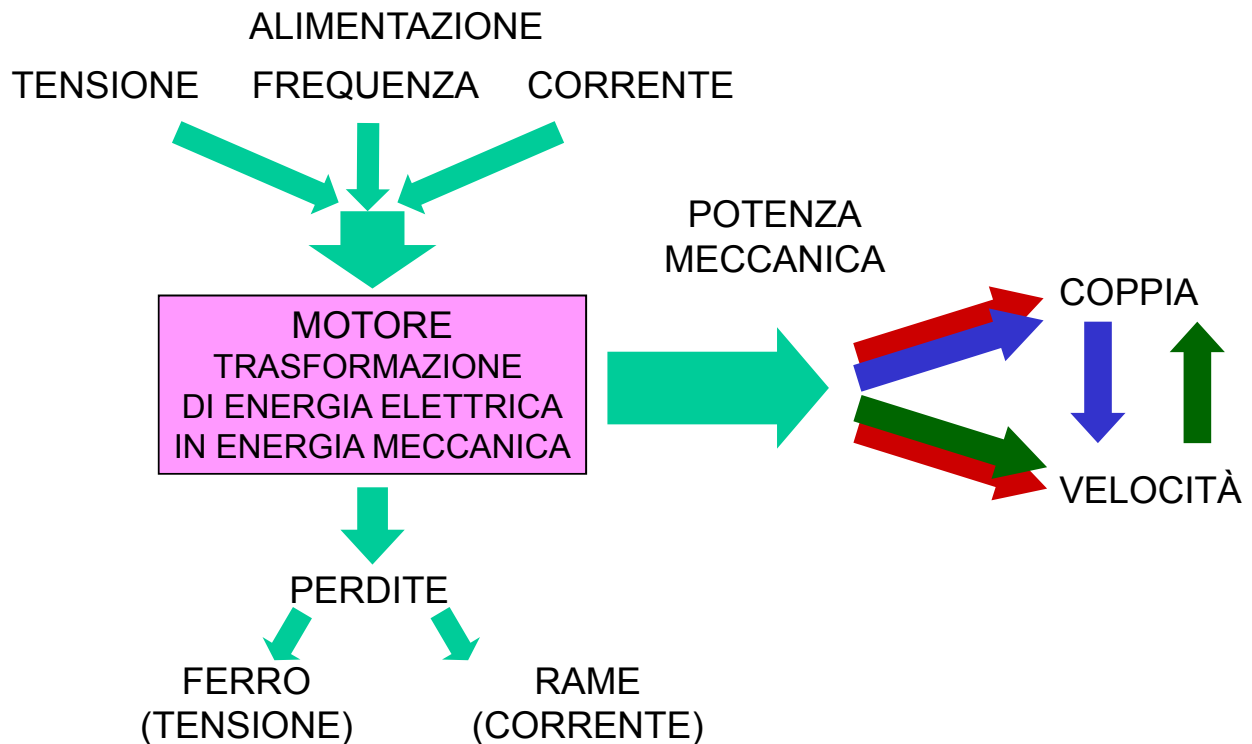
C_{att} = coppia di attrito

Siamo quindi passati da un bilancio di potenza ad un "bilancio" di coppia, da cui si capisce che di tutta la coppia motrice C_m che io genero col motore, solo C_i serve a far girare il motore con una certa accelerazione $(d\omega/dt)$. L'altra la perdo per contrastare tutte le resistenze che incontro, attriti, perdite e via dicendo.

La coppia dovuta alle perdite è dovuta alle correnti parassite, all'isteresi del materiale ferromagnetico, alle perdite nelle spazzole...

N.B. Si noti come l'inerzia sia legata all'accelerazione angolare (per dare la stessa accelerazione ad una massa più grande occorre più coppia) e l'attrito volvente alla velocità (più vado veloce, più l'attrito volvente mi frena)

Controllo del moto



Controllo del moto

Dimensionamento di un motore

Per quanto concerne la coppia, si distingue tra:

- Coppia nominale C_n : max coppia che il motore può erogare per un tempo indefinito
- Coppia di picco C_{pk} : valore max assoluto di coppia che il motore può erogare, mantenendola però solo per un certo tempo. La coppia di picco ovviamente dev'essere maggiore della coppia nominale.
- Coppia di stallo C_o (o coppia a rotore bloccato): coppia che il motore può erogare se gli tengo bloccato il rotore. In questo caso il rotore non si muove, quindi il motore eroga coppia ma non potenza ($\omega = 0$) e gran parte della coppia erogata si tramuta in calore sugli avvolgimenti, o comunque sulla struttura del motore.
- Coppia efficace C_{RMS} : è definita matematicamente come
$$C_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T C^2(t) dt}$$

e rappresenta in pratica il valore medio della coppia in un periodo di tempo pari a T

Controllo del moto

Considerazioni

Quindi quando devo dimensionare un motore:

1. devo conoscere i parametri del motore
2. devo decidere l'accelerazione che gli voglio dare
3. devo conoscere il carico che attaccherò al motore
4. devo sommare tutti questi contributi



poi scegliere un motore che produca una coppia nominale maggiore.
La coppia nominale la posso virtualmente mantenere all'infinito.

Coppia di picco

In condizioni in cui la coppia nominale non basti (ad esempio una macchina avvitatrice che si trova a dover avvitare un bullone in un foro con il filetto non perfetto, dove il bullone fa più fatica del normale ad avvitarsi) il motore deve riuscire ad erogare per un certo tempo la coppia di picco.

Se faccio erogare al motore la coppia di picco per un tempo troppo lungo, rischio di bruciarlo, o di bruciare l'azionamento.

Controllo del moto

Considerazioni

Coppia di stallo

è la coppia massima che il motore riesce ad erogare quando gli blocco il rotore.

Tipicamente metto il rotore in morsa (cioè non si può muovere) e vedo quanta coppia motrice riesco a far sviluppare al motore (cioè quanta corrente riesco a dargli) senza che questo si surriscaldi troppo (non producendo moto, la coppia motrice se ne va in perdite). Questa cosa è tipica per esempio di macchine come le presse, il cui compito è generare coppia motrice senza però generare moto (quando la pressa preme contro qualcosa, di fatto non si muove, quindi la coppia sviluppata se ne va in calore)

Controllo del moto

Associate al concetto di coppia nominale sono anche:

VELOCITÀ NOMINALE	Ω_m [rpm]	VELOCITÀ MASSIMA ALLA COPPIA NOMINALE
CORRENTE NOMINALE	I_n [A _{rms}]	CORRENTE ASSORBITA DAL MOTORE IN CORRISPONDENZA DELLA COPPIA NOMINALE
POTENZA NOMINALE	P_n [kW]	POTENZA EROGATA DAL MOTORE NELLE CONDIZIONI NOMINALI DI FUNZIONAMENTO

Associata al concetto di coppia di picco c'è anche:

CORRENTE DI PICCO	I_{pk} [A _{rms}]	CORRENTE ASSORBITA DAL MOTORE IN CORRISPONDENZA DELLA COPPIA DI PICCO
-------------------	----------------------------------	--

Associata al concetto di coppia di stallo c'è anche:

CORRENTE DI STALLO	I_0 [A _{rms}]	CORRENTE ASSORBITA DAL MOTORE IN CORRISPONDENZA DELLA COPPIA DI STALLO
--------------------	-------------------------------	---

Controllo del moto

Infine, come parametri caratteristici del motore, parametri che normalmente compaiono sul datasheet del motore stesso, si hanno anche:

COSTANTE DI COPPIA

$$k_t$$

$$[Nm/A_{rms}]$$

COSTANTE DI FCEM

$$k_e$$


$$[V_{rms}/\Omega_{rpm}]$$

Controllo del moto


Dimensionamento del motore

L'attuatore è ben dimensionato se, in un ciclo di lavoro, valgono le relazioni

C_{RMS}	$<$	C_n
C_{pk}	$<$	C_{pk}
ω_{pk}	$<$	ω_{pk}
P_{RMS}	$<$	P_n
P_{pk}	$<$	P_{pk}



Valori che ho stimato e
che caratterizzano il
motore che devo
acquistare



Valori che compaiono
sul datasheet del motore

Controllo del moto

Dimensionamento del motore

C_{RMS}	$<$	C_n
C_{pk}	$<$	C_{pk}
ω_{pk}	$<$	ω_{pk}
P_{RMS}	$<$	P_n
P_{pk}	$<$	P_{pk}

- La media della mia coppia, C_{RMS} , dev'essere più piccola della coppia nominale, che so che il motore riesce a mantenere senza problemi e per un tempo virtualmente infinito.
- La coppia di picco che eventualmente devo poter richiedere al motore dev'essere inferiore alla coppia di picco che lui riesce ad erogare
- La velocità massima a cui posso far girare il motore dev'essere inferiore alla velocità massima a cui il motore può andare
- La potenza media che richiedo al motore dev'essere minore della potenza nominale che il motore riesce a sviluppare
- La potenza di picco che posso richiedere dev'essere inferiore alla massima potenza che il motore può sviluppare

Controllo del moto

Il riduttore

Normalmente, se si confrontano le velocità e le coppie sviluppate dai motori elettrici con quelle necessarie a movimentare i carichi, ci si accorge che i motori sviluppano velocità troppo elevate e, per contro, coppie troppo basse per movimentare alla velocità voluta il carico desiderato.

Avendo quindi gli attuatori velocità superiori e coppie inferiori a quelle richieste, il loro moto deve essere “modificato”, ovvero bisogna introdurre un elemento meccanico che riduce la velocità e aumenta la coppia.

Tale elemento è chiamato RIDUTTORE.

Il riduttore è caratterizzato da un unico parametro chiamato rapporto di riduzione, che indica quanti giri fa il riduttore per ogni giro del motore.

Trattandosi di un riduttore (ovvero qualcosa che riduce), normalmente per ogni giro del motore il riduttore compie meno di un giro, ovvero per n giri del motore il riduttore compie un giro.

Quindi, definendo $k_r = \text{rapp. riduz} = n \text{ giri motore} / 1 \text{ giro riduttore}$, sarà $k_r > 1$.

Controllo del moto

Il riduttore

Il rapporto di riduzione è quasi sempre un numero intero, ovvero, per esempio, il riduttore compie 1 giro ogni 10 giri del motore, oppure il riduttore compie un giro per ogni 60 giri del motore e via dicendo.

C'è anche chi intende il rapporto di riduzione esattamente al contrario, ovvero quanti giri fa il motore per un giro del riduttore. In questo caso, quindi, in k_r dovrei scambiare numeratore e denominatore, e k_r risulterebbe < 1 .

Tornando alla prima definizione ($k_r > 1$), se per ogni k_r giri del motore il riduttore fa 1 giro, significa anche che

$$\omega_m = k_r \omega_r$$

ovvero ovviamente il motore gira k_r volte più veloce del riduttore.

E' da notare che spesso, avendo come riduttore una semplice coppia di ingranaggi di raggio R_1 ed R_2 e numero di denti N_1 ed N_2 , considerando che il motore sia applicato alla ruota 1 (normalmente quella più piccola, se devo ridurre la velocità) e il carico alla ruota 2, il rapporto di riduzione si può anche esprimere come

$$k_r = R_2/R_1 = N_2/N_1$$

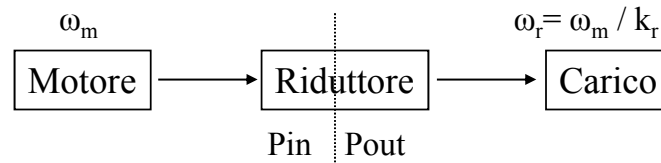


Controllo del moto

Il riduttore

il riduttore è un elemento meccanico che ha una sezione di ingresso a cui viene collegato il motore, e che quindi gira alla stessa velocità del motore, ed una sezione di uscita che gira più lentamente ma che sviluppa più coppia, a cui viene collegato il carico.

Perché la sezione di uscita sviluppa più coppia?



Perché, trascurando eventuali perdite, per il bilancio di potenza ideale, la potenza entrante al riduttore P_{in} dev'essere uguale alla potenza uscente dal riduttore P_{out} , ovvero tutta la potenza che produce il motore viene data al carico.

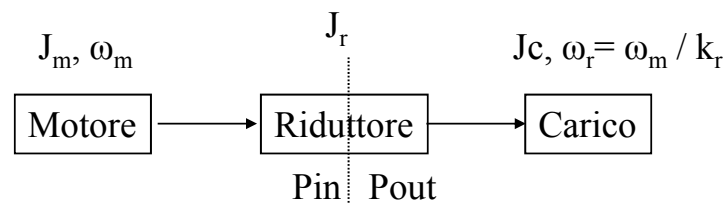
La potenza, come già visto, è il prodotto della coppia per la velocità $P = C \omega$

Considerando che la velocità della sezione di uscita del riduttore è diminuita del fattore k_r , essendo costante la potenza, la coppia deve essere aumentata di un fattore k_r (qui chiamiamo C_r la coppia del riduttore)

$$C_m \omega_m = C_r (\omega_m / k_r) \rightarrow C_m = C_r / k_r \rightarrow C_r = C_m k_r$$

Controllo del moto

Il riduttore: carico solo inerziale



In molte applicazioni, rispetto alla formula $C_m(t) = C_i + C_{att} + C_p$, effettivamente attrito e perdite diventano trascurabili rispetto alle coppie inerziali (le coppie inerziali sono quelle legate all'accelerazione, e che quindi non intervengono a velocità costante).

→ si ha una preponderanza dell'inerzia (che è la proprietà di un corpo di mantenere il proprio stato di quiete o di moto)

→ considerando che motore, riduttore e carico hanno i loro momenti di inerzia J_m , J_r e J_c e riportando tutto all'asse del motore, possiamo scrivere

$$C_m = (J_m + J_r) \dot{\omega}_m + \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r} \Rightarrow C_m = (J_m + J_r) \dot{\omega}_r k_r + \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r}$$

Controllo del moto

$$C_m = (J_m + J_r) \dot{\omega}_m + \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r} \Rightarrow C_m = (J_m + J_r) \dot{\omega}_r k_r + \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r}$$

in quanto il motore e la sezione di ingresso del riduttore girano alla velocità ω_m del motore, e il carico gira alla velocità ω_r della sezione di uscita del riduttore. In più la coppia del carico $(J_c \dot{\omega}_r)$ come già visto, riportata al motore viene divisa per il rapporto di riduzione k_r , dal bilanciamento delle potenze.

N.B. Si noti che le ω hanno sopra il punto, in quanto ne sto considerando la derivata, ovvero l'accelerazione angolare!!!!

Controllo del moto

Riduttore ottimo (accoppiamento ottimo)

Esiste un valore di k_r tale per cui si riduce al minimo la coppia richiesta al motore?

Se questo esistesse, potremmo dimensionare al minimo il motore, e quindi risparmiare dal punto di vista economico senza avere né un motore troppo piccolo che non riesce a far girare il carico né un motore dimensionato in modo esagerato, che di carichi potrebbe magari spostarne anche cinque o dieci volte quello che serve alla nostra applicazione.



Controllo del moto

Come si fa a trovare , dal punto di vista matematico, il valore di una variabile che minimizza una funzione?

→ Ponendo la derivata della funzione a zero.

$$C_m = (J_m + J_r) \dot{\omega}_r k_r + \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r} \Rightarrow \frac{dC_m}{dk_r} = (J_m + J_r) \dot{\omega}_r - \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r^2} = 0$$

$$\Rightarrow (J_m + J_r) \dot{\omega}_r = \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r^2} \Rightarrow k_{rOTT} = \sqrt{\frac{J_c}{J_m + J_r}} \cong \sqrt{\frac{J_c}{J_m}}$$

N.B. Nell'ultimo passaggio si è trascurata J_r in quanto normalmente l'inerzia del riduttore è molto più piccola di quella del motore.

N.B. Si noti che le $\dot{\omega}$ hanno sopra il punto, in quanto ne sto considerando la derivata, ovvero l'accelerazione angolare!!!!

Controllo del moto

Ricapitolando:

spesso i motori hanno caratteristiche di velocità e coppia che non sono adeguate ai carichi che devono movimentare.

Si introduce quindi un riduttore, che consente di diminuire la velocità di un fattore k_r e di aumentare la coppia di un fattore k_r .

Quindi dopo il riduttore il moto rotativo è più lento ma capace di sviluppare più coppia.

Nel caso di carichi puramente inerziali, esiste un valore di k_r ottimo per dimensionare al minimo il motore. Tale valore è

$$k_{rOTT} = \sqrt{\frac{J_c}{J_m + J_r}} \cong \sqrt{\frac{J_c}{J_m}}$$

Questo valore è tale da fornire una sorta di “bilanciamento” tra l'inerzia del motore e quella del carico.

Controllo del moto

$$k_{rOTT} = \sqrt{\frac{J_c}{J_m + J_r}} \cong \sqrt{\frac{J_c}{J_m}}$$

Nei casi pratici la formula ottenuta sopra è un'utile indicazione che però quasi mai va rispettata al dettaglio.

Infatti il dimensionamento minimo del motore, considerato che il costo del riduttore è tipicamente almeno doppio di quello del motore, non corrisponde per nulla al dimensionamento più economico dell'applicazione. Se poi si considera che la dinamica dell'applicazione dipenderà prevalentemente dall'elasticità e dai giochi della trasmissione, ottimizzare il rapporto occupandosi esclusivamente del motore e del rapporto tra le inerzie è illogico.

