

## 2 Controllo di velocità

### Controllo ad anello aperto

Nel caso del *controllo ad anello aperto*, come viene evidenziato nello schema a blocchi riportato in FIGURA 1, gli elementi costitutivi fondamentali sono il *modulo di potenza* e il *motore*.

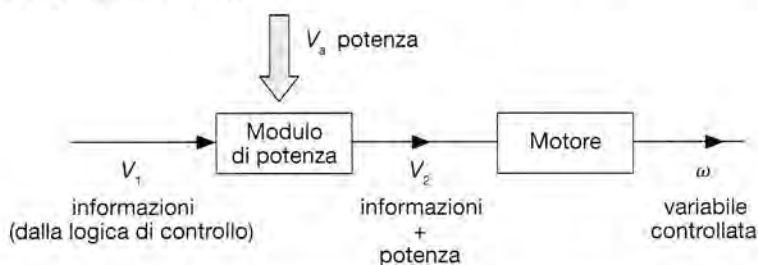


FIGURA 1  
Schema a blocchi  
del controllo di velocità  
ad anello aperto.

La funzione del modulo di potenza è di regolare la potenza fornita al carico in relazione alle informazioni ricevute da una *logica di controllo* opportunamente programmata situata a monte del modulo stesso.

Il segnale d'ingresso  $V_1$  contiene infatti informazioni sul valore che deve assumere la velocità  $\omega$  del motore ma non eroga la potenza necessaria per il funzionamento del motore stesso che viene fornita dalla *tensione alternata di rete* (il segnale di alimentazione  $V_a$ ); il segnale di uscita  $V_2$  contiene quindi sia informazioni sia potenza.

Quest'ultimo segnale rappresenta la *variabile manipolabile* che agisce direttamente sul sistema controllato.

In altri termini il *modulo di potenza* può essere visto come quella parte di *regolatore* che interpreta ed esegue i comandi imposti dalla *logica di controllo*.

Il *controllo ad anello aperto*, per i motori citati, è di limitato interesse; un esempio di utilizzo pratico è tuttavia quello del controllo dei *motori passo-passo*.

### Controllo ad anello chiuso

Nel caso del *controllo ad anello chiuso*, dallo schema a blocchi riportato in FIGURA 2 si evidenziano gli elementi costitutivi tipici di un *sistema retroazionato* e cioè:

- nodo di confronto;
- amplificatore di segnale;
- modulo di potenza;
- motore;
- trasduttore di velocità;
- condizionatore di segnale.

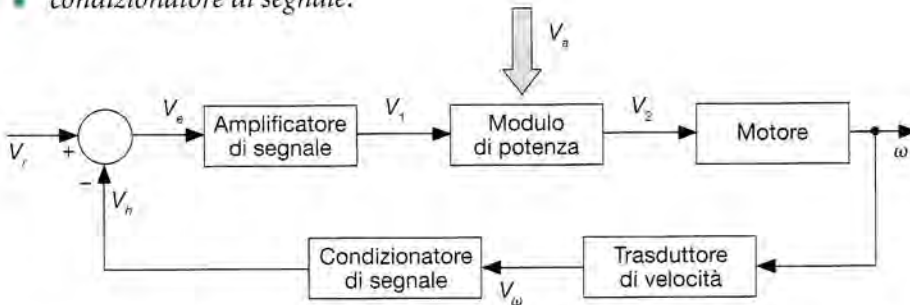


FIGURA 2  
Schema a blocchi  
del controllo di velocità  
ad anello chiuso.

Il nodo di confronto calcola la differenza tra segnale di riferimento  $V_r$  e segnale di retroazione  $V_n$ ; l'uscita rappresenta il segnale errore  $V_e$ .

L'amplificatore di segnale modifica l'ampiezza del segnale errore, di solito molto debole, e lo rende adatto per essere utilizzato dai blocchi successivi.

La sua importanza nel progetto del sistema di controllo va comunque oltre questa elementare funzione; è dalla costante di guadagno dell'amplificatore di segnale che si fa infatti dipendere la *precisione a regime del sistema*.

*Nodo di confronto, amplificatore di segnale e modulo di potenza* potrebbero essere pensati nel loro insieme come un unico dispositivo.

*Trasduttore di velocità e condizionatore di segnale* fanno parte della *linea di ritorno*.

Il trasduttore di velocità trasforma la grandezza non elettrica (*velocità*) in una grandezza elettrica (*tensione*).

Il condizionatore di segnale amplifica il segnale prodotto dal *trasduttore di velocità* e lo rende compatibile con il *segnale di riferimento*.

## 4.2 Modello

La f.d.t. caratteristica del motore è riconducibile a quella di un sistema del secondo ordine (*circuito RLC*); parametri caratteristici sono:

- la *costante di macchina*;
- la *costante di tempo meccanica*;
- la *costante di tempo elettrica*.

La **costante di macchina**  $C_M$  rappresenta in pratica la costante di guadagno del sistema.

Il suo valore dipende dalle caratteristiche costruttive della macchina stessa (esprese da un fattore  $K$ ) e dal flusso  $\varphi$  che attraversa il *circuito di armatura*; vale la relazione:

$$C_M = \frac{1}{K \cdot \varphi}$$

Il prodotto  $K \cdot \varphi$  viene calcolato in regime statico e in condizioni nominali attraverso la relazione:

$$\omega = \frac{V_a - R_i \cdot I_a}{K \cdot \varphi}$$

La **costante di tempo meccanica**  $\tau_m$  dipende dalla *resistenza di indotto*  $R_i$ , dal prodotto  $K \cdot \varphi$  e dai *momenti d'inerzia* del motore  $J_m$  e del carico  $J_c$ ; vale la relazione:

$$\tau_m = \frac{R_i (J_m + J_c)}{K \cdot \varphi}$$

Il *momento d'inerzia* è un parametro che rende conto della *forma* e della *massa* di un corpo che si muove di *moto rotatorio*.

È possibile modificare la costante di tempo meccanica del sistema intervenendo sul *momento d'inerzia* calettando in modo opportuno un *volano* sull'albero del motore.