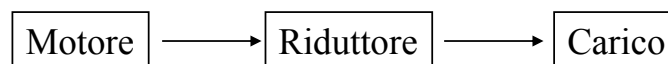
Inoltre chi produce riduttori ha a catalogo solo una serie finita e limitata di rapporti di riduzione

Da un punto di vista generale, si può invece osservare che:

- **qualunque rapporto di trasmissione superiore al rapporto inerziale è sbagliato;**
- **il rapporto ottimo è sempre inferiore od uguale a quello inerziale**, ed è ottenuto considerando il costo del motore e del riduttore

Controllo del moto

Usando un riduttore, l'inerzia e l'eventuale attrito del carico, come vengono viste dal motore??



Si consideri un motore con inerzia J_m e attrito volvente B_m , connesso all'ingresso di un motoriduttore, alla cui uscita è connesso un carico di inerzia J_c e attrito volvente B_c .

Sia trascurabile l'apporto del riduttore in termini di inerzia e attrito.

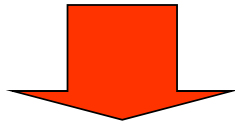
Questa volta la coppia non è più solo inerziale, perché stiamo considerando anche l'attrito volvente.

Detta C_m la coppia motrice generata dal motore, valgono le seguenti relazioni:

$$C_m = J_m \dot{\omega}_m + B_m \omega_m + \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r} + \frac{B_c \omega_r}{k_r}$$

Controllo del moto

$$C_m = J_m \dot{\omega}_m + B_m \omega_m + \frac{J_c \dot{\omega}_r}{k_r} + \frac{B_c \omega_r}{k_r}$$



$$(essendo \omega_r = \omega_m / k_r) \Rightarrow C_m = J_m \dot{\omega}_m + B_m \omega_m + \frac{J_c \dot{\omega}_m}{k_r^2} + \frac{B_c \omega_m}{k_r^2}$$

$$\Rightarrow C_m = \left(J_m + \frac{J_c}{k_r^2}\right) \dot{\omega}_m + \left(B_m + \frac{B_c}{k_r^2}\right) \omega_m = J_{eq} \dot{\omega}_m + B_{eq} \omega_m$$

In cui:

- le coppie dovute all'inerzia e all'attrito del carico, riportate al motore si riducono di k_r
- J_{eq} e B_{eq} sono l'inerzia totale e l'attrito totale visti al motore



Si nota che le inerzie e gli attriti del carico, con un riduttore di mezzo, si riducono del rapporto di riduzione al quadrato, se visti dal motore

Controllo del moto

Non uniformità di notazione:

Ognuno, nelle formule, usa la propria notazione.

Così spesso la coppia che viene trasferita al carico viene chiamata C_L invece di C_c , dove L sta per "load" (carico in inglese)

Inoltre spesso la coppia, invece che con la lettera C, viene indicata con la lettera T, dove T sta per "torque", coppia in inglese. Oppure al posto di coppia si può usare l'espressione "forza generalizzata", che in questo caso è indicata dalla lettera F.

A volte f viene anche usato al posto del coefficiente di attrito B, perché in inglese attrito si chiama friction.

Abbiamo anche visto che qualcuno intende il rapporto di riduzione al contrario ($k_r < 1$) e lo chiama spesso ψ .

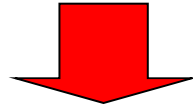
Ovviamente, notazione a parte, i calcoli devono essere i medesimi

Controllo del moto

La stragrande maggioranza dei motori è di tipo ROTATIVO, e dunque è sempre formata da due parti:

Una fissa → STATORE

Una rotante → ROTORE



Come generare, da un moto di tipo ROTATIVO, moti di altro tipo?
(es. lineare, a biella manovella...)

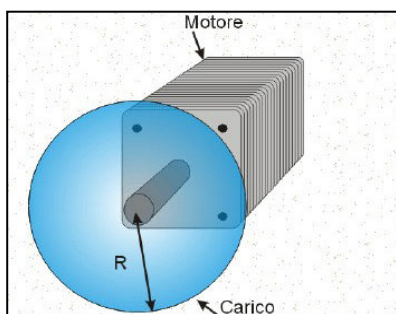
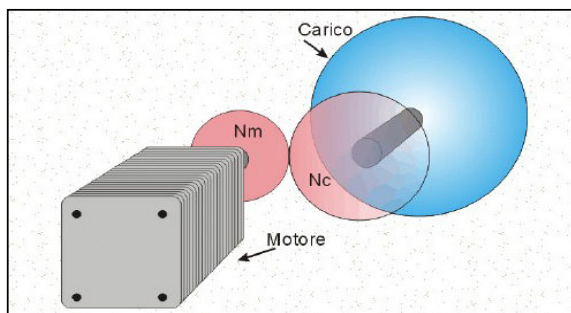
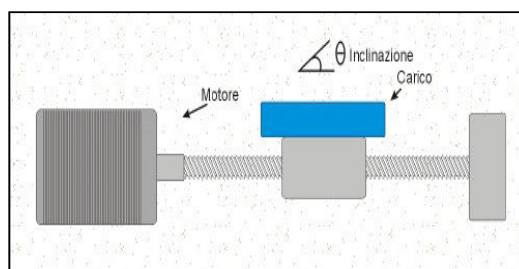
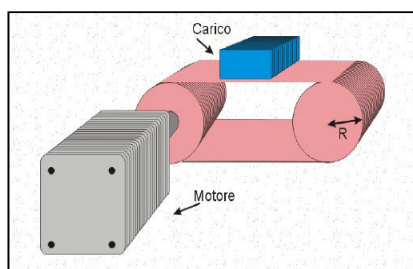
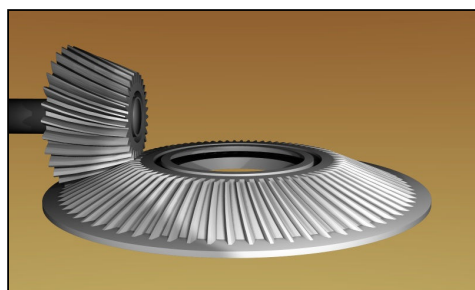
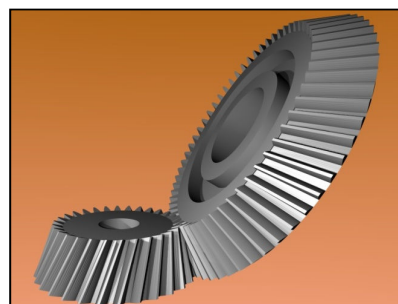
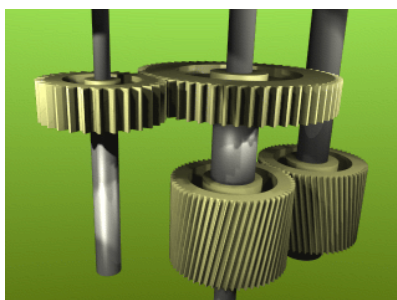
Con gli organi di trasmissione meccanica!!!!

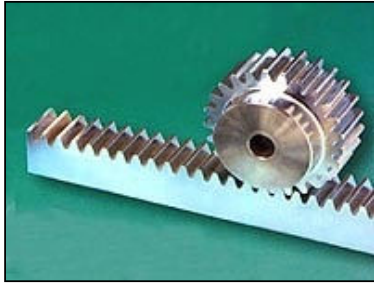
Controllo del moto

Cinematismi (organi di trasmissione meccanica del moto)

- Ruote dentate ad assi paralleli
- Ruote dentate ad assi non paralleli
- Pulegge
- Cinghie
- Viti senza fine (a ricircolo di sfere)
- Cremagliera e pignone
- Biella manovella
- Giunti
- Manovellismi di spinta
- Camme
- Alberi
- ...

Controllo del moto

**Accoppiamento diretto****Accoppiamento ad ingranaggi****Accoppiamento cinghie e puleggia Accoppiamento vite a ricircolo di sfere****Controllo del moto****Accoppiamento a ruote dentate
con assi perpendicolari****Accoppiamento a ruote dentate
con assi inclinati di un angolo
qualsiasi****Controllo del moto**



Accoppiamento a pignone e cremagliera



Es. ferrovia a cremagliera

Controllo del moto

Dimensionamento della coppia

Ci sono diversi modi per scrivere le equazioni di coppia.

Normalmente, nella pratica, come già detto, quello che si fa è trovare la coppia richiesta dal sistema motore+carico, dovuta a peso, geometria ed eventualmente attrito o altre forze del sistema, sovradimensionarla di una certa percentuale per tenere conto di ciò che non si riesce a modellare o a considerare nei calcoli (ad esempio se non si ha idea del coefficiente B), e poi selezionare un motore (o una coppia motore+riduttore, dipende dalle esigenze) che generi una coppia maggiore di quella calcolata.

Quindi la nostra equazione: $C_m(t) = C_i + C_{att} + C_p$ si trasforma quasi sempre in una $C_m \approx C_{inerzia \text{ mot+carico}} + C_{attrito}$ in quanto anche le perdite, spesso, sono poco quantificabili.

Quindi, come detto sopra, sceglieremo un motore che sia in grado di sviluppare una coppia $> C_m + \% C_m$ ovvero maggiore della coppia calcolata, maggiorata di una certa percentuale per “stare larghi”.

A volte, inoltre, al posto dell'attrito volvente, il cui contributo di coppia, lo ricordiamo, è $B\omega(t)$, si preferisce usare l'attrito statico, che può essere un contributo maggiore e a volte meglio stimabile.

Controllo del moto

Daremo, nel seguito, l'esempio di alcuni accoppiamenti con cinematismi, con il relativo calcolo di eventuali attriti e coppie inerziali riportati sempre al motore.

A tale proposito, è utile dare una regola generale su come si procede in questi calcoli di dimensionamento.

$$C_m \approx C_{\text{inerzia mot+carico}} + C_{\text{attrito}}$$

Gli attriti (che possono essere volventi o statici) e i carichi si possono vedere da diverse "posizioni".

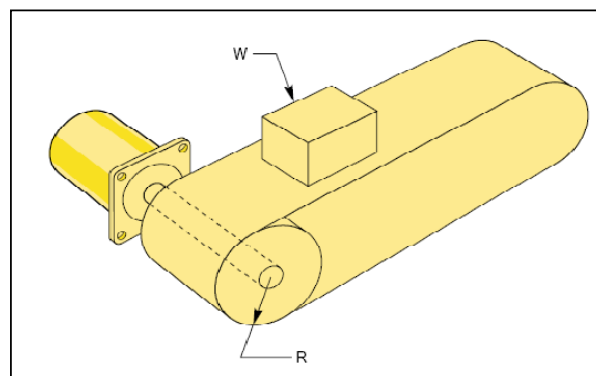
Noi ci mettiamo sempre sul motore.

Ora, qualunque cinematismo si utilizzi, riduttore compreso, vi è sempre un coefficiente di "trasformazione" del moto del motore in quello del carico che devo muovere.

Per il riduttore l'avevamo chiamato k_r , per un cinematismo generico chiamiamolo k_{acc} , ovvero coefficiente di accoppiamento dei due moti.

Per noi sarà $k_{\text{acc}} = 1$ giro del motore / moto del carico

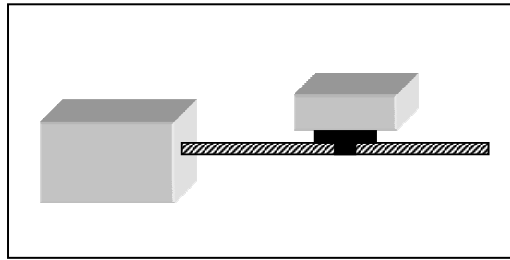
Controllo del moto



Se per esempio ho un sistema a pulegge (di raggio R) e nastro trasportatore, è ovvio che per ogni giro del motore, e quindi per ogni giro della puleggia (un angolo di $360^\circ = 2\pi$ radianti) la massa sul nastro avanzerà di una quantità pari alla circonferenza, cioè $2\pi R$.

→ Quindi il nostro $k_{\text{acc}} = 2\pi / 2\pi R = 1/R$;

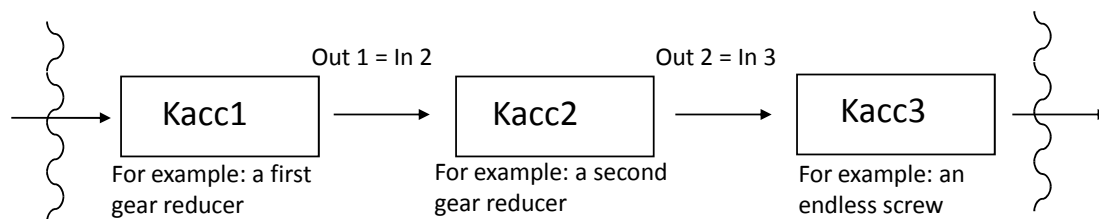
Controllo del moto



In un sistema a vite senza fine, il passo p (pitch in inglese) è definito secondo la seguente modalità: per ogni giro della vite, una massa collocata sulla vite stessa avanza linearmente di una quantità pari a p .

Per ogni giro del motore (2π radianti), e quindi della vite senza fine, la massa si muove quindi di p . Di conseguenza il nostro $k_{acc} = 2\pi / p$

Controllo del moto



In una catena cinematica in cui si susseguono più cinematismi, la costante di accoppiamento totale è il prodotto delle singole costanti, in quanto il moto di uscita di un cinematismo è il moto di ingresso del cinematismo a valle.

$$K_{acc\text{ TOT}} = K_{acc1} \times K_{acc2} \times K_{acc3}$$

Controllo del moto

Problema: spesso, pur dovendo fare i calcoli coi momenti d'inerzia per dimensionare la coppia, il momento d'inerzia non è noto.

Ad esempio, nel problema del nastro trasportatore, si deve muovere un corpo di un certo peso, o massa, che sta sul nastro.

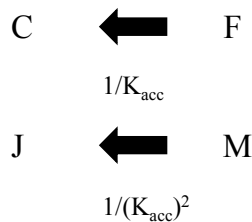
Come riportare questo peso ad una inerzia vista dal motore?

Inoltre a volte gli attriti sono espressi come forze di attrito, non come coppie d'attrito, e possono esserci altri contributi non inerziali, come la forza peso.

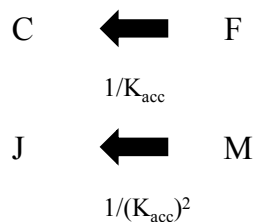
Come riportare una forza che agisce su un corpo in moto lineare ad una coppia vista al motore (motore che produce un moto circolare che poi viene trasformato nel moto lineare?)

In generale vale il seguente schema:

<u>Motore rotativo</u>		<u>Carico in moto lineare</u>	
Posizione p	in rad (o °, o giri)	Posizione p	in metri
Velocità ω	in rad/s (...)	Velocità v	in metri/s
Accelerazione $\dot{\omega}$	in rad/s ²	Accelerazione a	in m/s ²



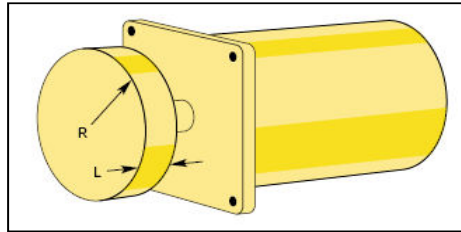
Controllo del moto



Quindi una forza F non inerziale agente sul carico in moto lineare si riporta alla coppia C vista al motore dividendo per il coefficiente di accoppiamento, mentre le masse M in moto lineare si riportano a momenti di inerzia J visti al motore dividendo per il coefficiente di accoppiamento al quadrato.

Ora, ricordando che il momento di inerzia di un cilindro di massa M e raggio R rotante lungo il proprio asse maggiore è $J = MR^2/2$, possiamo studiare alcuni accoppiamenti.

Controllo del moto

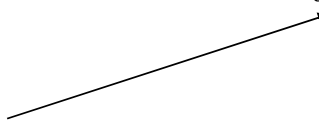
Accoppiamento diretto (Directly Driven Load)

Chiamando

- M_{LOAD} il peso del carico cilindrico
 - ω la velocità di rotazione
 - R il raggio del carico
- e trascurando qualunque attrito

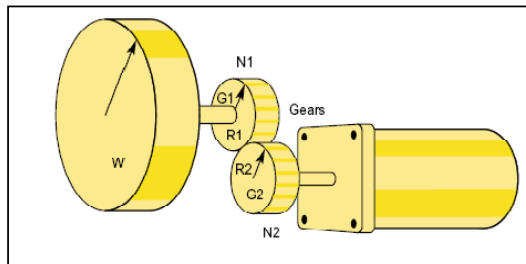
$$C_m = (J_{LOAD} + J_{MOTOR}) \dot{\omega}$$

$$J_{LOAD} = \frac{M_{LOAD} R^2}{2}$$



Momento d'inerzia di un corpo cilindrico

Controllo del moto

Accoppiamento con riduttore (Gear Driven Load)

Chiamando

- M_{LOAD} il peso del carico cilindrico
 - ω la velocità di rotazione
 - R_{G1} ed R_{G2} il raggio dei due ingranaggi
 - N_{G1} ed N_{G2} il numero dei denti dei due ingranaggi
- e trascurando qualunque attrito

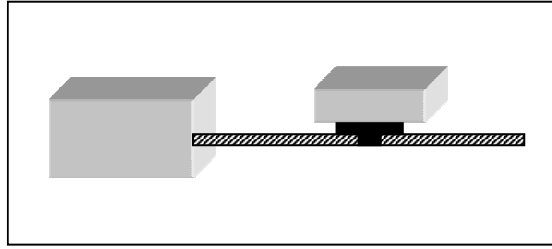
$$C_m = (J_{LOAD} + J_{G1} + J_{G2} + J_{MOTOR}) \dot{\omega}$$

$$J_{LOAD} = \frac{M_{LOAD} R_{LOAD}^2}{2} \left(\frac{N_{G2}}{N_{G1}} \right)^2$$

$$J_{G1} = \frac{M_{G1} R_{G1}^2}{2} \left(\frac{N_{G2}}{N_{G1}} \right)^2$$

$$J_{G2} = \frac{M_{G2} R_{G2}^2}{2}$$

Controllo del moto

Accoppiamento a vite senza fine (Leadscrew)

Chiamando

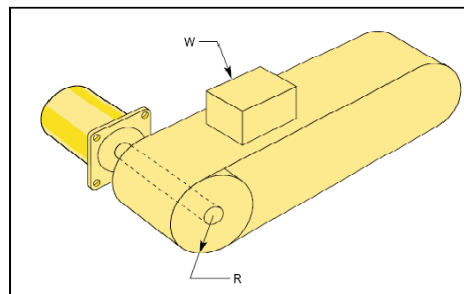
- M_{LOAD} il peso del carico
 - $M_{LEADSCREW}$ il peso della vite
 - ω la velocità di rotazione della vite
 - R il raggio della vite
 - p il passo della vite (pitch)
 - L la lunghezza della vite
 - ρ la densità della vite
 - e l'efficienza della vite
 - F la forza di attrito costante statico
- e trascurando l'attrito volvente

$$C_m = (J_{LOAD} + J_{MOTOR} + J_{LEADSCREW}) \dot{\omega} + \frac{F}{2\pi e}$$

$$J_{LOAD} = \frac{M_{LOAD}}{(2\pi p)^2};$$

$$J_{LEADSCREW} = \frac{M_{LEADSCREW} R^2}{2} = \frac{\pi L \rho R^4}{2};$$

Controllo del moto

Accoppiamento a nastro e pulegge (Tangential Drives)

Chiamando

- M_{LOAD} il peso del carico
 - M_{PULLEY} il peso della puleggia
 - ω la velocità di rotazione del motore
 - R il raggio della puleggia
 - F la forza di attrito costante statico
- e trascurando l'attrito volvente

$$C_m = (J_{LOAD} + 2J_{PULLEY} + J_{BELT} + J_{MOTOR}) \dot{\omega} + FR$$

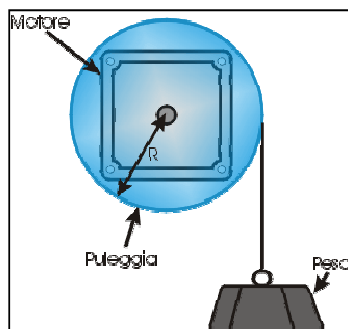
$$J_{LOAD} = M_{LOAD} R^2;$$

$$J_{PULLEY} = \frac{M_{PULLEY} R^2}{2};$$

$$J_{BELT} = M_{BELT} R^2$$

Controllo del moto

Accoppiamento a “carrucola”



Chiamando

- M_{LOAD} il peso del carico
 - M_{PULLEY} il peso della puleggia
 - M_{BELT} il peso della cinghia
 - ω la velocità di rotazione del motore
 - R il raggio della puleggia
 - F la forza di attrito costante statico
- e trascurando l'attrito volvente

$$C_m = (J_{LOAD} + J_{PULLEY} + J_{BELT} + J_{MOTOR}) \dot{\omega} + M_{LOAD} gR + FR$$

$$J_{LOAD} = M_{LOAD} R^2;$$

$$J_{PULLEY} = \frac{M_{PULLEY} R^2}{2};$$

$$J_{BELT} = M_{BELT} R^2$$

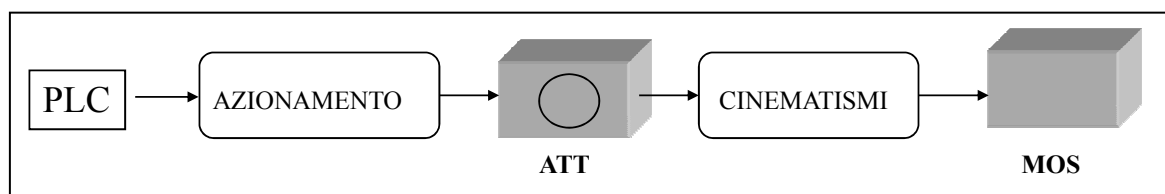
Le coppie inerziali, cioè legate all'accelerazione, e nulle in caso di velocità costante, dovranno tutte necessariamente essere espresse tramite il loro momento d'inerzia.

Controllo del moto

Catene cinematiche

Gli organi di trasmissione meccanica formano le catene cinematiche

Schematizzazione di catena cinematica



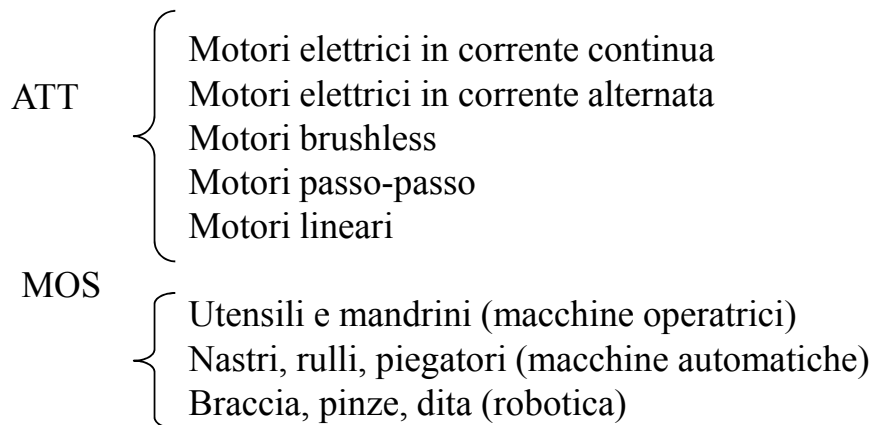
ATT: attuttore = elemento di attuazione del moto

MOS: mezzo operativo specifico = elemento che lavora il prodotto

Cinematismo: dispositivo che trasforma il moto

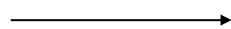
Controllo del moto

Esempi di ATT e MOS



Controllo del moto

MOS
 =
 Mezzi Operativi Specifici



Mandrini



Rulli



Pinze, mani robotiche



Controllo del moto

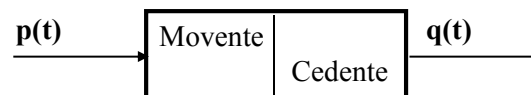
Cinematismi semplici

I cinematismi semplici sono cinematismi ad un grado di libertà se hanno:

- un ingresso
- un'uscita
- una relazione che lega posizione di ingresso con posizione di uscita (trasformazione cinematica)

In un cinematismo ad un grado di libertà si distinguono due sezioni:

- Movente (ingresso)
- Cedente (uscita)



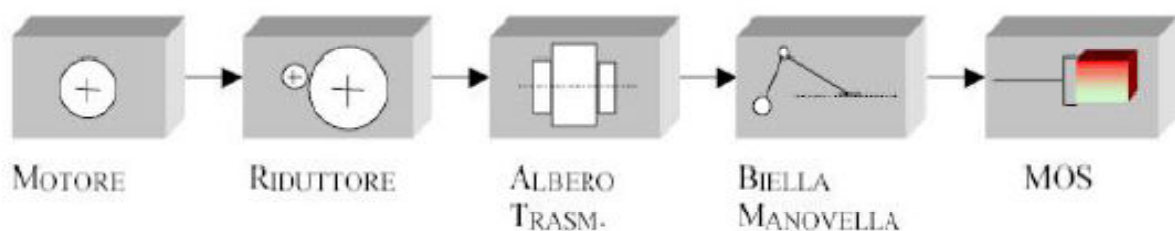
$p(t)$: caratteristica cinematica del Movente (posizione in funzione del tempo).

$q(t)$: caratteristica cinematica del Cedente (posizione in funzione del tempo).

Il movente riceve il moto da un ATT o da un altro cinematismo, il cedente dà il moto ad un MOS o ad un altro cinematismo.

Controllo del moto

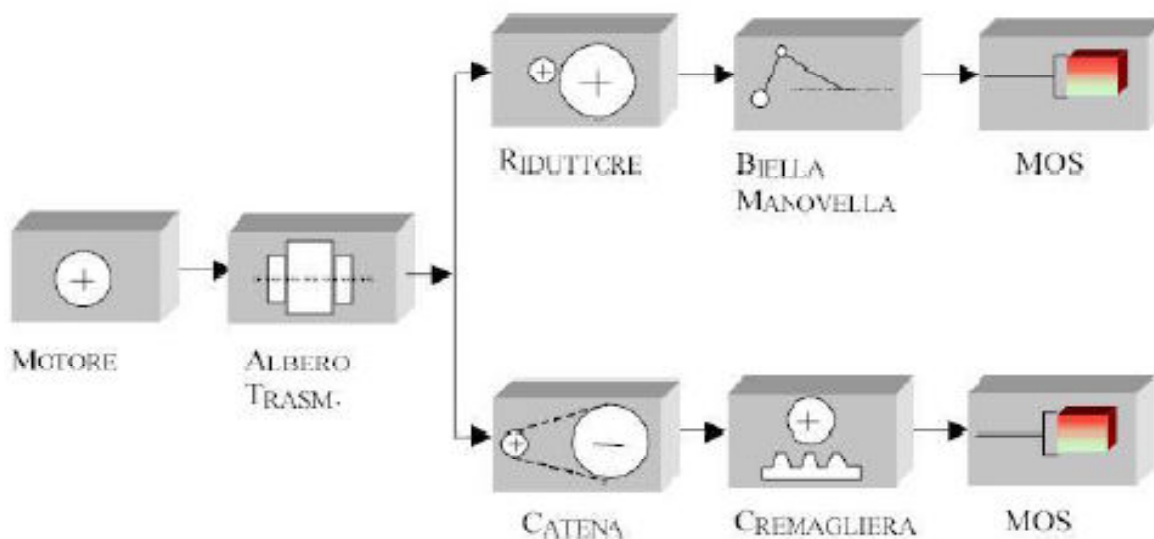
Catena cinematica ad un grado di libertà



Una catena cinematica ha un grado di libertà se tutti i blocchi componenti hanno un grado di libertà.

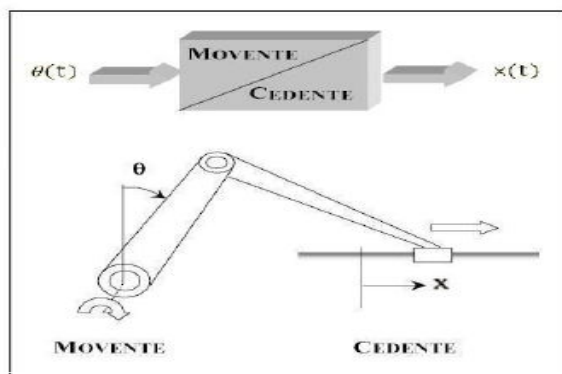
Controllo del moto

Altro esempio di catena cinematica ad un grado di libertà



Controllo del moto

Es. di cinematismo: manovellismo di spinta (biella - manovella)



- Il movente ha un moto circolare
- Il cedente ha un moto rettilineo

$$p(t) = \theta(t) \quad q(t) = x(t)$$



N.B. la biella-manovella si può anche usare al contrario. Il moto rettilineo verticale di un pistone può essere trasformato in moto circolare

Controllo del moto

Calcolo della trasformazione cinematica

$q = f(p)$

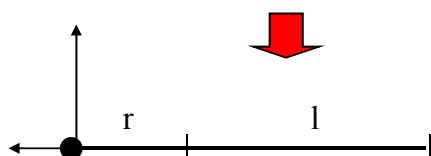
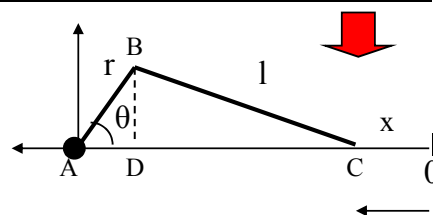
ovvero $x = f(\theta)$

r = lunghezza manovella
 l = lunghezza biella
 C = punto morto superiore

s = asse scorrimento
 u = asse di riferimento per la misura di θ

$$\begin{aligned}
 x &= (r + l) - r \cos \theta - \sqrt{l^2 - (r \sin \theta)^2} \\
 &= r(1 - \cos \theta) + l \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin \theta \right)^2} \right)
 \end{aligned}$$

Controllo del moto

biella manovella completamente stesa**biella manovella in posizione generica**

x è lo scostamento del punto di arrivo della biella manovella (C) dalla sua estensione massima

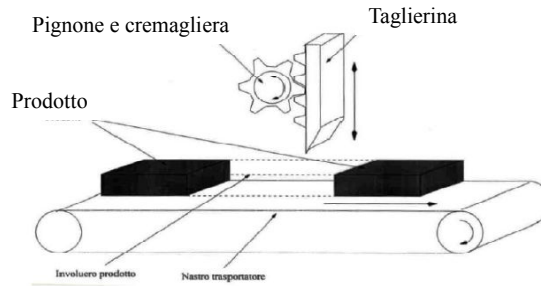
$$\begin{aligned}
 x &= r + l - AC = r + l - (AD + DC) \\
 AD &= r \cos \theta \\
 BD &= \sqrt{r^2 - r^2 \cos^2 \theta} = r \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \\
 DC &= \sqrt{l^2 - BD^2} = \sqrt{l^2 - r^2 (1 - \cos^2 \theta)} \\
 x &= r + l - r \cos \theta - \sqrt{l^2 - r^2 (1 - \cos^2 \theta)} = \\
 &= r - r \cos \theta + l - \sqrt{l^2 (1 - \frac{r^2}{l^2} (1 - \cos^2 \theta))} = \\
 &= r (1 - \cos \theta) + l \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin \theta \right)^2} \right]
 \end{aligned}$$

$$r \neq l$$

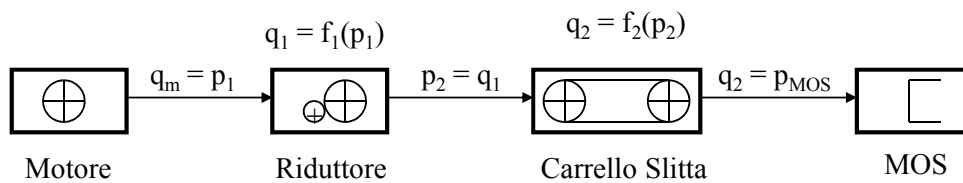
Controllo del moto

Esempio di sistema complesso, con più catene cinematiche coordinate

Sistema di produzione nastro trasportatore + taglierina



Catena cinematica rappresentante il nastro trasportatore:

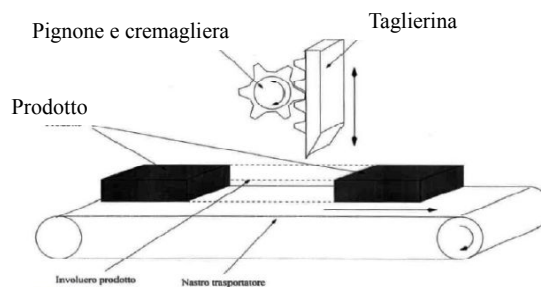


Il MOS in questo caso corrisponde al nastro a contatto col prodotto

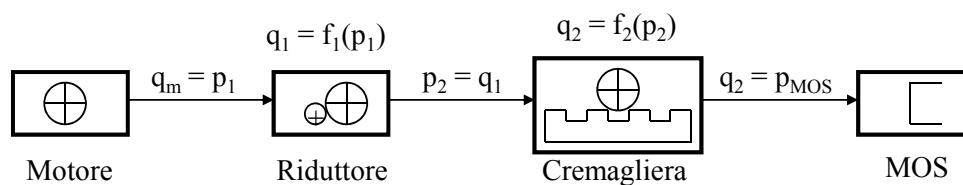
Controllo del moto

Esempio di sistema complesso, con più catene cinematiche coordinate

Sistema nastro trasportatore + taglierina



Catena cinematica rappresentante la taglierina:



Il MOS corrisponde al coltello

Controllo del moto

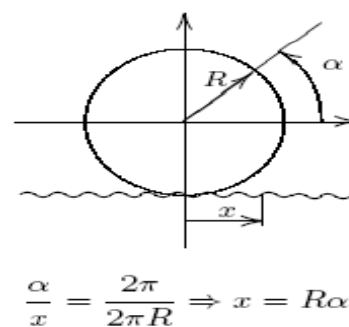
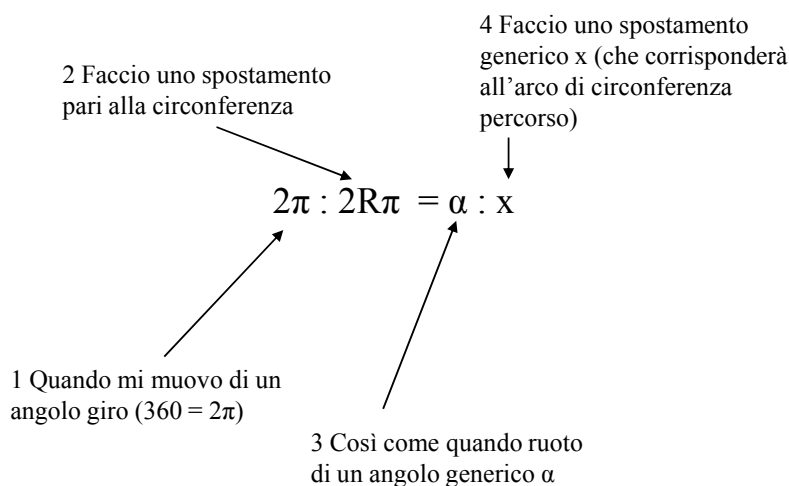
Trasformazioni cinematiche

Una trasformazione cinematica $f(\cdot)$ è una funzione che lega i valori delle coordinate cinematiche di posizione per il cedente e il movente

Se la trasformazione è lineare (cioè c'è solo una costante di proporzione tra la coordinata del cedente e quella del movente), essa si ricava quasi sempre a partire da una proporzione

Esempio 1 : Cremagliera lineare

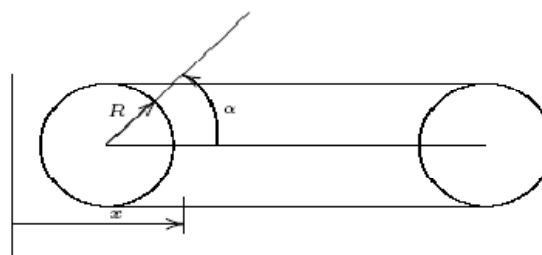
La proporzione viene impostata pensando che ruotando di un angolo giro faccio uno spostamento lineare corrispondente alla circonferenza, così come ruotando di un generico angolo α compio uno spostamento generico x



Controllo del moto

Esempio 2 : Carrello slitta.