La **costante di tempo elettrica**  $\tau_e$  dipende dalla *resistenza di indotto*  $R_i$  e dall'*induttanza di indotto*  $L_i$ ; vale la relazione:

$$\tau_e = \frac{L_i}{R_i}$$

## 4.3 Funzione di trasferimento

Considerando come uscita la velocità all'albero motore  $\omega$  e come ingresso la tensione di alimentazione  $V_a$ , la f.d.t. in  $s$  nella sua forma più generale risulta dalla seguente relazione:

$$G(s) = \frac{\omega}{V_a} = \frac{1}{C_M} \cdot \frac{1}{\tau_e \tau_m s^2 + \tau_m s + 1}$$

Ponendo  $s = j\omega$  risulta poi, per la valutazione della risposta in frequenza, la seguente espressione:

$$G(j\omega) = \frac{1}{C_M} \cdot \frac{1}{\tau_e \tau_m (j\omega)^2 + \tau_m j\omega + 1}$$

Sviluppando si ottiene infine:

$$G(j\omega) = \frac{1}{C_M} \cdot \frac{1}{-\tau_e \tau_m \omega^2 + \tau_m j\omega + 1}$$

In funzione dei parametri della macchina vengono definiti la *pulsazione naturale*  $\omega_n$  e lo *smorzamento*  $\xi$ :

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{\tau_e \tau_m}}$$

$$\xi = 0,5 \sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_e}}$$

In corrispondenza dello *smorzamento critico* ( $\xi = 1$ ) risulta:

$$\tau_m = 4\tau_e$$

In sede di progetto è opportuno evitare un *andamento oscillante nella risposta* ( $\xi < 1$ ) aumentando il valore di  $\tau_m$ .

La soluzione migliore è quella per cui risulta

$$\tau_m \gg 4\tau_e$$

condizione alla quale corrispondono due soluzioni reali e distinte (tanto più distanti tra loro quanto più  $\tau_m$  supera  $4\tau_e$ ).

Quando le soluzioni sono reali e distinte è possibile scrivere la f.d.t. nelle seguenti forme semplificate:

$$G(j\omega) = \frac{1}{C_M} \cdot \frac{1}{(1 + j\omega\tau_m)(1 + j\omega\tau_e)}$$

$$G(s) = \frac{1}{C_M} \cdot \frac{1}{(1 + s\tau_m)(1 + s\tau_e)}$$



## Studio sistemico del controllo ad anello aperto della velocità di un motore

Lo *schema impiantistico* relativo a un controllo ad anello aperto della velocità di un motore in continua viene riportato in FIGURA 15; in esso si distinguono:

- il *generatore di riferimento*, costituito dall'*alimentatore E* e dal *potenziometro P*;
- il *generatore d'impulsi GI*, che produce gli impulsi da inviare ai *gate* dei diodi controllati;
- il *ponte raddrizzatore semicontrollato*;
- il *motore in continua a eccitazione indipendente*;
- il *riduttore R* con il *carico meccanico* collegato.

Il *generatore di riferimento*, il *generatore d'impulsi* e il *ponte raddrizzatore* costituiscono, nel loro insieme, il *regolatore*; il *motore in continua* e il *riduttore* rappresentano il *sistema controllato*.

Il *generatore di riferimento*, come evidenziato in FIGURA 16, può essere costituito da un *potenziometro rotativo* alimentato da un generatore di tensione variabile.

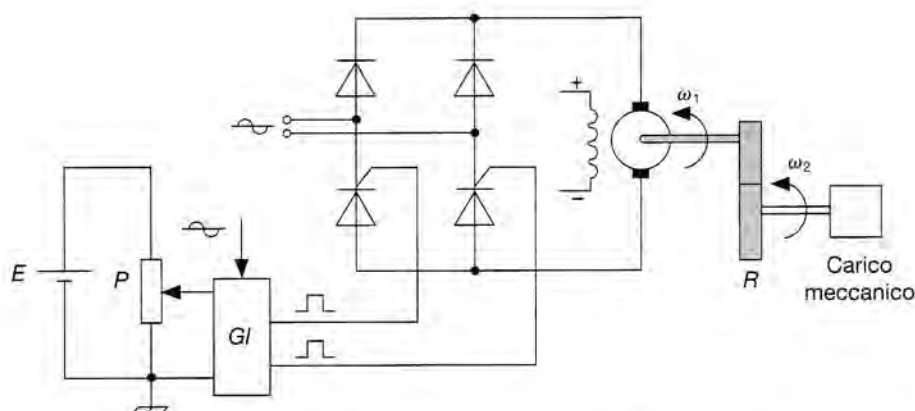


FIGURA 15  
Schema impiantistico  
del controllo ad anello  
aperto della velocità  
di un motore in continua.

Regolando l'angolo  $\alpha$  del potenziometro tra  $0^\circ$  e un valore massimo (per esempio  $330^\circ$ ), varia di conseguenza la tensione  $V$  inviata al *generatore d'impulsi* che controlla la conduzione del ponte e quindi la tensione applicata al motore.

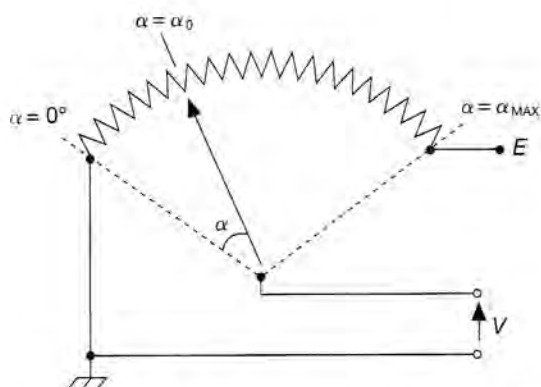


FIGURA 16  
Generatore di riferimento.

Il guadagno del generatore di riferimento viene espresso come rapporto fra la tensione di alimentazione e l'angolo massimo del potenziometro, ovvero in  $V/^\circ C$ .

Per ottenere l'angolo corrispondente alla tensione che si vuole ottenere è sufficiente dividere tale tensione per il guadagno del blocco.

Il **riduttore meccanico** si rende necessario quando il carico meccanico deve lavorare a un numero di giri inferiore a quello del motore.

Come schematizzato in FIGURA 17, il riduttore è costituito da una *ruota motrice* accoppiata al motore tramite l'*albero motore* e da una *ruota condotta* accoppiata al carico meccanico tramite un *albero condotto*; la *ruota motrice* trascina nel suo movimento la *ruota condotta*.

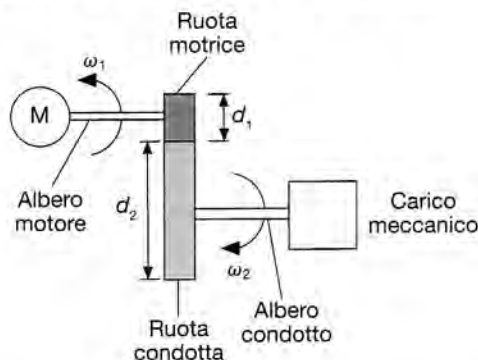


FIGURA 17  
Riduttore meccanico.