La proporzione è identica a prima



Esempio 3 : Riduttore.

x = spostam lineare corrispondente ad α per la prima ruota

y = spostam lineare corrispondente a θ per la seconda ruota

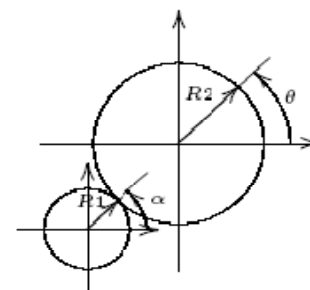
Se la prima ruota gira di un angolo α , la seconda gira di un angolo θ

Per la prima ruota

$$2\pi : 2R_1\pi = \alpha : x$$

Per la seconda ruota

$$2\pi : 2R_2\pi = \theta : y$$

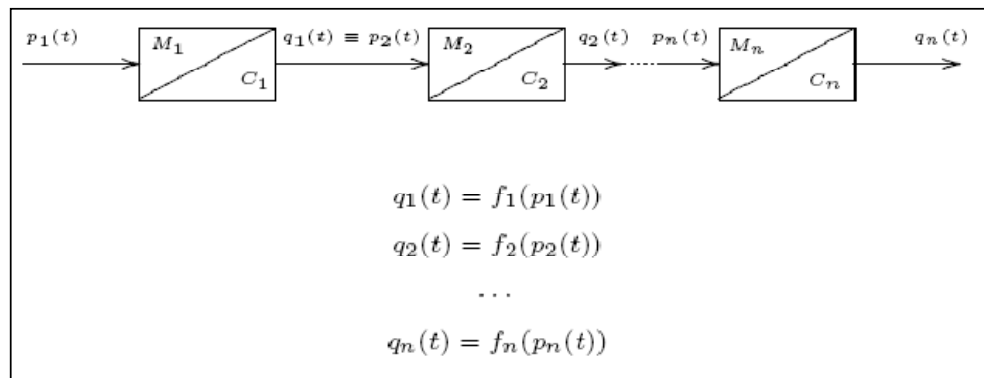


Dato che c'è accoppiamento tra le due ruote, sarà $x=y \rightarrow \theta = \alpha R_1/R_2$

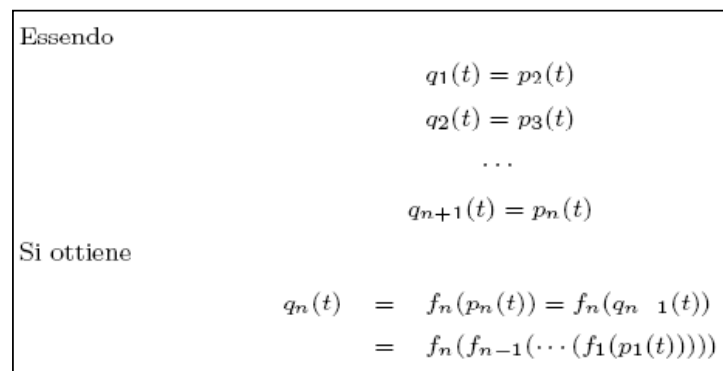
Il rapporto (R_1/R_2) è detto **RAPPORTO DI RIDUZIONE DEL RIDUTTORE**

Controllo del moto

Trasformazione cinematica per n blocchi cinematici

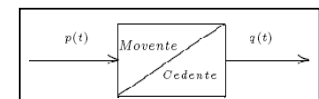


Ogni cedente, fino al penultimo, è a sua volta il movente del cinematismo successivo

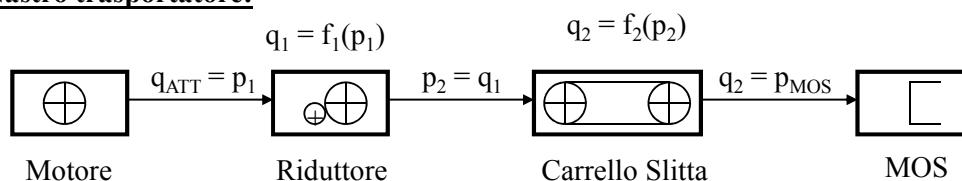


Controllo del moto

Trasformazioni cinematiche relative al sistema di produzione



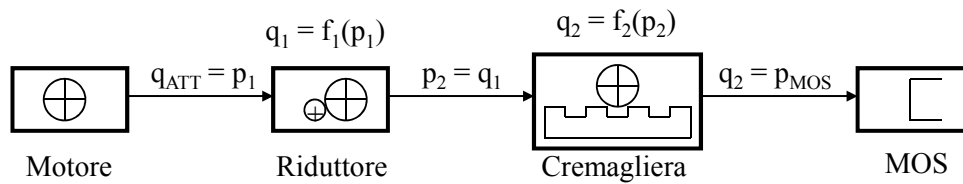
Nastro trasportatore:



$$p_{MOS} = Q_2 Q_1 q_{ATT}$$

Sarebbe: il moto del motore dà avvio a tutta la catena cinematica $\rightarrow p_1 = q_{ATT}$
 Dopo il primo riduttore, chiamando Q_1 la generica relazione che lega IN e OUT del riduttore, si ha : $q_1 = Q_1 p_1 = Q_1 q_{ATT}$
 Ma l'uscita di un cinematismo è l'ingresso del cinematismo successivo $\rightarrow q_1 = p_2$
 Dopo il carrello slitta si ha: $q_2 = Q_2 p_2 = Q_2 q_1 = Q_2 Q_1 q_{ATT}$ con Q_2 generica relazione tra IN e OUT del secondo cinematismo

Controllo del moto

Taglierina:

$$p_{MOS} = R_2 R_1 q_{ATT}$$

Analogo a prima, solo che abbiamo chiamato:

R_1 la relazione che lega IN e OUT del primo cinematismo (riduttore)

R_2 la relazione che lega IN e OUT del secondo cinematismo (cremagliera)

Controllo del moto

Esempio numerico

Sia $Q_1 = 0.1$ $Q_2 = 10\text{cm}$ $R_1 = 0.30$ $R_2 = 5\text{cm}$

Usando il Sistema Internazionale si ottiene per il nastro trasportatore:

$p_{MOS} = Q_2 Q_1 q_{ATT} = 0.1 \times 0.1 \times q_{ATT} = 0.01 q_{ATT}$, con q_{ATT} espresso in radianti e p_{MOS} espresso in metri

Esempio:

Per 10 giri del motore avrei $\rightarrow p_{MOS} = 0.01 \cdot 2 \cdot 10 = 0.628\text{m}$

In effetti con un rapporto di riduzione di 0.1 del riduttore, 10 giri di motore corrispondono ad 1 giro del rullo che trascina il nastro.

Per un giro del rullo il prodotto eventualmente presente sul nastro avanzerà esattamente di una circonferenza del rullo, ovvero $2 \pi \cdot 10 = 62.8 \text{ cm} = 0.628\text{m}$

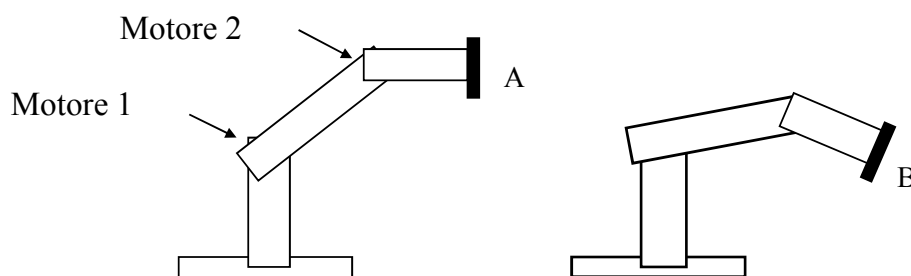
Controllo del moto

Progetto di una catena cinematica

Data una catena cinematica si pongono tre problemi principali:

- Studiare come si muoverà il MOS sapendo la traiettoria seguita dall'ATT → occorre un'analisi cinematica diretta,
- Progettare una traiettoria per l'ATT conoscendo la traiettoria del MOS → occorre un'analisi cinematica inversa
- Dimensionare coppia, velocità, potenza dell'ATT conoscendo velocità e accelerazione del MOS → occorre un'analisi dinamica inversa o cinetostatica

Controllo del moto



Es. di analisi cinematica inversa

Voglio che la pinza del robot (il MOS) si muova dalla posizione A alla posizione B

→ Come devo far ruotare il motore 1 e il motore 2?

Es. di analisi dinamica inversa

Voglio che la pinza vada da A a B con una certa velocità, in un certo tempo, portando un certo peso

→ a che velocità devo far girare i motori 1 e 2? Come devo dimensionarli in coppia?

Es. di analisi cinematica diretta

Data una posizione della pinza del robot, se muovo il motore 1 di tot gradi e il motore 2 di tot gradi, la pinza dove finisce?

Controllo del moto

Analisi cinematica diretta

Dati noti:	Profili di moto degli ATT
Obiettivo dello studio:	La verifica o analisi dei parametri cinematici in un qualunque punto della catena (in particolare sui MOS)
Direzione dei moti:	ATT → MOS Moventi → Cedenti
Difficoltà di analisi:	Nessuna, si applicano ripetutamente le funzioni che descrivono i cinematismi

Controllo del moto

Analisi cinematica diretta: posizione, velocità, accelerazione



Data la trasformazione cinematica $q = f(p)$

Posizione cedente:

$$q(t) = f(p(t))$$

Velocità cedente:

$$\dot{q}(t) = \frac{df}{dp} \frac{dp(t)}{dt} \quad *$$

Accelerazione cedente:

$$\ddot{q}(t) = \frac{d^2 f}{dp^2} \left(\frac{dp(t)}{dt} \right)^2 + \frac{df}{dp} \frac{d^2 p(t)}{dt^2} \quad **$$

* derivata nel tempo di una funzione composta:

Devo derivare prima la funzione esterna (f) rispetto a quella interna (p), poi moltiplicare per la derivata della funzione interna (p) rispetto al tempo (t)

**derivata di un prodotto generico tra due funzioni f e g $\rightarrow (fg)' = f'g + fg'$

In più in questo caso una delle due funzioni del prodotto (f) è pure composta

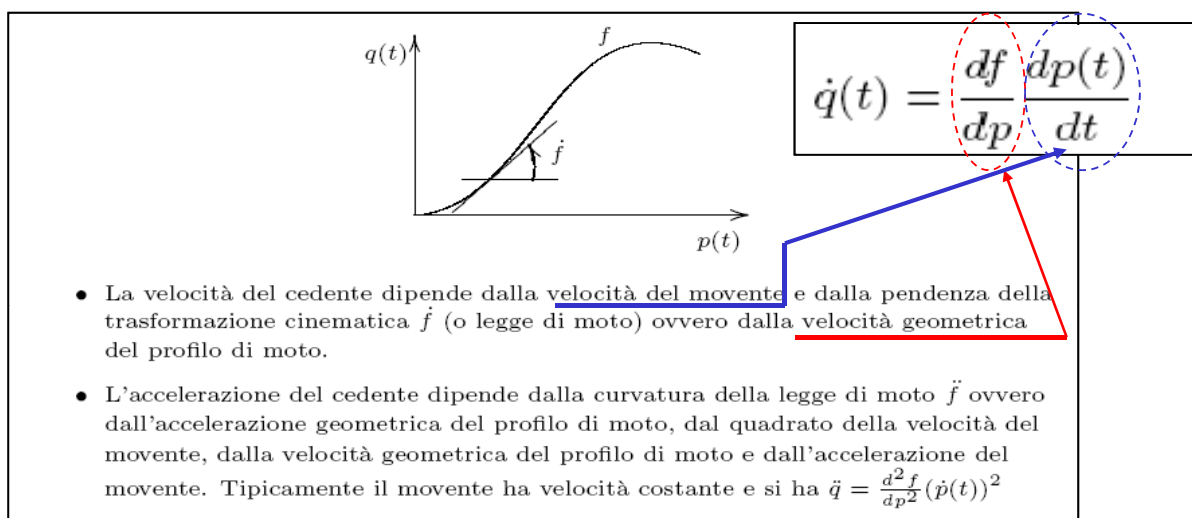
Controllo del moto

Accelerazione

$$\dot{q}(t) = \frac{df}{dp} \frac{dp(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad \ddot{q}(t) = \frac{d^2 f}{dp^2} \left(\frac{dp(t)}{dt} \right)^2 + \frac{df}{dp} \frac{d^2 p(t)}{dt^2}$$

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= \left(\frac{df(p(t))}{dp(t)} \right)' \frac{dp(t)}{dt} + \frac{df(p(t))}{dp(t)} \left(\frac{dp(t)}{dt} \right)' = \\ &= \left(\frac{d^2 f(p(t))}{dp^2(t)} \frac{dp(t)}{dt} \right) \frac{dp(t)}{dt} + \frac{df(p(t))}{dp(t)} \left(\frac{dp^2(t)}{dt^2} \right) = \\ &= \frac{d^2 f(p(t))}{dp^2(t)} \left(\frac{dp(t)}{dt} \right)^2 + \frac{df(p(t))}{dp(t)} \frac{dp^2(t)}{dt^2} \end{aligned}$$

Controllo del moto

Interpretazione geometricaEssendo $q = f(p)$ avremo:

~~$$\ddot{q}(t) = \frac{d^2 f}{dp^2} \left(\frac{dp(t)}{dt} \right)^2 + \frac{df}{dp} \frac{d^2 p(t)}{dt^2}$$~~

Infatti se il movente $p(t)$ è costante, allora la sua derivata è nulla, quindi il secondo termine si annulla

Controllo del moto

Differenza tra velocità effettiva e velocità geometrica

La velocità è genericamente un rapporto tra uno spazio (lineare o rotativo) e un tempo, qualcosa del tipo: la macchina va a 100Km/h (lineare) o il motore gira a 10°/s (la velocità rotativa si può esprimere in giri al secondo, giri al minuto, gradi al secondo, radianti al secondo etc etc...)

La **velocità geometrica** l'abbiamo invece indicata come df/dp , dove f era una $f(p(t)) = q(t)$, con $q(t)$ moto del cedente (uscita) e $p(t)$ moto del movente (ingresso).

Quindi df/dp è una variazione del moto del cedente rispetto al moto del movente, NON rispetto al tempo!!!

E' quindi qualcosa del tipo $df/dp = 3^\circ/^\circ$, intendendo che se il movente $p(t)$ si muove di un grado, il cedente $q(t)$ si muove di 3 gradi, o qualcosa del tipo $df/dp = 10 \text{ rad}/^\circ$, cioè se il movente $p(t)$ si muove di un grado, il cedente $q(t)$ si muove di 10 radianti.

Controllo del moto

Differenza tra velocità effettiva e velocità geometrica

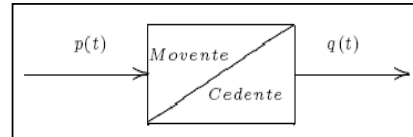
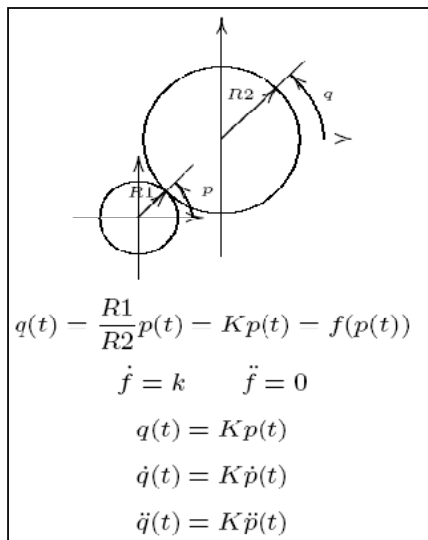
Questo ci serve perché spesso si devono progettare dei moti coordinati tra più attuatori, e il moto di alcuni attuatori si deve riferire non al generico tempo, ma a quello che fa un attuatore definito "master" (ad esempio *"mentre il robot si muove da A a B con una certa velocità, l'oggetto sul nastro trasportatore deve mantenersi allineato al robot"*).

In questo caso non mi interessa il moto del nastro in base alla variabile tempo, ma in base alla variabile posizione del robot, in quanto devono rimanere allineati.

Velocità geometrica e velocità effettiva si distinguono chiaramente dall'unità di misura (la prima ha al denominatore un'unità di misura di posizione, lineare o rotativa, la seconda ha certamente il tempo)

Controllo del moto

Analisi cinematica diretta del Riduttore



$$\dot{q}(t) = \frac{df}{dp} \frac{dp(t)}{dt}$$

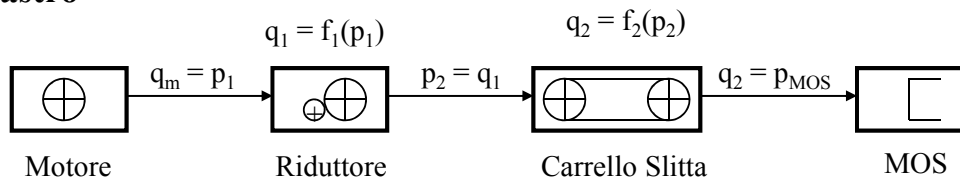
$$\ddot{q}(t) = \frac{d^2 f}{dp^2} \left(\frac{dp(t)}{dt} \right)^2 + \frac{df}{dp} \frac{d^2 p(t)}{dt^2}$$

N.B. Qui il rapporto di riduzione è stato definito al contrario!!!
 Se si vuole che $K = \text{rapp. riduz.} > 1$ dev'essere $K = R_2 / R_1$
 $\rightarrow q(t) = p(t) / K$

Controllo del moto

Analisi cinematica diretta del sistema di produzione (nastro+taglierina)

Nastro

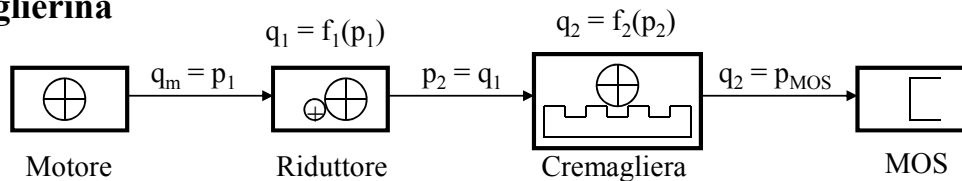


$$p_{MOS}(t) = Q_2 Q_1 q_{ATT}(t)$$

$$\dot{p}_{MOS}(t) = Q_2 Q_1 \dot{q}_{ATT}(t)$$

$$\ddot{p}_{MOS}(t) = Q_2 Q_1 \ddot{q}_{ATT}(t)$$

Taglierina



$$p_{MOS} = R_2 R_1 q_{ATT}(t)$$

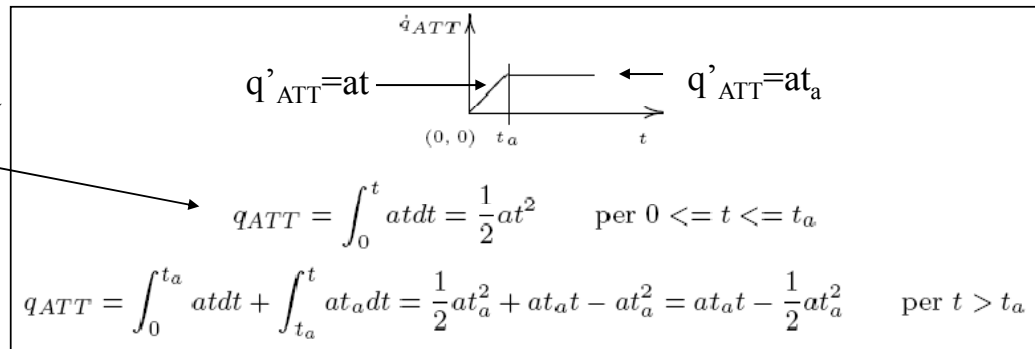
$$\dot{p}_{MOS} = R_2 R_1 \dot{q}_{ATT}(t)$$

$$\ddot{p}_{MOS} = R_2 R_1 \ddot{q}_{ATT}(t)$$

Controllo del moto

Se considero un andamento della velocità come quello indicato in figura

Integrando la
velocità
ottengo la
posizione



Che ipotesi è???

Di norma tutti i motori partono da fermi (quindi a 0 la loro velocità è nulla), poi accelerano (per esempio con accelerazione costante = una retta inclinata di un certo angolo) e poi si assestano ad una velocità costante. Quindi la forma grafica di q' è quella mostrata in figura

Se derivo q'_{ATT} , che è una velocità, ottengo l'accelerazione

$$q''_{ATT} = (q'_{ATT})' = \begin{cases} (at)' = a & \text{se } t < t_a \\ (at_a)' = 0 & \text{se } t > t_a \end{cases}$$

Controllo del moto

Essendo nel nastro valide le:

$$\begin{aligned} p_{MOS}(t) &= Q_2 Q_1 q_{ATT}(t) \\ \dot{p}_{MOS}(t) &= Q_2 Q_1 \dot{q}_{ATT}(t) \\ \ddot{p}_{MOS}(t) &= Q_2 Q_1 \ddot{q}_{ATT}(t) \end{aligned}$$

Segue che:

- Posizione:

$$p_{MOS}(t) = Q_2 Q_1 \frac{1}{2}at^2 \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a$$

$$p_{MOS}(t) = Q_2 Q_1 \left(at_a t - \frac{1}{2}at_a^2 \right) \quad \text{per } t > t_a$$
- Velocità:

$$\dot{p}_{MOS}(t) = Q_2 Q_1 at \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a$$

$$\dot{p}_{MOS}(t) = Q_2 Q_1 at_a \quad \text{per } t > t_a$$
- Accelerazione:

$$\ddot{p}_{MOS}(t) = Q_2 Q_1 a \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a$$

$$\ddot{p}_{MOS}(t) = 0 \quad \text{per } t > t_a$$

Controllo del moto

Es. Cinematica diretta della BIELLA MANOVELLA

Supponiamo che il movente abbia un moto circolare a velocità angolare costante ω

$$p(t) = \omega t$$

$$p'(t) = (\omega t)' = \omega$$

$$p''(t) = (\omega)' = 0$$

Per il cedente abbiamo:

$$q(t) = f(p(t)) = f(\omega t)$$

$$x = (r + l) - r \cos \theta - \sqrt{l^2 - (r \sin \theta)^2}$$

cedente movente

Il cedente era lo spostamento x , e il movente l'angolo della biella $\theta \rightarrow x(t) = q(t)$ e $\theta(t) = p(t)$. Quindi $x(\theta)$ dato dalla relazione indicata sopra sarà chiamato adesso $q(p(t))$, ovvero q è una funzione generica f di p , cioè possiamo anche scrivere $q(t) = f(p(t))$

$$\dot{q}(t) = \frac{df}{dp} \frac{dp(t)}{dt} = \left[r \sin p(t) + \frac{r^2 \sin p(t) \cos p(t)}{l \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin p(t)\right)^2}} \right] \omega$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{d^2 f}{dp^2} \left(\frac{dp(t)}{dt} \right)^2 + \frac{df}{dp} \frac{d^2 p(t)}{dt^2} = \left(r \cos p(t) + \frac{l r^2 \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin p(t)\right)^2} (l^2 (\cos^2 p(t) - \sin^2 p(t)) + r^2 \sin^4 p(t))}{l^4 \left(1 - \left(\frac{r}{l} \sin p(t)\right)^2\right)^2} \right) \omega^2$$

Controllo del moto

Analisi cinematica inversa

Dati noti:	Profili di moto dei MOS
Obiettivo dello studio:	Sintesi dei profili di moto degli attuatori
Direzione dei moti:	MOS \rightarrow ATT Cedenti \rightarrow Moventi
Difficoltà di analisi:	Se nella catena cinematica sono presenti funzioni non invertibili si ottengono dei punti singolari nelle funzioni di cinematica inversa

Controllo del moto

Dal cedente vogliamo risalire al movente!!!



Da $q(t) = f(p(t))$ si ha:

$$p(t) = f^{-1}(q(t)) = g(q(t))$$

Posizione movente:

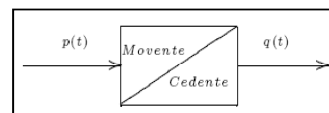
$$p(t) = g(q(t))$$

Velocità movente:

$$\dot{p}(t) = \frac{dg}{dq} \dot{q}(t)$$

Accelerazione movente:

$$\ddot{p}(t) = \frac{d^2g}{dq^2} \dot{q}(t)^2 + \frac{dg}{dq} \ddot{q}(t)$$



➤ Dalla teoria della derivata della funzione inversa, si ha:

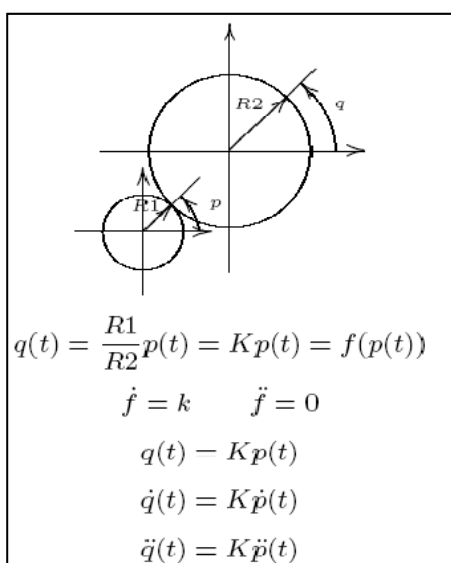
$$\frac{dg}{dq} = \frac{1}{f} \quad \frac{d^2g}{dq^2} = -\frac{\ddot{f}}{f^3}$$

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= \frac{dg}{dq} \dot{q}(t) \\ &= \frac{1}{f} \dot{q}(t) \end{aligned}$$

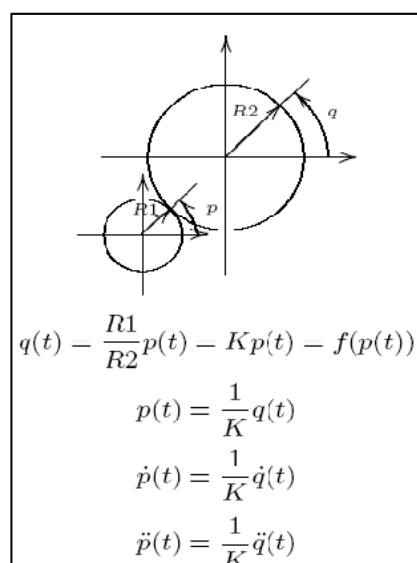
$$\begin{aligned} \ddot{p}(t) &= \frac{d^2g}{dq^2} \dot{q}(t)^2 + \frac{dg}{dq} \ddot{q}(t) \\ &= -\frac{\ddot{f}}{f^3} \dot{q}(t)^2 + \frac{1}{f} \ddot{q}(t) \end{aligned}$$

Controllo del moto

Esempio: il riduttore



Analisi diretta
movennte → cedente



Analisi inversa
cedente ← movente

Controllo del moto

Esempio: cinematica inversa del Sistema di produzione.

Per la cinematica diretta erano valide le:

$$\begin{aligned} p_{MOS}(t) &= Q_2 Q_1 q_{ATT}(t) \\ \dot{p}_{MOS}(t) &= Q_2 Q_1 \dot{q}_{ATT}(t) \\ \ddot{p}_{MOS}(t) &= Q_2 Q_1 \ddot{q}_{ATT}(t) \end{aligned}$$

che in questo caso si possono facilmente invertire



$$\begin{aligned} q_{ATT}(t) &= \frac{1}{Q_2 Q_1} p_{MOS}(t) \\ \dot{q}_{ATT}(t) &= \frac{1}{Q_2 Q_1} \dot{p}_{MOS}(t) \\ \ddot{q}_{ATT}(t) &= \frac{1}{Q_2 Q_1} \ddot{p}_{MOS}(t) \end{aligned}$$

Ipotesi su $p_{MOS}(t)$:

\Rightarrow Accelerazione costante fino a t_a e poi velocità costante.

Controllo del moto

Si ha:

- Posizione:

$$\begin{aligned} p_{MOS}(t) &= \int_0^t at dt = \frac{1}{2} at^2 \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a \\ p_{MOS}(t) &= at_a t - \frac{1}{2} at_a^2 \quad \text{per } t > t_a \end{aligned}$$

- Velocità:

$$\begin{aligned} \dot{p}_{MOS}(t) &= at \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a \\ \dot{p}_{MOS}(t) &= at_a \quad \text{per } t > t_a \end{aligned}$$

- Accelerazione:

$$\begin{aligned} \ddot{p}_{MOS}(t) &= a \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a \\ \ddot{p}_{MOS}(t) &= 0 \quad \text{per } t > t_a \end{aligned}$$

Infine:

- Posizione:

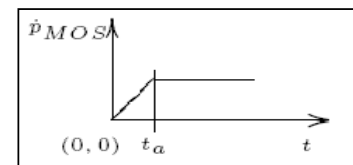
$$\begin{aligned} q_{ATT}(t) &= \frac{1}{Q_2 Q_1} \frac{1}{2} at^2 \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a \\ q_{ATT}(t) &= \frac{1}{Q_2 Q_1} \left(at_a t - \frac{1}{2} at_a^2 \right) \quad \text{per } t > t_a \end{aligned}$$

- Velocità:

$$\begin{aligned} \dot{q}_{ATT}(t) &= \frac{1}{Q_2 Q_1} at \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a \\ \dot{q}_{ATT}(t) &= \frac{1}{Q_2 Q_1} at_a \quad \text{per } t > t_a \end{aligned}$$

- Accelerazione:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{ATT}(t) &= \frac{1}{Q_2 Q_1} a \quad \text{per } 0 \leq t \leq t_a \\ \ddot{q}_{ATT}(t) &= 0 \quad \text{per } t > t_a \end{aligned}$$

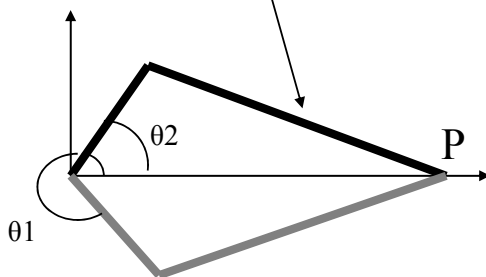


Controllo del moto

Il problema dell'inversione del moto

Per ogni posizione del movente c'è una posizione sola del cedente

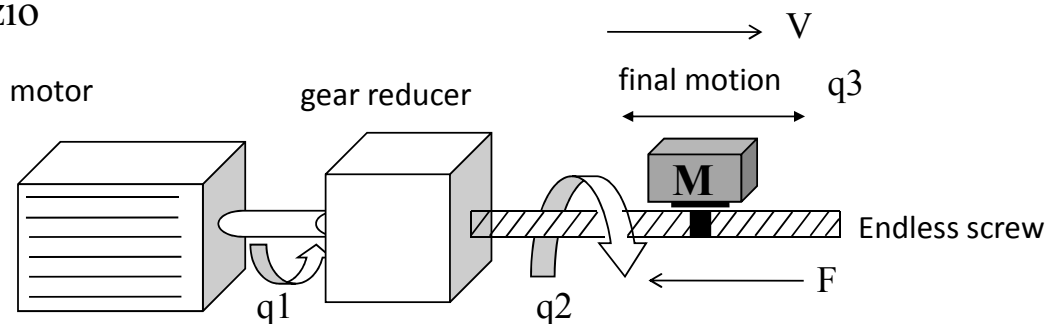
- Cinematismi biunivoci come i riduttori non pongono problemi.
- Cinematismi non biunivoci come biella - manovella hanno la caratteristica di far corrispondere ad una posizione del MOS più posizioni dell' ATT. Occorre quindi introdurre due (o più) trasformazioni equivalenti.



Gli angoli θ_1 e θ_2 di movente danno la stessa posizione P del cedente

Controllo del moto

Esercizio



Una catena cinematica mossa da un motore il cui moto è identificato da q_1 è composta da un riduttore con rapporto di riduzione K_r e da una vite senza fine di passo p . Sulla vite senza fine vi è un carrello di massa M che si muove di moto lineare (q_3) con velocità V e opponendo una forza F al moto.

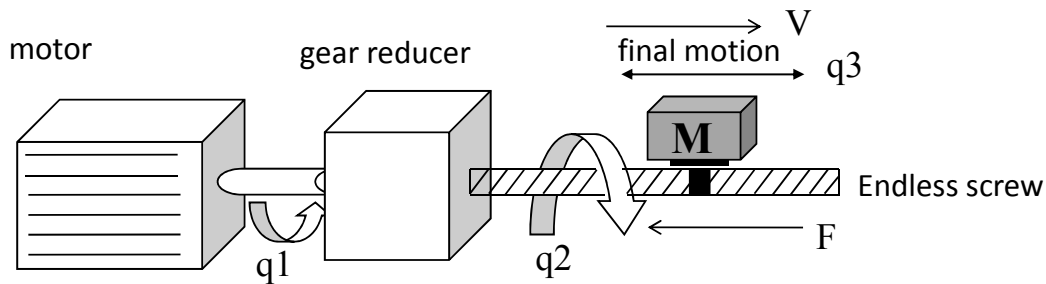
Il motore ha un momento d'inerzia J_m e un coefficiente di attrito volvente B . Dall'equazione del bilancio della potenza meccanica:

$$P_m + P_{\text{resistente}} + P_{\text{perdite}} = dE_c/dt$$

possiamo scrivere

$$C_m \omega_m - FV - (B \omega_m) \omega_m = d \left(\frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 \right) / dt$$

Controllo del moto



Volendo scrivere la relazione che governa questa catena cinematica, osserviamo che per ogni giro del motore, ($q1$) il riduttore ($q2$) compie $1/Kr$ giri, e che per ogni giro del riduttore la massa M (il cui moto è $q3$) si sposta di una quantità lineare pari al passo p .