Le velocità angolari  $\omega_1$  e  $\omega_2$  delle ruote motrice e condotta sono legate ai rispettivi diametri  $d_1$  e  $d_2$  da una relazione di proporzionalità inversa:

$$\omega_1 \cdot d_2 = \omega_2 \cdot d_1$$

### ESEMPIO 1

Utilizzando un sistema di controllo ad anello aperto si vuole regolare la velocità di un carico meccanico utilizzando un motore in continua di cui si conoscono i seguenti dati di targa:

- tensione nominale 200 V;
- velocità nominale 3000 giri/min;
- velocità massima 3200 giri/min;
- velocità minima 2800 giri/min.

Si hanno inoltre a disposizione:

- un circuito di alimentazione costituito da un alimentatore accoppiato a un potenziometro rotativo con angolo massimo pari a  $330^\circ$ ;
- un modulo di potenza con costante di guadagno 20 che fornisce al motore la tensione di alimentazione.

Sapendo che il carico meccanico deve girare alla velocità di 309 giri/min, si richiede di determinare:

- la tensione continua necessaria per alimentare il motore alla velocità richiesta;
- il valore della tensione di riferimento necessario per ottenere la velocità richiesta;
- l'angolo del potenziometro corrispondente alla velocità richiesta.

### Soluzione

Non essendo prevista l'analisi del sistema durante il transitorio, i blocchi possono essere considerati semplicemente proporzionali.

#### Tensione di alimentazione del motore

Un riduttore meccanico deve provvedere a portare

la velocità del motore a 309 giri/min; fissato a 1/10 il guadagno del riduttore, è evidente che il diametro della ruota condotta deve essere dieci volte più grande di quello della ruota motrice.

La velocità all'albero motore è di 3090 giri/min compresa quindi tra i valori minimo e massimo.

La costante di guadagno del motore si ricava dai dati di targa come rapporto tra velocità nominale e tensione nominale; risulta:

$$G_m = \frac{n_n}{V_n} = \frac{3000}{200} = 15 \text{ giri / V} \cdot \text{min}$$

Il motore deve quindi essere alimentato alla tensione:

$$V_2 = \frac{n_1}{G_m} = \frac{3090}{15} = 206 \text{ V}$$

#### Tensione di riferimento

La tensione in ingresso al modulo di potenza deve quindi essere pari a:

$$V_1 = \frac{V_2}{G_{mp}} = \frac{206}{20} = 10,3 \text{ V}$$

#### Angolo del potenziometro

Supponendo per il circuito di alimentazione una tensione massima pari a 11 V, la costante di guadagno del generatore di riferimento vale:

$$G_{gr} = \frac{V_{max}}{\alpha_{max}} = \frac{11}{330} = 0,033 \text{ V/}^\circ$$

Per ottenere una tensione di 10,3 V bisogna quindi regolare il potenziometro su un angolo pari a:

$$\alpha = \frac{10}{0,033} = 309^\circ$$

### ESEMPIO 2

Un sistema di controllo ad anello aperto deve essere in grado di regolare la velocità di un carico meccanico utilizzando un motore in continua di cui si conoscono i seguenti dati di targa:

- tensione nominale 180 V;
- velocità nominale 2880 giri/min;
- velocità massima 3190 giri/min;
- velocità minima 600 giri/min.

La velocità richiesta per il carico meccanico è di 296 giri/min.

La tensione di alimentazione del motore viene fornita attraverso un amplificatore di potenza che ha costante di guadagno pari a 14,8.

Si richiede di:

- scegliere il riduttore a ingranaggi adatto per questo tipo di applicazione;
- calcolare la costante di guadagno del motore;
- calcolare il valore della tensione di alimentazione del motore necessaria per ottenere la velocità richiesta;
- calcolare la tensione d'ingresso del modulo di potenza;
- dimensionare in modo opportuno il generatore di riferimento.

### Soluzione

Non essendo prevista l'analisi del sistema durante il



transitorio, i blocchi possono essere considerati semplicemente proporzionali.

### Scelta del riduttore

L'utilizzo del riduttore a ingranaggi è giustificato dal fatto che non è possibile far lavorare il motore a 296 giri/min, velocità inferiore a quella minima consentita per il motore (600 giri/min).

Scegliendo un riduttore con rapporto di riduzione 1/10, la velocità del motore vale 2960 giri/min, inferiore a quella massima consentita (3190 giri/min); il rapporto di riduzione rappresenta in pratica la costante di guadagno del riduttore.

### Costante di guadagno del motore

Per ricavare la tensione di alimentazione del motore si deve determinare la costante di guadagno del motore che si ottiene utilizzando la relazione:

$$G_m = \frac{n_n}{V_n} = \frac{2880}{180} = 16 \text{ giri/V} \cdot \text{min}$$

### Tensione di alimentazione del motore

Per ottenere una velocità di 2960 giri/min il motore deve quindi essere alimentato alla tensione:

$$V_a = \frac{n}{G_m} = \frac{2960}{16} = 185 \text{ V}$$

### Tensione d'ingresso del modulo di potenza

Risultando pari a 14,8 la costante di guadagno del modulo di potenza, la sua tensione d'ingresso risulta dalla seguente relazione:

$$V_i = \frac{V_a}{G_{mp}} = \frac{185}{14,8} = 12,5 \text{ V}$$

### Dimensionamento del generatore di riferimento

La tensione di riferimento può essere fornita attraverso un potenziometro alimentato a 15 V.

## 9 Studio sistemico del controllo ad anello chiuso della velocità di un motore

Lo *schema impiantistico* relativo a un controllo ad anello chiuso della velocità di un motore in continua viene riportato in FIGURA 18; in esso si distinguono i seguenti elementi:

- nodo di confronto e amplificatore operazionale;
- generatore d'impulsi;
- ponte raddrizzatore monofase totalcontrollato;
- motore in continua con eccitazione indipendente;
- dinamo tachimetrica;
- condizionatore di segnale (partitore di tensione).