Possiamo quindi scrivere:

$$2\pi Kr : p = q1 : q3 \rightarrow q3 = p q1 / (2\pi Kr) \rightarrow$$

Ora, considerando che ($dq3/dt = v$) e che ($dq1/dt = \omega_m$) possiamo scrivere:

$$dq3/dt = v = (dq1/dt) p / (2\pi Kr) = \omega_m p / (2\pi Kr)$$

Tornando alla:

$$C_m \omega_m - FV - (B \omega_m) \omega_m = d (1/2 M v^2 + 1/2 J_m \omega_m^2) / dt$$

e derivando il membro di destra, otteniamo:

$$C_m \omega_m - FV - (B \omega_m) \omega_m = 1/2 M 2 v (dv/dt) + 1/2 J_m 2 \omega_m (d\omega_m / dt)$$

Controllo del moto

E sostituendo il valore di v otteniamo:

$$C_m \omega_m - F \omega_m p / (2\pi Kr) - (B \omega_m) \omega_m = 1/2 M [2 \omega_m p / (2\pi Kr)] [(d\omega_m / dt) p / (2\pi Kr)] + 1/2 J_m 2 \omega_m (d\omega_m / dt)$$

Semplificando, abbiamo:

$$C_m \omega_m - F \omega_m p / (2\pi Kr) - (B \omega_m) \omega_m = M [\omega_m p / (2\pi Kr)] [(d\omega_m / dt) p / (2\pi Kr)] + J_m \omega_m (d\omega_m / dt)$$

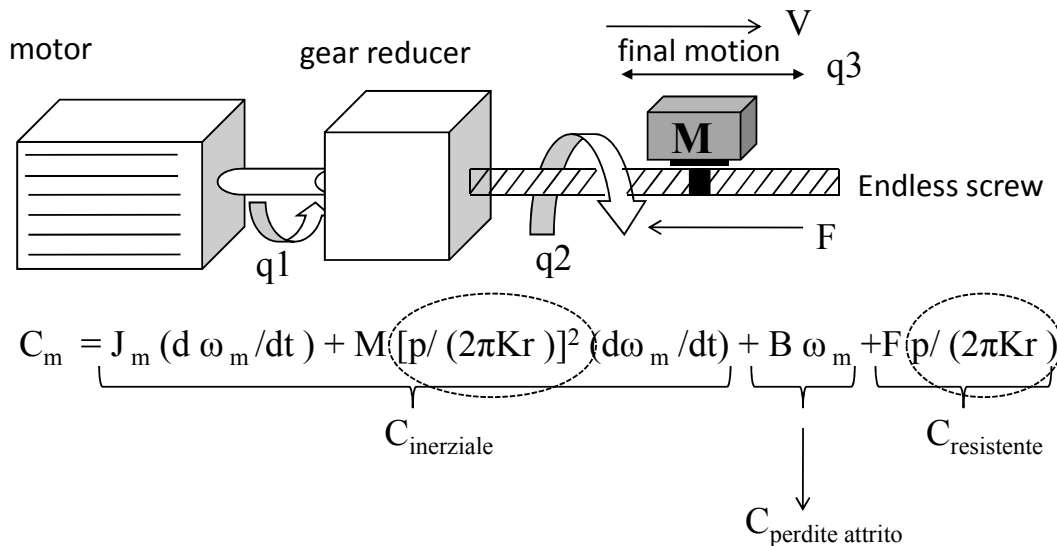
E dividendo entrambi i membri per ω_m abbiamo:

$$C_m - F p / (2\pi Kr) - B \omega_m = M p / (2\pi Kr) [(d\omega_m / dt) p / (2\pi Kr)] + J_m (d\omega_m / dt)$$

Da cui, isolando la sola coppia motrice, otteniamo:

$$C_m = \underbrace{J_m (d\omega_m / dt) + M [p / (2\pi Kr)]^2 (d\omega_m / dt)}_{C_{inerziale}} + \underbrace{B \omega_m}_{C_{perdite attrito}} + \underbrace{F p / (2\pi Kr)}_{C_{resistente}}$$

Controllo del moto



Infatti, come avevamo detto, una forza F lineare si riporta ad una coppia al motore dividendo per il coefficiente di accoppiamento della catena cinematica (o del singolo cinematismo), mentre una massa si riporta ad un'inerzia vista dal motore dividendo per il coefficiente di accoppiamento al quadrato. E nel nostro caso il coefficiente di accoppiamento totale della catena cinematica era $(2\pi K_r / p)$

Controllo del moto

Progetto delle leggi di moto

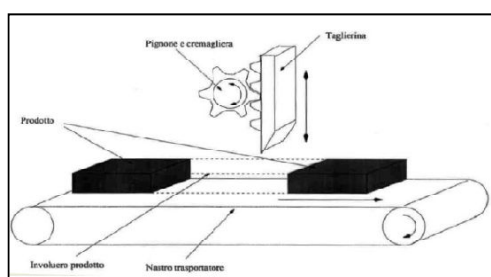
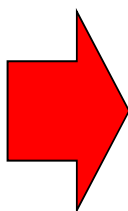
Progettare una legge di moto significa determinare il profilo di moto per il MOS e quindi per l'ATT

Nelle macchine automatiche si hanno due esigenze:

- Generazione di moti periodici dove al periodo corrisponde la produzione di un oggetto
- Generazione di moti coordinati quando più MOS concorrono per la produzione dell'oggetto

Sistema di produzione

Ad esempio la taglierina e il rullo sono due sistemi che devono essere coordinati



Controllo del moto

Progetto delle leggi di moto

Problema: come fare per sincronizzare i moti di più parti in movimento?

→ si utilizza un asse master che genera una variabile di sincronizzazione $p(t)$ ed n assi slave che generano le leggi di moto $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$

Il generico asse slave implementa la legge di moto → $q(t) = f(p(t))$
($p(t)$ può anche essere una legge a velocità costante)

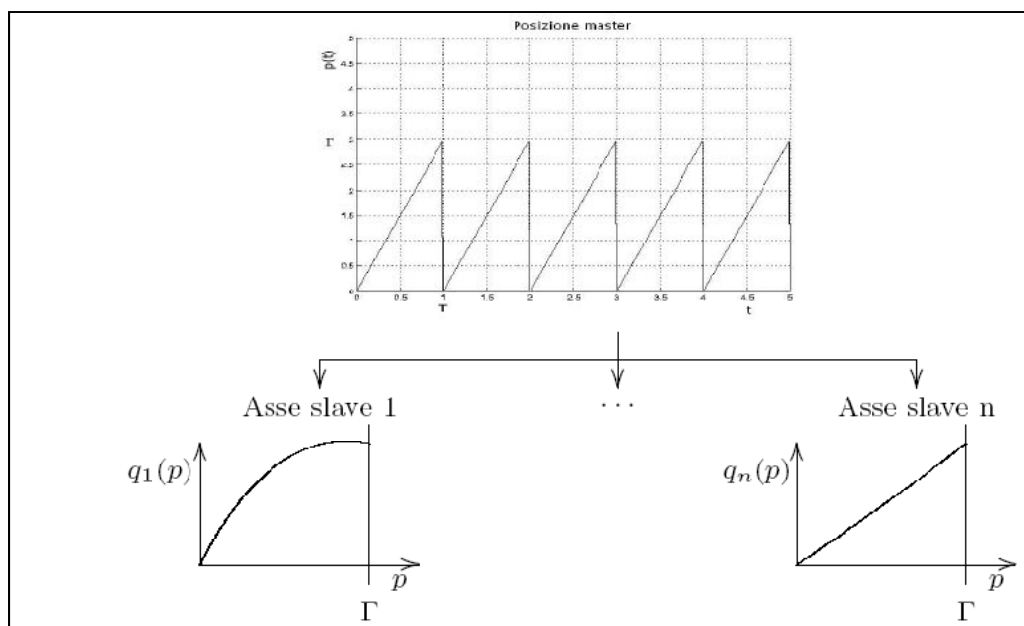
$$p(t) = \omega t = \Gamma/T t$$

La funzione f viene detta diagramma delle alzate

Ovvero: devo ricondurre i moti di n assi SLAVE all'unico asse MASTER, cioè devo esprimere il moto di tutti gli assi del sistema come funzione del moto dell'asse MASTER

Controllo del moto

Esempio di relazione master-slave



Controllo del moto

Progetto del diagramma delle alzate

Per far muovere ogni asse slave in base all'andamento dell'asse master bisogna definire quali sono i legami che intercorrono tra il master ($p(t)$) e i vari slave ($q(t)$), quindi bisogna definire matematicamente le funzioni

$$q_n(t) = f_n(p(t))$$

In generale una funzione $q_n(t) = f_n(p(t))$ lega q_n a p secondo un certo numero di parametri.

Possiamo quindi scrivere: $q(p, a_0, a_1, \dots, a_n)$

In generale occorre tenere in considerazione:

1. Vincoli sulla posizione
2. Vincoli sulla velocità
3. Vincoli sull'accelerazione
4. Vincoli sul jerk

Controllo del moto

Principali famiglie di funzioni parametrizzate:

- Traiettorie polinomiali
- Traiettorie cicloidali
- Leggi trapezoidali
- Spline

Controllo del moto

Traiettorie polinomiali

Il legame tra MASTER e SLAVE è espresso da una forma di tipo polinomiale

$$q = f(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n$$

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ vengono individuati imponendo vincoli sulle derivate di q nei punti iniziali e finali della variabile master (p_i e p_f)

$$f(p_i) = a_0 + a_1 p_i + a_2 p_i^2 + \dots + a_n p_i^n$$

$$f(p_f) = a_0 + a_1 p_f + a_2 p_f^2 + \dots + a_n p_f^n$$

$$\dot{f}(p_i) = a_1 + 2a_2 p_i + \dots + n a_n p_i^{(n-1)}$$

...

$$\ddot{f}(p_i) = 2a_2 + \dots + n(n-1)a_n p_i^{(n-2)}$$

Controllo del moto

Traiettorie polinomiali

Fissati i punti iniziale e finale si capisce che per $n = 3$ (4 incognite: a_0, a_1, a_2, a_3) occorre fissare vincoli sulle posizioni e sulle velocità per poter risolvere il sistema. Per $n = 5$ (6 incognite: $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$) occorre fissare vincoli sulle posizioni, velocità e accelerazioni.

Infatti, per $n=3$

$f(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 \rightarrow$ le mie incognite sono a_0, a_1, a_2, a_3

\rightarrow Per trovare 4 incognite devo avere un sistema di 4 equazioni

\rightarrow devo mettere vincoli su $vel_{in}, vel_{fin}, pos_{in}, pos_{fin}$

Infatti, per $n=5$

$f(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + a_4 p^4 + a_5 p^5 \rightarrow$ le mie incognite sono $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$

\rightarrow Per trovare 6 incognite devo avere un sistema di 6 equazioni

\rightarrow devo mettere vincoli su $acc_{in}, acc_{fin}, vel_{in}, vel_{fin}, pos_{in}, pos_{fin}$

Controllo del moto

Traiettorie polinomiali

Come imposto queste equazioni dal cui sistema posso ricavare i parametri a_0, \dots, a_n ?

Traiettorie polinomiali di ordine 5

Ipotizzando una corsa master che parte da 0 ed arrivi a Γ si possono calcolare i parametri del polinomio di ordine 5

$$\begin{aligned}
 a_0 &= f(0) \\
 a_1 &= \dot{f}(0) \\
 a_2 &= \frac{\ddot{f}(0)}{2} \\
 a_3 &= \frac{-[20f(0) - 20f(\Gamma) + 12\Gamma\dot{f}(0) + 8\Gamma\dot{f}(\Gamma) + 3\ddot{f}(0)\Gamma^2 - \ddot{f}(\Gamma)\Gamma^2]}{2\Gamma^3} \\
 a_4 &= \frac{-[-30f(0) + 30f(\Gamma) - 16\Gamma\dot{f}(0) - 14\Gamma\dot{f}(\Gamma) - 3\ddot{f}(0)\Gamma^2 + 2\ddot{f}(\Gamma)\Gamma^2]}{2\Gamma^4} \\
 a_5 &= \frac{-[12f(0) - 12f(\Gamma) + 6\Gamma\dot{f}(0) + 6\Gamma\dot{f}(\Gamma) + \ddot{f}(0)\Gamma^2 - \ddot{f}(\Gamma)\Gamma^2]}{2\Gamma^5}
 \end{aligned}$$

Controllo del moto

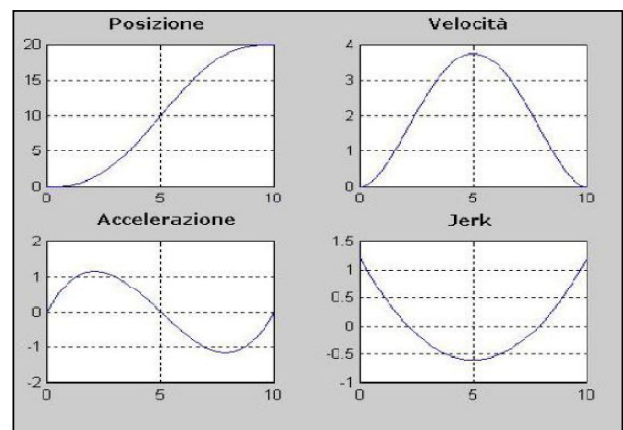
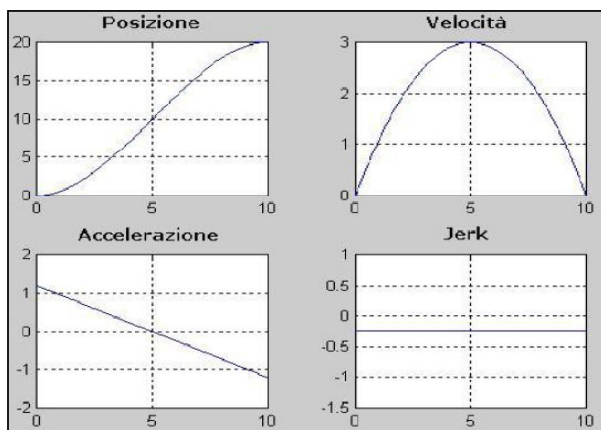
Traiettorie polinomialiTraiettorie polinomiali di ordine 5

$$\begin{aligned}
 a_0 &= f(0) \\
 a_1 &= \dot{f}(0) \\
 a_2 &= \frac{\ddot{f}(0)}{2} \\
 a_3 &= \frac{-[20f(0) - 20f(\Gamma) + 12\Gamma\dot{f}(0) + 8\Gamma\dot{f}(\Gamma) + 3\ddot{f}(0)\Gamma^2 - \ddot{f}(\Gamma)\Gamma^2]}{2\Gamma^3} \\
 a_4 &= \frac{-[-30f(0) + 30f(\Gamma) - 16\Gamma\dot{f}(0) - 14\Gamma\dot{f}(\Gamma) - 3\ddot{f}(0)\Gamma^2 + 2\ddot{f}(\Gamma)\Gamma^2]}{2\Gamma^4} \\
 a_5 &= \frac{-[12f(0) - 12f(\Gamma) + 6\Gamma\dot{f}(0) + 6\Gamma\dot{f}(\Gamma) + \ddot{f}(0)\Gamma^2 - \ddot{f}(\Gamma)\Gamma^2]}{2\Gamma^5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(p) &= a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + a_4 p^4 + a_5 p^5 \\
 f(0) &= a_0 + a_1 0 + a_2 0 + a_3 0 + a_4 0 + a_5 0 = a_0 \rightarrow a_0 = f(0) \\
 f'(p) &= a_1 + 2 a_2 p + 3 a_3 p^2 + 4 a_4 p^3 + 5 a_5 p^4 \\
 f'(0) &= a_1 + 2 a_2 0 + 3 a_3 0 + 4 a_4 0 + 5 a_5 0 = a_1 \rightarrow a_1 = f'(0) \\
 f''(p) &= 2 a_2 + 6 a_3 p + 12 a_4 p^2 + 20 a_5 p^3 \\
 f''(0) &= 2 a_2 + 6 a_3 0 + 12 a_4 0 + 20 a_5 0 = 2 a_2 \rightarrow a_2 = f''(0)/2
 \end{aligned}$$

Per calcolare a_3 , a_4 , e a_5 si utilizzano anche i valori di f , f' ed f'' in Γ

Controllo del moto

Traiettorie polinomiali

Es. di traiettoria del 3° ordine

$$f(0) = 0$$

$$f(\Gamma=10) = 20$$

Es. di traiettoria del 5° ordine

Controllo del moto

Traiettorie paraboliche

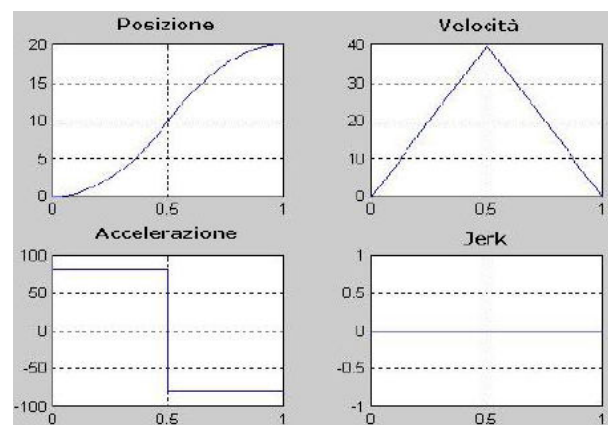
La traiettoria parabolica è costituita da due polinomiali di ordine 2:

$$f_1(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 \quad p \in \left[0, \frac{\Gamma}{2}\right]$$

$$f_2(p) = b_0 + b_1 p + b_2 p^2 \quad p \in \left[\frac{\Gamma}{2}, \Gamma\right]$$

I 6 coefficienti incogniti vengono trovati imponendo continuità di posizione e velocità nel punto intermedio (2 equazioni), e imponendo determinati valori di posizione e velocità nei punti iniziale e finale (4 equazioni).