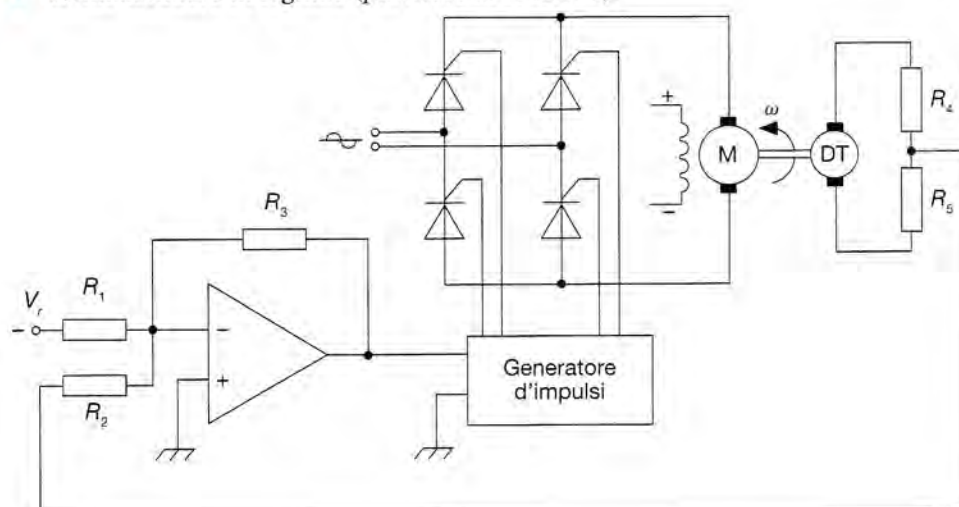


FIGURA 18  
Schema impiantistico del controllo ad anello chiuso della velocità di un motore.



Un sistema di controllo ad anello chiuso deve essere in grado di mantenere al valore di regime di 3000 giri/min la velocità di un carico meccanico utilizzando un motore in continua.

Il generatore di riferimento fornisce una tensione pari a 9 V in corrispondenza del valore di regime.

Le costanti di guadagno dei blocchi motore, dinamico tachimetrica e modulo di potenza valgono rispettivamente:

- $G_m = 15 \text{ giri/min} \cdot \text{V}$
- $G_{dt} = 0,06 \text{ V} \cdot \text{giri/min}$
- $G_{mp} = 20$

Le costanti di tempo del modulo di potenza e del motore valgono rispettivamente:

- $\tau_{mp} = 10 \text{ ms}$
- $\tau_s = 100 \text{ ms}$
- $\tau_m = 1 \text{ s}$

Il sistema deve essere progettato in modo tale che, in presenza di retroazione, riduca dal 10% allo 0,1% gli effetti prodotti da un disturbo additivo sull'uscita.

Dopo aver discusso inizialmente sulla stabilità del sistema, si richiede di dimensionare il condizionatore di segnale e l'amplificatore di segnale.

Considerando poi un intervallo di regolazione attorno al valore di regime di  $\pm 300 \text{ giri/min}$  e di aver polarizzato il modulo di potenza in modo tale che l'errore risulti nullo al centro dell'intervallo di regolazione, si desidera valutare:

- l'errore dovuto alla presenza del disturbo additivo;
- l'errore statico alla velocità di 3100 giri/min;
- l'errore statico alla velocità di 3300 giri/min;
- la velocità effettiva del motore per un valore teorico di 3000 giri/min in presenza di disturbo;

- la velocità effettiva del motore per un valore teorico di 3100 giri/min in presenza di disturbo;
- la velocità effettiva del motore per un valore teorico di 3300 giri/min in presenza di disturbo.

## Soluzione

Si procede inizialmente con l'analisi della stabilità.

Supponendo il ramo di retroazione semplicemente proporzionale, note le costanti di tempo, si deve calcolare il guadagno d'anello in modo tale da soddisfare le specifiche che riguardano i disturbi additivi:

$$d_r \% = \frac{d\%}{1 + A(0)k}$$

Per valori di guadagno d'anello abbastanza elevati si può ritenere valida la relazione approssimata:

$$A(0)k \approx \frac{d\%}{d_r \%} \geq \frac{10}{0,1} \geq 100$$

Tenendo conto delle costanti di tempo (esprese in secondi) la f.d.t. d'anello assume la seguente forma:

$$AB(j\omega) = \frac{100}{(1 + j\omega)(1 + j\omega 0,1)(1 + j\omega 0,01)}$$

Per le pulsazioni di taglio corrispondenti ai poli si hanno i seguenti valori:

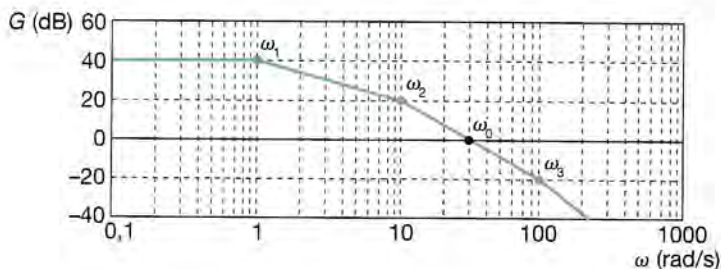
$$\omega_1 = \frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{1} = 1 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\tau_s} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{\tau_{mp}} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ rad/s}$$

Il diagramma di Bode delle ampiezze corrispondente viene riportato in FIGURA 19.

FIGURA 19  
Diagramma di Bode  
delle ampiezze.



È evidente che la costante di tempo del modulo di potenza non influisce sul punto di attraversamento a 0 dB.

Il punto di attraversamento a 0 dB avviene con pendenza -2; per verificare se il sistema è sufficientemente stabile bisogna procedere calcolando il margine di fase.

## Calcolo del margine di fase

Tenendo conto che il diagramma del modulo taglia l'asse a 0 dB esattamente nel punto di mezzo dell'intervallo compreso tra 10 rad/s e 100 rad/s, la pulsazione di attraversamento a 0 dB vale:

$$\omega_0 = 10^{1,5} = 31,6 \text{ rad/s}$$

Per il calcolo del margine di fase si ha:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \arctan(\omega_0/\omega_1) = \arctan(31,6/1) = 88^\circ \\ \varphi_2 &= \arctan(\omega_0/\omega_2) = \arctan(31,6/10) = 72^\circ \\ \varphi_3 &= \arctan(\omega_0/\omega_3) = \arctan(31,6/100) = 17^\circ\end{aligned}$$

Risulta quindi:

$$\Sigma \varphi_i = 88^\circ + 72^\circ + 17^\circ = 177^\circ$$

$$m.d.f. = 180^\circ - \Sigma \varphi_i = 180^\circ - 177^\circ = 3^\circ$$

Il valore non è compatibile con la stabilità.

### Stabilizzazione con rete correttrice

Per stabilizzare il sistema si deve ricorrere a una rete correttrice; non vincolati da limiti restrittivi sulla prontezza di risposta, si può provare a utilizzare una rete ritardatrice caratterizzata dalla presenza di un polo e di uno zero.

Per ottenere una prolungata pendenza  $-1$  la rete deve essere progettata in modo tale che:

- il polo sia di almeno una decade più piccolo del primo polo della f.d.t. d'anello;
- lo zero compensi il secondo polo.