$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$



Controllo del moto

Traiettorie cicloidali

Traiettoria caratterizzata da accelerazione con variazioni dolci. Inoltre, considerando un diagramma delle alzate preceduto e seguito da tratti di arresto, la traiettoria cicloidale presenta accelerazione nulla agli estremi dell'intervallo.

Data l'accelerazione:

$$\ddot{f}(p) = \frac{h2\pi}{\Gamma^2} \sin\left(\frac{2\pi p}{\Gamma}\right) \quad \text{con } h = f(\Gamma) - f(0)$$

Si nota che:

$$\ddot{f}(0) = 0 = \ddot{f}(\Gamma); \quad \ddot{f}_{MAX} = \ddot{f}\left(\frac{\Gamma}{4}\right) = \frac{h2\pi}{\Gamma^2}$$

Infatti $\ddot{f}''(p)$ è max quando il seno=1 \rightarrow l'argomento del seno dev'essere $90^\circ = \pi/2$.

Da $2\pi p / \Gamma = \pi/2$, si ottiene che $\ddot{f}''(p)$ è max in $p = \Gamma/4$

Calcolo velocità:

$$\dot{f}(p) = \int_0^p \ddot{f}(\tau) d\tau = \frac{h2\pi}{\Gamma^2} \left[-\frac{\Gamma}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi\tau}{\Gamma}\right) \right]_0^p = \frac{h}{\Gamma} \left(1 - \cos\frac{2\pi p}{\Gamma} \right)$$

in cui

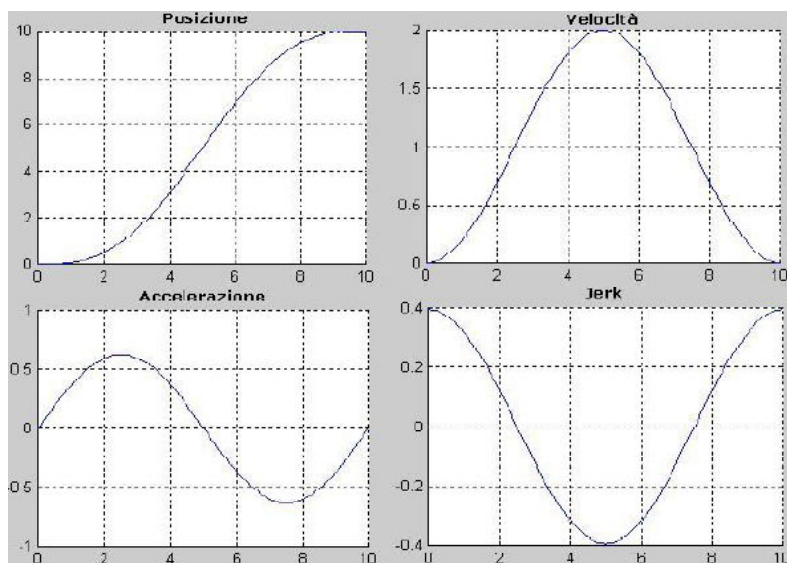
$$\dot{f}(0) = 0 = \dot{f}(\Gamma)$$

Calcolo posizione:

$$f(p) = \int_0^p \dot{f}(\tau) d\tau = \frac{h}{\Gamma} \left[\tau - \frac{\Gamma}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi\tau}{\Gamma}\right) \right]_0^p = h \left(\frac{p}{\Gamma} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi p}{\Gamma}\right) \right)$$

Controllo del moto

Traiettoria cicloidale



Es. di traiettoria cicloidale con
 $f(0) = 0$
 $f(\Gamma=10) = 10$

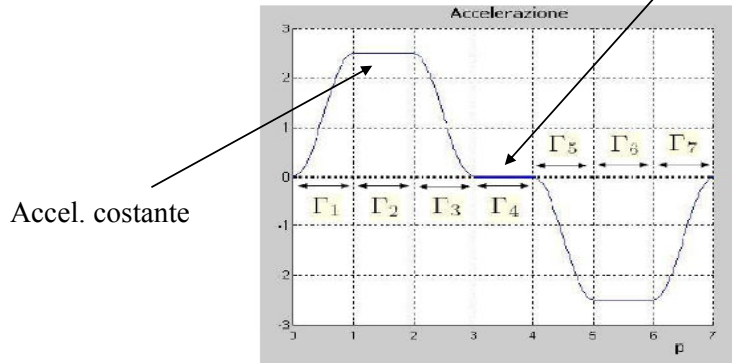
Controllo del moto

Traiettorie trapezoidali

- Leggi trapezoidali modificate
- Legge a doppia "esse"

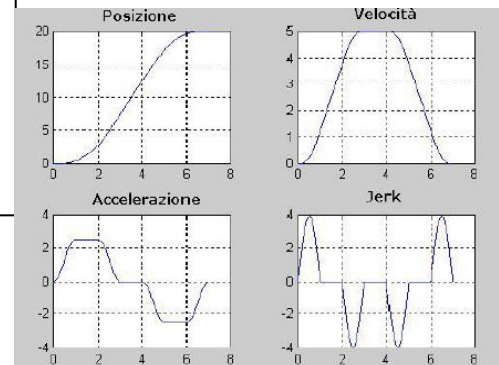
Acc. nulla = vel costante

Si consideri l'accelerazione così costruita:



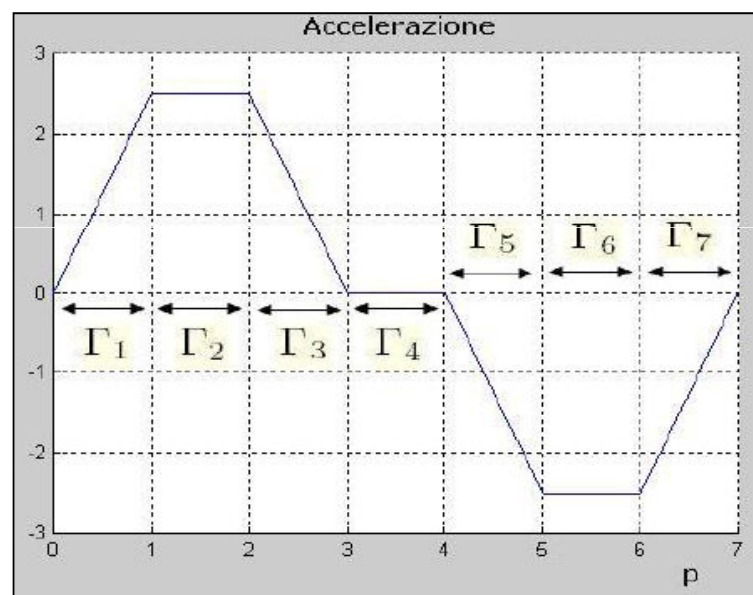
- in $\Gamma_1, \Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_7$ vale una legge cicloidale.
- in $\Gamma_2, \Gamma_4, \Gamma_6$ vale una legge ad accelerazione costante.

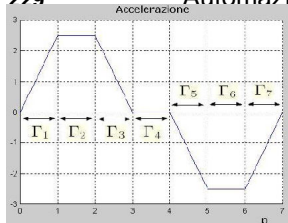
Legge trapezoidale modificata



Traiettorie trapezoidali

Legge a doppia "esse" (detta anche semplicemente trapezoidale o trapezia)
Accelerazione con andamento trapezoidale:





Traiettorie trapezoidali

Legge a doppia “esse” o trapezoidale

La legge di moto complessiva è definita sull'intervallo Γ ottenuto come unione dei sottointervalli Γ_i per $i = 1, \dots, 7$

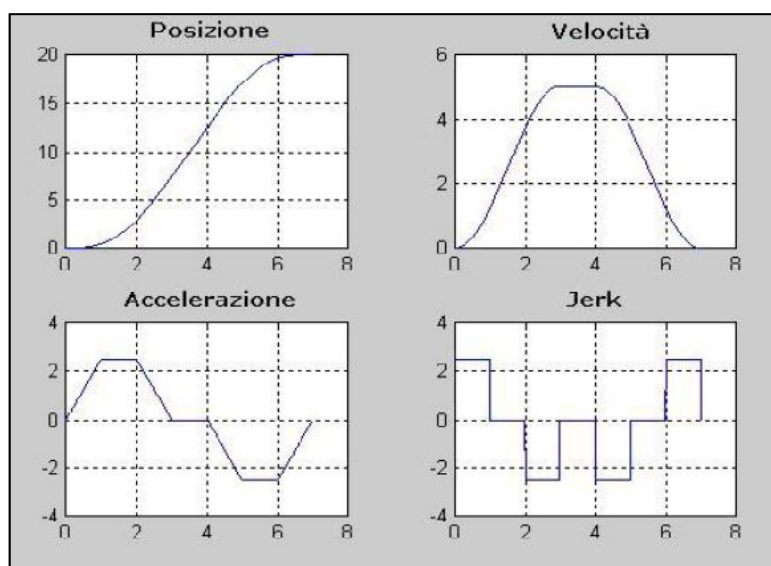
Intervallo	Funzione	Vincoli
Γ_1	$f_1(p) = f_p(p - p_1), p \in [p_1, p_1 + \Gamma_1]$	$q_0 = Q_0, v_0 = 0, a_0 = 0, j_0 = J_0$
Γ_2	$f_2(p) = f_a(p - p_2), p \in [p_2, p_2 + \Gamma_2]$	$q_0 = f_1(p_2), v_0 = \dot{f}_1(p_2), a_{p_2} = \ddot{f}_1(p_2)$
Γ_3	$f_3(p) = f_p(p - p_3), p \in [p_3, p_3 + \Gamma_3]$	$q_0 = f_2(p_3), v_0 = \dot{f}_2(p_3), a_{p_3} = \ddot{f}_2(p_3), j_0 = J_1$
Γ_4	$f_4(p) = f_a(p - p_4), p \in [p_4, p_4 + \Gamma_4]$	$q_0 = f_3(p_4), v_0 = \dot{f}_3(p_4), a_0 = \ddot{f}_3(p_4)$
Γ_5	$f_5(p) = f_p(p - p_5), p \in [p_5, p_5 + \Gamma_5]$	$q_0 = f_4(p_5), v_0 = \dot{f}_4(p_5), a_0 = \ddot{f}_4(p_5), j_0 = J_2$
Γ_6	$f_6(p) = f_a(p - p_6), p \in [p_6, p_6 + \Gamma_6]$	$q_0 = f_5(p_6), v_0 = \dot{f}_5(p_6), a_0 = \ddot{f}_5(p_6)$
Γ_7	$f_7(p) = f_p(p - p_7), p \in [p_7, p_7 + \Gamma_7]$	$q_0 = f_6(p_7), v_0 = \dot{f}_6(p_7), a_0 = \ddot{f}_6(p_7), j_0 = J_3$

Q_0 : quota iniziale;
 $f_7(p_7 + \Gamma_7) = Q_0 + h$: quota finale;
 J_0, J_1, J_2, J_3 : valori di jerk nei tratti $\Gamma_1, \Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_7$;

Controllo del moto

Traiettorie trapezoidali

Traiettorie trapezoidali a doppia esse



Controllo del moto

Altre leggi

Traiettoria Spline cubica

Se si deve creare una traiettoria che interpoli N punti q_i per $i = (0, 1, \dots, N)$ in corrispondenza dei punti p_i per $i = (0, 1, \dots, N)$ si possono scegliere $n = (N-1)$ polinomi i cui parametri sono calcolati in modo da assicurare continuità della traiettoria nei punti di passaggio q_i .

Se si vuole continuità sulla velocità e sull'accelerazione nei punti q_i , occorre utilizzare polinomi cubici, del tipo:

$$f_i(p) = a_{0,i} + a_{1,i} p + a_{2,i} p^2 + a_{3,i} p^3$$

Poiché abbiamo 4 coefficienti da calcolare per ogni polinomio e abbiamo n polinomi interpolanti, dovremo trovare evidentemente $4n$ equazioni nelle nostre $4n$ incognite.

Controllo del moto

Traiettoria Spline cubica

Per fare ciò imponiamo innanzitutto:

- la posizione iniziale e finale di ogni polinomio
- la continuità delle velocità in ogni punto di confine tra 2 polinomi
- la continuità delle accelerazioni in ogni punto di confine tra 2 polinomi

$$\begin{array}{llll} f_i(p_{i-1}) = q_{i-1} & f_i(p_i) = q_i & i = 1, 2, \dots, n & \rightarrow 2n \text{ equazioni} \\ f'_i(p_i) = f'_{i+1}(p_i) & & i = 1, 2, \dots, n-1 & \rightarrow n-1 \text{ equazioni} \\ f''_i(p_i) = f''_{i+1}(p_i) & & i = 1, 2, \dots, n-1 & \rightarrow n-1 \text{ equazioni} \end{array}$$

Quindi abbiamo per il momento $4n-2$ equazioni.

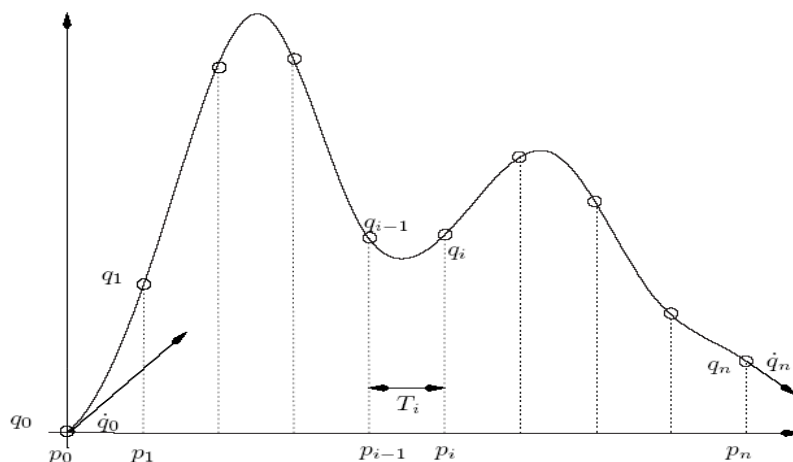
Le 2 mancanti possono riguardare l'imposizione di:

velocità iniziale e finale $f'(p_0) = q_0 \quad f'(p_n) = q_n$

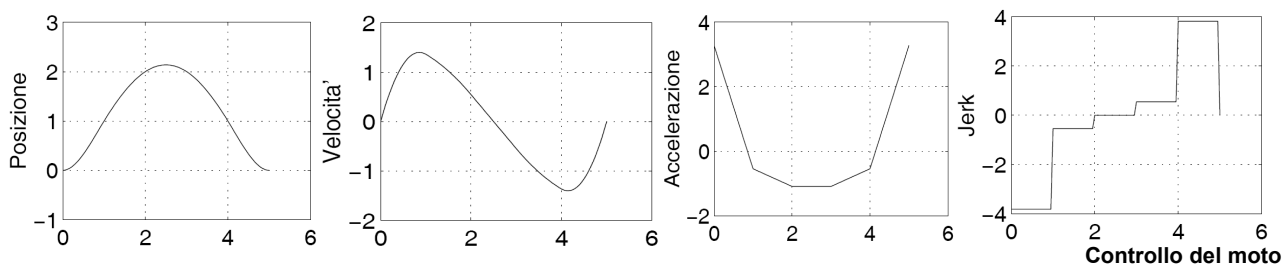
oppure di accelerazione iniziale e finale nulle: $f''(p_0) = f''(p_n) = 0$

In questo secondo caso si parla di spline cubica naturale

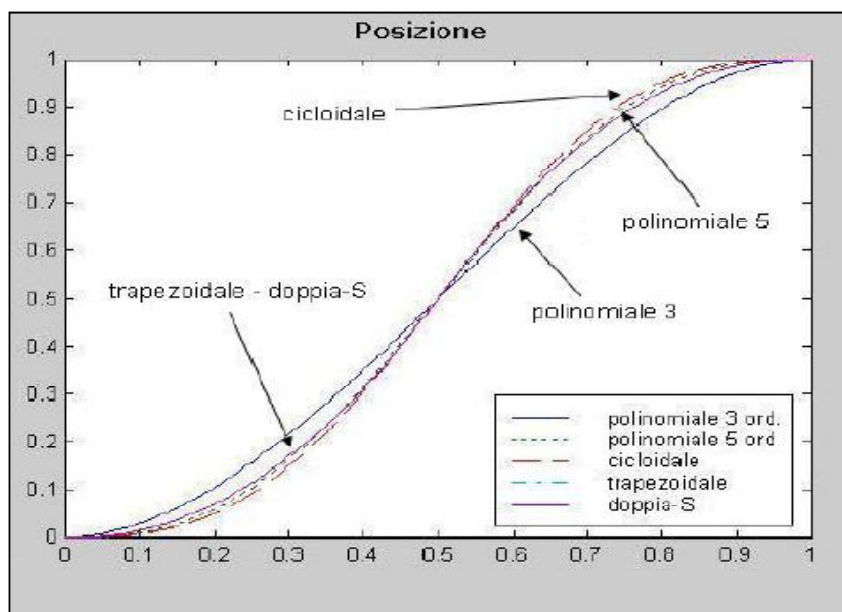
Controllo del moto

Esempio di traiettoria spline

Esempio di spline cubica naturale imponendo i vincoli $p_0 = 0$, $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $p_3 = 3$, $p_4 = 4$, $p_5 = 5$, e $q_0 = 0$, $q_1 = 1$, $q_2 = 2$, $q_3 = 2$, $q_4 = 1$, $q_5 = 0$

**Scelta della legge di moto**

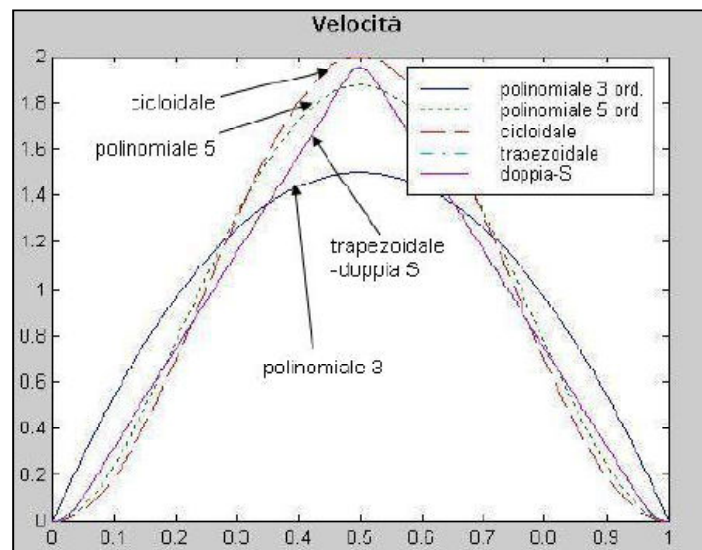
Comparazione del diagramma delle alzate delle leggi di moto.