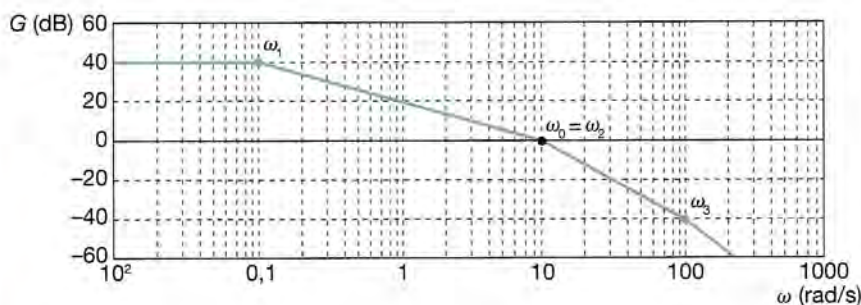


FIGURA 20  
Diagramma di Bode delle ampiezze.

Per verificare se il sistema è sufficientemente stabile si procede a una verifica sul margine di fase:

$$\varphi_1 = \arctan(\omega_0/\omega_1) = \arctan(10/0,1) = 89^\circ$$

$$\varphi_2 = \arctan(\omega_0/\omega_2) = \arctan(10/10) = 45^\circ$$

$$\varphi_3 = \arctan(\omega_0/\omega_3) = \arctan(10/100) = 6^\circ$$

Risulta quindi:

$$\Sigma \varphi_i = 89^\circ + 45^\circ + 6^\circ = 140^\circ$$

$$m.d.f. = 180^\circ - \Sigma \varphi_i = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Il margine di fase è sufficiente per una stabilità certa.

Per il dimensionamento dei componenti della rete correttrice deve risultare:

$$10 = (R_1 + R_2)C$$

$$1 = R_2 C$$

Ponendo  $C = 10 \mu\text{F}$ , il sistema risulta verificato per  $R_1 = 900 \text{ k}\Omega$  ed  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ .

Lo schema elettrico della rete correttrice viene riportato in FIGURA 21.

La f.d.t. della rete correttrice assume pertanto la forma seguente:

$$G(j\omega) = \frac{(1 + j\omega 10)}{(1 + j\omega)}$$

La nuova f.d.t. complessiva ad anello aperto, dopo la semplificazione dello zero con il polo, assume la forma:

$$AB(j\omega) = \frac{100}{(1 + j\omega 0,1)(1 + j\omega 10)(1 + j\omega 10)}$$

Per la posizione dei poli si hanno i seguenti valori:

$$\omega_1 = \frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\tau_e} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{\tau_{mp}} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ rad/s}$$

Il diagramma di Bode delle ampiezze, rappresentato in FIGURA 20, evidenzia il fatto che la pulsazione di attraversamento a 0 dB avviene nel punto in cui si verifica il cambiamento di pendenza da  $-1$  a  $-2$  e cioè a una pulsazione pari a 10 rad/s.

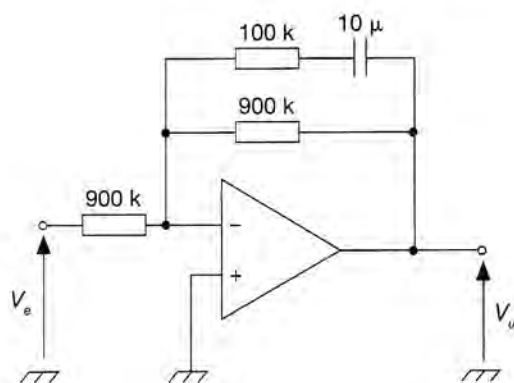


FIGURA 21  
Schema elettrico della rete correttrice.

### Dimensionamento del condizionatore di segnale

Per le condizioni imposte sul segnale di riferimento risulta:

$$9 = G_{cs} G_{at} 3000$$



in cui  $G_{cs}$  è la costante di guadagno del condizionatore di segnale; si ottiene quindi:

$$G_{cs} = \frac{9}{3000 G_{dt}} = \frac{9}{3000 \cdot 0,06} = 0,05$$

#### Dimensionamento dell'amplificatore di segnale

Indicando con  $G_{as}$  la costante di guadagno dell'amplificatore di segnale, dalla relazione

$$A(0)k = G_{as} G_{mp} G_m G_{cs} G_{dt}$$

si ricava:

$$G_{cs} = \frac{A(0)k}{G_{mp} G_m G_{cs} G_{dt}} = \frac{100}{20 \cdot 15 \cdot 0,5 \cdot 0,06} = 111$$

#### Analisi dei disturbi

Il disturbo additivo, in presenza di retroazione, introduce un errore dello 0,1%; risulta quindi:

$$d = \frac{n_0 d\%}{100} = \frac{3000 \cdot 0,1}{100} = 3 \text{ giri/min}$$

Il sistema è di tipo 0; a 3100 giri/min l'errore statico vale:

$$e_1 = \frac{n_2 - n_1}{A(0)k} = \frac{3300 - 3100}{100} = 1 \text{ giro/min}$$

A 3300 giri/min, estremo superiore dell'intervallo di regolazione, l'errore statico risulta massimo e vale:

$$e_2 = \frac{n_2 - n_0}{A(0)k} = \frac{3300 - 3000}{100} = \frac{100}{100} = 3 \text{ giri/min}$$

La velocità effettiva si ottiene sottraendo alla velocità teorica gli effetti prodotti dai disturbi (sovrapposizione degli effetti).

A 3000 giri/min (centro dell'intervallo di regolazione), quando è nullo l'errore statico, la velocità effettiva vale:

$$n_{0e} = n_0 - d = 3000 - 3 = 2997 \text{ giri/min}$$

A 3100 giri/min la velocità effettiva vale:

$$n_{1e} = n_2 - e_1 - d = 3100 - 1 - 3 = 3096 \text{ giri/min}$$

A 3300 giri/min la velocità effettiva vale:

$$n_{2e} = n_2 - e_2 - d = 3300 - 3 - 3 = 3294 \text{ giri/min}$$



## 14 Controllo di posizione

Il controllo di posizione degli spostamenti effettuati da un *organo mobile* viene reso possibile dall'impiego dei *trasduttori di posizione*.

Ciò può avvenire per esempio in corrispondenza di:

- spostamenti lineari, come quello del braccio di un pistone;
- spostamenti rotatori, come quelli comandati dalla rotazione di un motore.

In particolare viene proposto l'esempio del controllo di posizione di un motore in continua in quanto strettamente connesso al controllo di velocità.

Anche in questo caso il sistema controllato è il motore ma la grandezza controllata non è più la velocità di rotazione ma la sua posizione angolare.

Dal punto di vista sistemico lo schema a blocchi del sistema di controllo è sostanzialmente identico nella struttura a quello di velocità a patto di sostituire il *trasduttore di velocità* con il *trasduttore di posizione*.

Di conseguenza si evidenziano ancora tutti gli altri elementi costitutivi tipici di un sistema retroazionato:

- nodo di confronto;
- amplificatore di segnale;
- modulo di potenza;
- motore;
- condizionatore di segnale.

Normalmente i motori impiegati per questo tipo di controllo sono di piccola potenza.

Non essendoci in genere compatibilità tra motore e trasduttore viene di solito interposto tra di essi un *riduttore di giri* che non influisce sulle informazioni relative alla posizione angolare.

Lo schema a blocchi del controllo viene proposto in FIGURA 35.

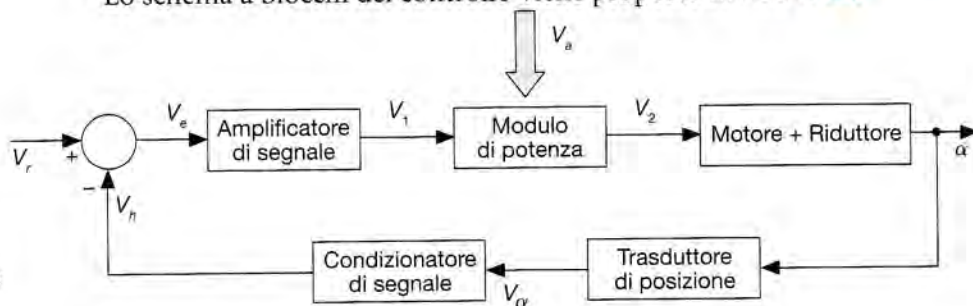


FIGURA 35  
Schema a blocchi  
del controllo di posizione  
di un motore.

## 15 Trasduttori di posizione

- I **trasduttori di posizione** sono dispositivi atti a individuare lo spostamento di un oggetto, la sua presenza o la sua prossimità.

In relazione al tipo di applicazione possono per esempio rilevare:

- la posizione angolare di un oggetto;
- l'inclinazione di un oggetto;
- il livello assunto da un liquido.

Nei trasduttori analogici si fanno corrispondere a degli spostamenti una grandezza di uscita, in genere una tensione o una corrente elettrica, proporzionale entro certi limiti alla grandezza rilevata.

Vengono di seguito descritte le caratteristiche dei principali tipi di trasduttori per il controllo analogico e cioè:

- *trasduttori a potenziometro;*
- *encoder.*

## 15.1 Trasduttori a potenziometro

► I **trasduttori a potenziometro** basano il loro funzionamento sulla relazione di proporzionalità esistente fra la lunghezza di un conduttore e la sua resistenza.

Le loro principali caratteristiche sono:

- la *corsa utile*, ossia il massimo spostamento rilevabile;
- la *risoluzione*, ossia il minimo spostamento rilevabile;
- la *velocità di spostamento*;
- la *temperatura di funzionamento*.

Il **potenziometro rettilineo** può rilevare delle *grandezze lineari*, il **potenziometro rotativo** delle *grandezze angolari*.

Agli estremi della resistenza vengono collegati i morsetti di alimentazione  $A$  e  $B$ ; la tensione d'uscita viene prelevata fra il morsetto  $C$  (cursore) e uno dei due estremi che viene preso come riferimento.

Il cursore è collegato all'organo mobile di cui si vuole determinare la posizione; l'organo mobile, spostandosi, determina il movimento del cursore e la variazione del valore di resistenza tra il cursore stesso e un morsetto preso come riferimento; ne consegue una variazione della tensione d'uscita.

Lo schema relativo ai collegamenti elettrici di un potenziometro rotativo viene proposto in FIGURA 36.

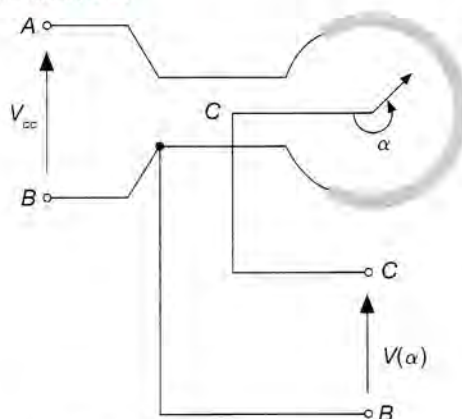


FIGURA 36  
Collegamento elettrico  
di un potenziometro  
rotativo.

Nello schema vengono indicati:

- con  $V_{CC}$  la tensione di alimentazione;
- con  $\alpha$  lo spostamento angolare del cursore;
- con  $V(\alpha)$  la tensione proporzionale allo spostamento.

### 15.3 Encoder

- Un **encoder** è un tipico trasduttore digitale che può misurare spostamenti lineari o rotazionali.

Il rilevamento della posizione di un organo mobile può avvenire utilizzando:

- un *encoder incrementale*;
- un *encoder assoluto*.

L'**encoder incrementale** misura il solo spostamento angolare rispetto a una posizione iniziale ma non la posizione assoluta.

Contando gli impulsi si riesce a determinare lo spostamento angolare del disco in quanto a ogni impulso corrisponde una rotazione pari a  $360^\circ/N$ , ove  $N$  è il numero dei fori.

La misura risulta tanto più precisa quanto più elevato è il numero dei fori.

L'**encoder assoluto** è in grado di fornire direttamente la posizione angolare di un organo mobile senza conoscere la posizione iniziale.

Elemento caratterizzante è il *disco fotoinciso* che presenta una struttura abbastanza complessa.

La maschera, formata da *zone opache* e da *zone trasparenti*, deve essere progettata in modo tale da fornire in uscita un codice che può essere per esempio binario naturale, BCD o Gray.

In FIGURA 39 viene proposto un esempio di maschera per *codice binario* sulla quale vengono rappresentati i simboli del sistema esadecimale.

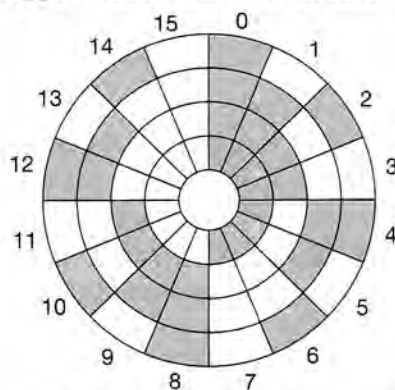


FIGURA 39  
Maschera per codice  
binario.

Il disco viene suddiviso in sedici settori a ciascuno dei quali corrisponde un simbolo.

Ciascun settore viene a sua volta suddiviso in tante tracce quanti sono i



bit del codice d'uscita (in questo caso quattro); altrettanti devono essere i sistemi emettitore/ricevitore ai quali è affidato il compito della decodifica.