→ Trapezoidale e Doppia “esse” quasi sovrapposte.

Scelta della legge di moto

Comparazione del diagramma delle velocità delle leggi di moto.

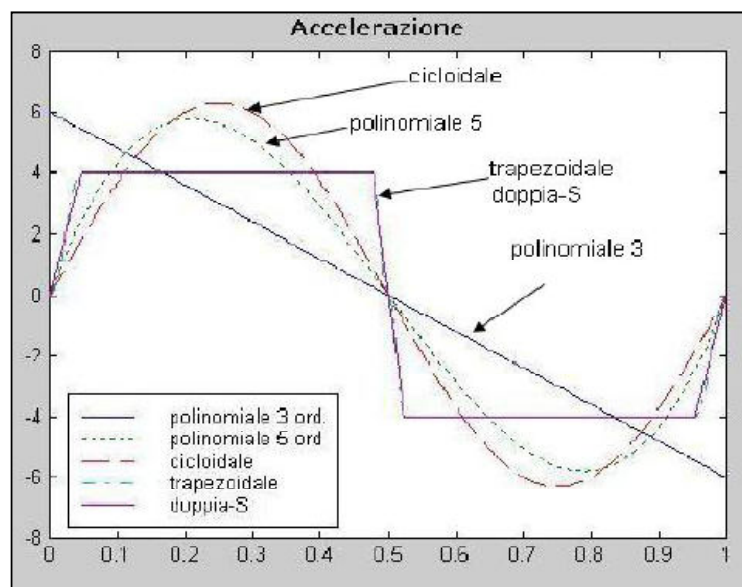


→ Trapezoidale e Doppia “esse” quasi sovrapposte.

Controllo del moto

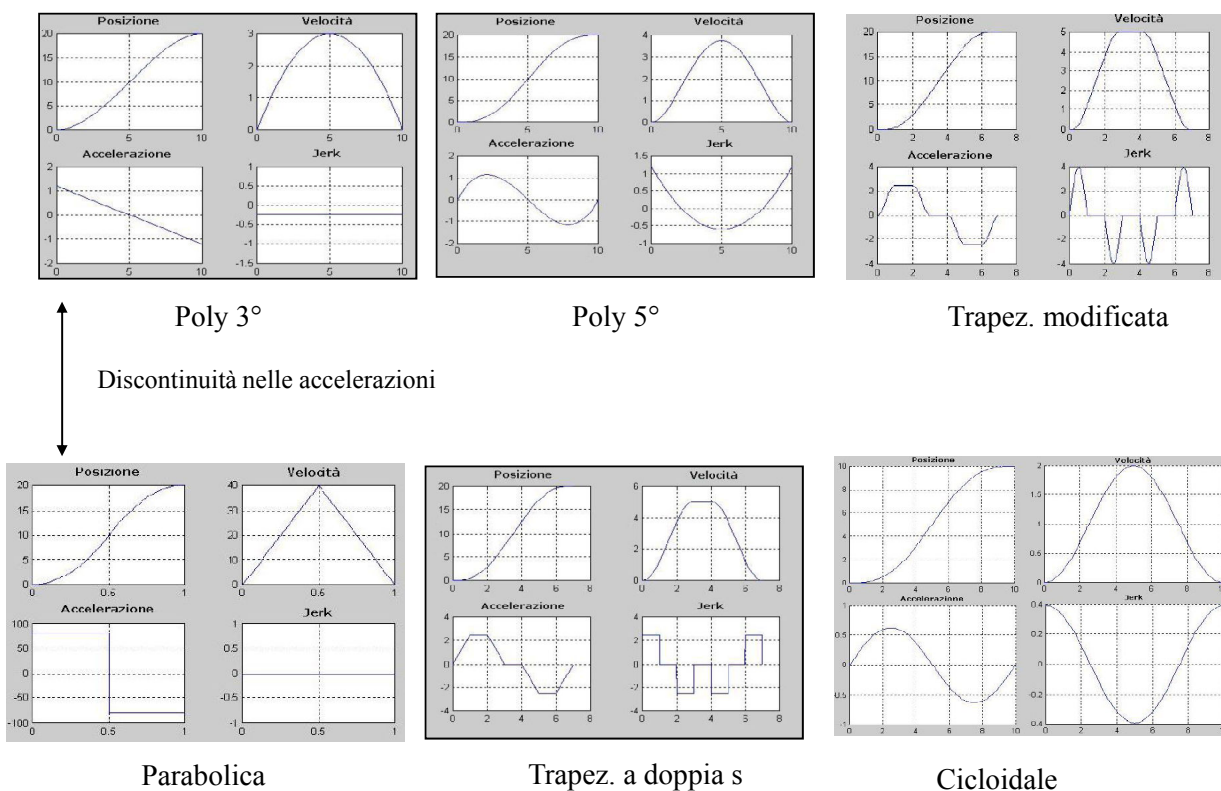
Scelta della legge di moto

Comparazione del diagramma delle accelerazioni delle leggi di moto.



→ Trapezoidale e Doppia “esse” quasi sovrapposte.

Controllo del moto



Controllo del moto

Considerazioni: se ci mettessimo nella stessa situazione per tutte le traiettorie, cioè raggiungere lo stesso valore finale nello stesso tempo, noteremmo che:

- Parabola, polinomio di 3° grado e trapezoidale a doppia s presentano discontinuità sull'accelerazione agli estremi o anche nel mezzo. Impongono quindi coppie che variano bruscamente e la loro banda passante è normalmente più ampia.
- Il polinomio di 5° grado e la legge trapezoidale modificata sono invece continue nell'accelerazione e hanno jerk limitato. Non impongono coppie impulsive, quindi spostano lo spettro dell'accelerazione verso la zona delle basse frequenze ma con l'effetto di aumentarne il valore del modulo.
- Parabola, ha la velocità max più alta, in compenso ha il più basso picco di accelerazione, l'accel rms è intermedia a quella di altre funzioni.
- Polinomio di 3° grado, è la funzione col più basso valore di velocità max e di accel rms, in compenso ha una accel max più elevata del 50% rispetto a quella della parabola.
- Polinomio di 5° grado presenta velocità più alte del polinomio di 3° grado e più basse della parabola, idem per la accelerazione max, invece l'accel rms è maggiore od uguale a quella della parabola o del polinomio 3°, anche se ancora con valori non troppo elevati.
- La legge trapezia modificata presenta alte velocità, come per la parabola, bassi valori di accel max, e valori di accel rms intermedi.

Controllo del moto

Scelta della legge di moto

In genere le specifiche possono essere:

- Limitare la velocità massima
- Limitare le accelerazioni massime ed RMS. Infatti essendo la coppia C proporzionale all'accelerazione $a \rightarrow a_{\text{PICCO}}$ e a_{RMS} bassi implicano motori di taglia più piccola (perché devono sviluppare coppie minori)
- Continuità fino alle accelerazioni o al jerk, le discontinuità portano ad urti ed eventuale scivolamento del prodotto sul nastro se questo ha accelerazioni brusche.
- Limitare la banda dello spettro del segnale di accelerazione per evitare grossi errori di inseguimento (il sistema drive-motore-carico meccanico è assimilabile ad un filtro passa basso) ed evitare l'eccitazione di frequenza di risonanza che possono originare vibrazioni

Controllo del moto

Scelta della legge di moto

- Avere discontinuità in accelerazione significa avere discontinuità nelle forze e nelle coppie, cioè vuol dire sollecitare con urti la meccanica della macchina. A volte è il prodotto stesso che non tollera accelerazioni elevate o discontinuità nelle medesime
- Limitare la banda passante dell'accelerazione porta a limitare la banda passante della corrente nel motore. Bisogna ricordarsi che il sistema Azionamento+Motore è comunque un sistema passa basso che non può riprodurre fedelmente tutte le frequenze. Imporre variazioni brusche di accelerazioni (variazioni brusche \rightarrow componenti in frequenza elevate di accelerazioni/correnti) oltre la banda passante può portare a:
 - a) maggiori ed inutili errori di inseguimento nei transitori
 - b) eccitare frequenze di risonanza che innescano vibrazioni meccaniche dannose e/o fastidiose

Controllo del moto

Scelta della legge di moto

- E' più importante minimizzare l'accelerazione rms che l'accelerazione di picco, perché dall'accelerazione rms dipende la coppia nominale e quindi la taglia del motore.
- Una buona norma è comunque quella per cui la coppia di picco non superi oltre le 3-5 volte la coppia nominale
- Le caratteristiche del carico influenzano la scelta della legge di moto, infatti l'accoppiamento tra attuatore e carico non è mai infinitamente rigido e presenta elasticità; altre volte può avere dei giochi.

Controllo del moto

Scelta della legge di moto

Casi pratici

CASO 1: Il carico ha alta inerzia ed è mosso da una cinghia

Leggi OK	Leggi non OK
- polinomio grado 5	- polinomio grado 3
- cicloidale	- parabolica
- trapezoidale	

Il carico ha alta inerzia ed è mosso da una cinghia; l'alta inerzia, l'elasticità e lo scarso fattore di smorzamento della cinghia portano a frequenze di risonanza nella banda passante del driver. E' bene non eccitare questi modi vibrazionali per cui si devono escludere tutte le leggi di moto con accelerazione discontinua (parabole e poly 3°), favorendo leggi continue fino alla accelerazione tipo poly 5°, seno e trapezio modificati.

Controllo del moto

CASO 2: Il carico è mosso da un riduttore o altro cinematismo che presenta giochi

Leggi OK	Leggi non OK
- polinomio grado 5	- polinomio grado 3
- cicloidale	- parabolica
- trapezoidale	

Il carico è accoppiato col motore tramite riduttori o cinematismi che presentano dei giochi. In questo caso è bene usare leggi di moto a partenza molto morbida come poly 5°, seni e trapezi modificati, in modo da ridurre l'urto inevitabile del gioco durante le inversioni delle accelerazioni. Quindi anche in questo caso si devono scartare leggi tipo parabole o poly 3°

Controllo del moto

Scelta della legge di moto

CASO 3: Il carico ha bassa inerzia e l'accoppiamento col motore risulta rigido e non presenta giochi di rilievo

Leggi OK	Leggi non OK
- polinomio grado 3	- polinomio grado 5
- parabolica	- cicloidale
	- trapezoidale

In questo caso si possono usare senza problemi leggi ad accelerazione discontinua allo scopo di beneficiare delle loro modeste accelerazioni, che portano a scegliere motori di taglia più piccola. In genere si preferisce usare un polinomio del 3° ordine e in seconda scelta, leggi paraboliche.

N.B. In effetti, anche le leggi qui indicate come “non OK”, andrebbero bene ma porterebbero, in generale, a scegliere motori di taglia maggiore del necessario essendo caratterizzate da accelerazioni maggiori.

Controllo del moto

IN CONCLUSIONE

- Quando occorre minimizzare la velocità massima e la coppia rms del motore conviene scegliere una legge cubica (poly 3°) a patto che si possano tollerare discontinuità nell'accelerazione. La legge parabolica (poly 2°), anche se meno adatta perché porta a velocità ed accelerazioni superiori rispetto a quella cubica, viene spesso scelta per la sua semplicità realizzativa.
- Quando si deve ricorrere a leggi particolarmente morbide e continue fino alla accelerazione conviene usare poly 5° grado o una cicloidale che ben rappresentano la sintesi tra “morbidezza” di moto e valori degli indici cinematici non troppo alti. La trapezioidale modificata va bene ma ha velocità e accelerazione rms più elevate. Raramente si ricorre a polinomi di 7° grado in cui si ha anche il jerk continuo

Controllo del moto

Nota bene:

Supponiamo di avere un motore master che si muove da 0 rad a 2π rad in 3 secondi, a velocità costante, mentre il corrispondente motore slave deve muoversi nello stesso tempo di 240° , iniziando con 2° rispetto al master e finendo con 3° rispetto al master, e di voler trovare una relazione master slave sotto questi vincoli nella forma polinomiale del terzo ordine.

Come impostare il problema????

Innanzitutto scriviamo i dati noti, considerando che $p(t)$ = master e $q(t)$ = slave:

$$p_{in} = 0 \text{ rad} \quad p_{fin} = 2\pi \text{ rad} \quad p'_{in} = p'_{fin} = (p_{fin} - p_{in}) / t = (2\pi - 0) / 3 = 2\pi/3 \text{ rad/s}$$

$$q_{in} = 0^\circ \quad q_{fin} = 240^\circ, \quad (dq/dp)_{in} = 2^\circ \quad (dq/dp)_{fin} = 3^\circ$$

La prima cosa da notare è che sono state date delle velocità geometriche (cioè ho detto come si muove lo slave rispetto al master, non rispetto al tempo), quindi avrò (dq/dp) e non (dq/dt) → quindi, a partire da $q(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3$, la cosa giusta da fare è derivare rispetto a p , e non rispetto a t , ottenendo:

$$\frac{dq}{dp} = a_1 + 2a_2 p + 3a_3 p^2$$

A questo punto, se imposto le 2 equazioni nei punti noti, avrò:

$$\begin{aligned} q(p_{in}) &= a_0 + a_1 p_{in} + a_2 p_{in}^2 + a_3 p_{in}^3 \\ q(p_{fin}) &= a_0 + a_1 p_{fin} + a_2 p_{fin}^2 + a_3 p_{fin}^3 \\ \left. \frac{dq}{dp} \right|_{p_{in}} &= a_1 + 2a_2 p_{in} + 3a_3 p_{in}^2 \\ \left. \frac{dq}{dp} \right|_{p_{fin}} &= a_1 + 2a_2 p_{fin} + 3a_3 p_{fin}^2 \end{aligned}$$

Risolvendo numericamente questo sistema di 4 equazioni in 4 incognite si troveranno a_0 , a_1 , a_2 e a_3

Controllo del moto

Si nota però che le posizioni del master sono state espresse in radianti, mentre quelle dello slave in gradi.

Come fare?

In realtà si possono seguire quattro strade: trasformare tutto in gradi, trasformare tutto in radianti, lasciare il master in radianti e lo slave in gradi, trasformare il master in gradi e lo slave in radianti. In quest'ultimo caso saranno le incognite a_0, a_1, a_2 e a_3 ad "assorbire" la differenza di unità di misura.

Ovvero

1) Se metto tutto in gradi $\rightarrow q(p_{in}) [^\circ] = a_0 [^\circ] + a_1 p_{in} [^\circ] + a_2 [1/^\circ] p_{in}^2 [^\circ^2] + a_3 [1/^\circ^2] p_{in}^3 [^\circ^3]$ ovvero, poiché tutta l'equazione dev'essere omogenea, essendo il membro di sinistra espresso in gradi, anche tutti i termini del membro di destra dovranno essere espressi in gradi, e perciò a_0 si misurerà in gradi, a_1 sarà un numero puro (perché è moltiplicato per qualcosa che è già espresso in gradi), a_2 si esprimerà in $(1/^\circ)$, perché moltiplica qualcosa che è in gradi al quadrato, e a_3 in $(1/^\circ^2)$, perché moltiplica qualcosa che è in gradi al cubo. Ovviamente avrò, prima di tutto, dovuto trasformare la posizione del master da radianti in gradi. Questo si fa banalmente considerando che un giro in gradi è 360° , in radianti è 2π rad. Quindi basta impostare la proporzione $\rightarrow 360 : 2\pi = x^\circ : x_{rad}$

2) Se metto tutto in radianti, sempre per mantenere omogeneità di unità di misura, sarà \rightarrow

$$q(p_{in}) [rad] = a_0 [rad] + a_1 p_{in} [rad] + a_2 [1/rad] p_{in}^2 [rad^2] + a_3 [1/rad^2] p_{in}^3 [rad^3]$$

3) Supponiamo invece di usare due unità di misura diverse per master e slave, ad esempio tenendo il master in radianti e lo slave in gradi. Avrò:

$$q(p_{in}) [^\circ] = a_0 [^\circ] + a_1 [^\circ/rad] p_{in} [rad] + a_2 [^\circ/rad^2] p_{in}^2 [rad^2] + a_3 [^\circ/rad^2] p_{in}^3 [rad^3]$$

In sostanza il prodotto di ogni termine (*incognita a · posizione master*) dev'essere espresso nella stessa unità di misura di quella usata per lo slave!!!

E' ovvio che impostando lo stesso problema tutto in gradi, tutto in radianti o con unità di misura miste, le incognite $a_{0,1,2,3}$ risulteranno numericamente diverse!

Cosa si usa, in genere?

In genere è più utile trasformare tutto nella stessa unità di misura, piuttosto che mantenere master e slave con due unità diverse.

Nella pratica dell'automazione industriale si usa generalmente di più il radiante rispetto al grado.