Indicando 0 con una zona opaca e 1 con una zona trasparente, si evidenzia per esempio il fatto che:

- al simbolo 0 vengono associate quattro zone opache;
- al simbolo F(15) quattro zone trasparenti.

In FIGURA 40 viene proposto un esempio di maschera per codice Gray sulla quale vengono rappresentati i simboli del sistema esadecimale.

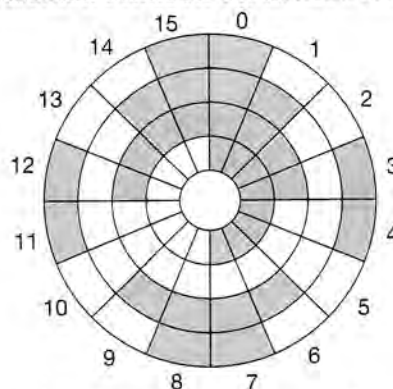


FIGURA 40  
Maschera per codice Gray.

La precisione dell'encoder viene definita tramite la *risoluzione* che è inversamente proporzionale a  $2^n$ , essendo  $n$  il numero di bit del codice d'uscita;  $2^n$  è anche il numero di settori di cui è costituito il disco.

In commercio esistono anche modelli che utilizzano codici a 12 bit.

## 16 Studio sistemico del controllo di posizione ad anello chiuso di un motore in continua

Il fatto di dover controllare la posizione e non la velocità di un motore introduce delle modifiche importanti al sistema di controllo per i seguenti motivi:

- tra velocità e posizione esiste un legame matematico ben preciso (dalla fisica è infatti noto che la velocità esprime la variazione dello spazio nel tempo) che introduce nella f.d.t. del motore un polo nell'origine (in termini matematici un blocco con queste caratteristiche viene detto integratore);
- la presenza del riduttore implica l'introduzione della costante di proporzionalità  $G_r$ .

Il *trasduttore di posizione* (per esempio un potenziometro) non introduce invece delle novità in quanto le caratteristiche sono ancora quelle di un blocco proporzionale con costanti di guadagno  $G_p$ .

In relazione a queste considerazioni la FIGURA 41 riporta quella parte di schema a blocchi del sistema di controllo che riguarda il gruppo motore-riduttore-potenzimetro.

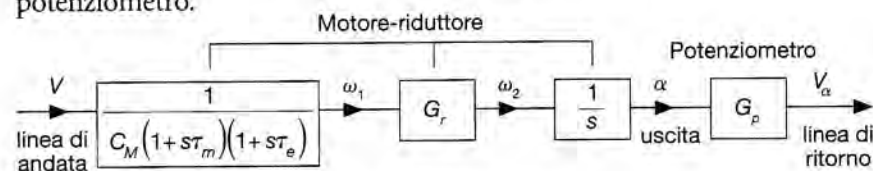


FIGURA 41  
Schema a blocchi del gruppo motore-riduttore-potenzimetro.

Le grandezze coinvolte assumono il seguente significato:

- $\omega_1$  è la velocità dell'albero motore;
- $\omega_2$  è la velocità dell'albero condotto;
- $\alpha$  è la posizione angolare del carico meccanico;
- $V_\alpha$  è la tensione corrispondente alla posizione angolare;
- $V_a$  è la tensione che alimenta il motore.

La f.d.t. del gruppo motore-riduttore-potenziometro, intesa come rapporto tra la tensione corrispondente alla posizione angolare e la tensione che alimenta il motore, assume nel suo complesso la forma seguente:

$$G(s) = \frac{V_\alpha}{V_a} = \frac{G_r G_p}{C_M s(1 + s\tau_m)(1 + s\tau_e)}$$

In essa si riconoscono le espressioni tipiche di:

- un blocco del secondo ordine proprio del motore (con costante di macchina  $C_M$  e costanti di tempo elettrica e meccanica  $\tau_e$  e  $\tau_m$ );
- un blocco proporzionale con costante di guadagno  $G_r$  proprio del riduttore;
- un blocco corrispondente a un polo nell'origine (fattore  $1/s$ );
- un blocco proporzionale con costante di guadagno  $G_p$  proprio del potenziometro.

## 16.1 Tipo di controllo

La presenza del polo nell'origine rende il controllo di posizione di tipo uno contrariamente al controllo di velocità che è di tipo zero; le conseguenze che ne derivano sono importanti per la valutazione dell'errore statico e della stabilità del sistema.

Si ricorda che in un sistema di tipo uno il segnale errore assume un valore nullo in corrispondenza di un ingresso a gradino e un valore finito in corrispondenza di un ingresso a rampa.

Caratteristica di questo tipo di controllo è che il raggiungimento della posizione finale comporta un annullamento della tensione di alimentazione del motore e di conseguenza del segnale errore, situazione che non accade nel caso di un controllo di velocità; questo perché anche una minima tensione di alimentazione comporterebbe una variazione della posizione.

La variabile controllata deve in pratica seguire l'andamento del segnale di riferimento nel modo più fedele possibile; un esempio viene riportato in FIGURA 42.

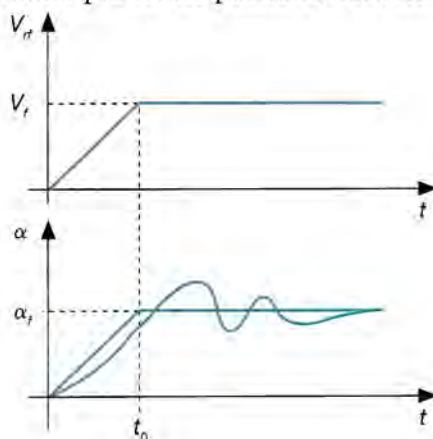


FIGURA 42  
Risposta a un ingresso a rampa di un sistema per il controllo di posizione.



Applicando un segnale di riferimento a rampa lineare fino all'istante  $t_0$  e poi costante, la variabile controllata dovrebbe assumere anch'essa in modo graduale il medesimo andamento; l'andamento reale del segnale, rappresentato con un tratto più marcato, differisce da quello ideale per i seguenti motivi:

- fino all'istante  $t_0$  è presente un errore di velocità che è sempre diverso da zero;
- a partire dall'istante  $t_0$  è presente un errore di posizione che tende ad annullarsi al termine di un transitorio che nel caso della figura presenta delle oscillazioni.

A regime il valore finale della posizione angolare  $\alpha_f$  deve risultare proporzionale alla tensione di riferimento  $V_{rf}$ .

## 15.2 Specifiche di progetto

I requisiti che deve presentare un sistema per il controllo di posizione riguardano:

- il margine di fase;
- l'errore di velocità;
- le caratteristiche della risposta al gradino e alla rampa.

Se le specifiche di progetto non sono rispettate, le caratteristiche del regolatore possono essere modificate aggiungendo in parallelo all'amplificatore di segnale un blocco derivatore in modo tale da formare un regolatore PD.

### ESEMPIO 6

Un sistema per il controllo di posizione di tipo analogico presenta la seguente f.d.t. d'anello:

$$AB(s) = \frac{31,6}{(1+s0,316)(1+s0,01)s}$$

Si richiede di:

- verificare la stabilità del sistema e il calcolo del margine di fase;
- utilizzare un regolatore PD per incrementare il margine di fase;
- determinare in particolare il valore della costante derivativa  $K_d$  essendo pari a 10 la costante  $K_p$  del regolatore proporzionale e supponendo di posizionare lo zero del regolatore in corrispondenza del primo polo del sistema;
- valutare l'errore di posizione in risposta a un segnale a rampa con coefficiente angolare unitario sia prima sia dopo l'introduzione del regolatore.

### Soluzione

Si analizza inizialmente la stabilità del sistema.

Passando dalla variabile  $s$  alla variabile  $j\omega$  e considerando la f.d.t. d'anello

$$AB(j\omega) = \frac{31,6}{(1+j\omega0,316)(1+j\omega0,01)j\omega}$$

si ricavano le seguenti pulsazioni di taglio:

$$\omega_1 = \frac{1}{0,316} = 3,16 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{0,001} = 1000 \text{ rad/s}$$

Il diagramma di Bode delle ampiezze presenta inizialmente pendenza  $-1$  che si mantiene fino al primo polo situato a metà della prima decade (3,16 rad/s); si prende come riferimento per il tracciamento del diagramma la pulsazione di 1 rad/s, valore in corrispondenza del quale il guadagno vale 31,6 ovvero 30 dB; si ottiene pertanto il grafico riportato in FIGURA 43.

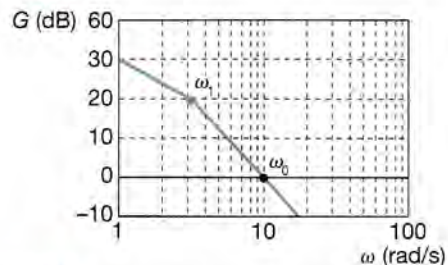


FIGURA 43 Diagramma di Bode delle ampiezze del sistema di controllo privo di regolatore.



È evidente che il punto di attraversamento a 0 dB avviene con pendenza -2 preceduta da pendenza -1 alla pulsazione di 10 rad/s.

Secondo i criteri esposti si rientra pertanto nel caso di stabilità.

Per il margine di fase si ha:

$$\varphi_1 = \arctan(\omega_0/\omega_1) = \arctan(10/3,16) = 72^\circ$$

$$\varphi_2 = \arctan(\omega_0/\omega_2) = \arctan(10/1000) = 6^\circ$$

Aggiungendo i  $90^\circ$  dovuti alla presenza del polo nell'origine risulta quindi:

$$\Sigma\varphi_i = 72^\circ + 6^\circ + 90^\circ = 168^\circ$$

$$m.d.f. = 180^\circ - \Sigma\varphi_i = 180^\circ - 168^\circ = 12^\circ$$

Il margine di fase non risulta quindi sufficiente.

### Progetto del regolatore

La f.d.t. del regolatore PD risulta dalla relazione:

$$G(j\omega) = K_p \left( 1 + \frac{K_d}{K_p} j\omega \right) \quad G_R(s) = 10 \left( 1 + \frac{s}{3,16} \right)$$

Risultando  $K_p$  pari a 10 e dovendo coincidere il primo polo del sistema con lo zero introdotto dal regolatore, deve risultare:

$$\frac{K_d}{10} = 0,316 \quad \frac{K_d}{K_p} = 3,16$$

Ne consegue  $K_d = 3,16$ .

La nuova f.d.t. del sistema assume quindi la forma seguente:

$$AB(j\omega) = \frac{31,6 \cdot 10}{(1 + j\omega 0,001)j\omega} = \frac{316}{(1 + j\omega 0,001)j\omega}$$

Risulta pertanto una sola pulsazione di taglio pari a 1000 rad/s; il diagramma di Bode delle ampiezze presenta inizialmente pendenza -1 che si mantiene fino al polo; si prende come riferimento per il tracciamento del diagramma la pulsazione di 1 rad/s, valore in corrispondenza del quale il guadagno vale 316 ovvero 50 dB; si ottiene pertanto il diagramma di Bode delle ampiezze riportato in FIGURA 44.

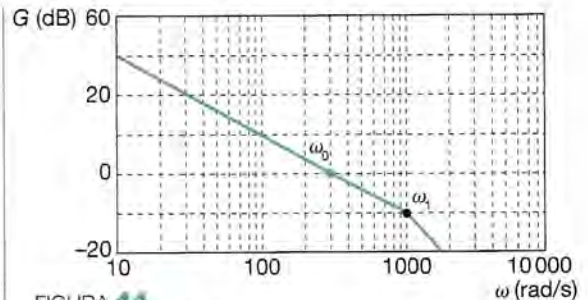


FIGURA 44

Diagramma di Bode delle ampiezze del sistema di controllo complessivo del regolatore.

È evidente che il punto di attraversamento a 0 dB avviene con pendenza -1 a metà della terza decade ovvero alla pulsazione di 316 rad/s.

Secondo i criteri esposti si rientra pertanto nel caso di stabilità.

Per il margine di fase si ha:

$$\varphi_1 = \arctan(\omega_0/\omega_1) = \arctan(316/1000) = 18^\circ$$

Aggiungendo i  $90^\circ$  dovuti alla presenza del polo nell'origine risulta quindi:

$$\Sigma\varphi_i = 18^\circ + 90^\circ = 108^\circ$$

$$m.d.f. = 180^\circ - \Sigma\varphi_i = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

Il valore risulta superiore ai  $12^\circ$  ottenuti senza l'ausilio del regolatore.

### Errore di velocità

Essendo il sistema di tipo uno, in caso di retroazione proporzionale e in assenza di regolatore risulta:

$$A(0)k = 10$$

$$e(\infty) = \frac{1}{A(0)k} = \frac{1}{31,6} = 0,0316$$

In percentuale si ha un errore di velocità pari al 3,16%.

In presenza di regolatore si ha invece:

$$A(0)k = 316$$

$$e(\infty) = \frac{1}{A(0)k} = \frac{1}{316} = 0,00316$$

In percentuale si ha un errore di velocità pari allo 0,316%.