SEGNALI

- SEGNALE (v/i) : RAPPRESENTA L'EVOLUZIONE TEMPORALE DI UNA TENSIONE O CORRENTE
  [È INDICATO CONVENZIONALMENTE CON LETTERA MINUSCOLA; È UNA FUNZIONE DEL TEMPO t : $v(t)/i(t)$]
- FORMA D'ONDA (fdO) : È L'INSIEME DEI VALORI ISTANTANEI ASSUNTI DAL SEGNALE
- SEGNALE CONTINUO : È COSTANTE NEL TEMPO
- SEGNALE PERIODICO : SI RIPETE CICLICAMENTE DOPO UN CERTO INTERVALLO DI TEMPO, DETTO PERIODO, (INDICATO CON T)
  LA FREQUENZA DEL SEGNALE RAPPRESENTA IL NUMERO DI PERIODI AL SECONDO $\left(f = \frac{1}{T}\right)$, E SI MISURA IN HERTZ (Hz).
- SEGNALE UNIDIREZIONALE : ASSUME VALORI SEMPRE POSITIVI O NEGATIVI RISPETTO AD UN RIFERIMENTO (MASSA)
- SEGNALE BIDIREZIONALE : ASSUME VALORI SIA POSITIVI CHE NEGATIVI
- SEGNALE ALTERNATO : SEGNALE PERIODICO BIDIREZIONALE A VALOR MEDIO NULLO
  (fdO SIMMETRICA RISPETTO AL RIFERIMENTO DI ZERO)

VALOR MEDIO
DI UN SEGNALE PERIODICO

$$V_m = \frac{1}{T}\int_T v\,dt \qquad \int_T v\,dt \text{ AREA DELLA fdO IN UN PERIODO}$$

VALORE EFFICACE
DI UN SEGNALE PERIODICO

$$V_{EFF} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T v^2\,dt} \qquad \int_T v^2\,dt \text{ AREA DEL QUADRATO DELLA fdO IN UN PERIODO}$$

RAPPRESENTA IL VALORE CONTINUO CHE, APPLICATO AD UNA RESISTENZA, PRODUCE GLI STESSI EFFETTI ENERGETICI DEL SEGNALE VARIABILE (CIOÈ FORNISCE UNA POTENZA PARI ALLA POTENZA MEDIA DEL SEGNALE VARIABILE). INDICATO ANCHE COME VALORE RMS (DALL'INGLESE: ROOT MEAN SQUARE)

" LA POTENZA FORNITA ALLA RESISTENZA R DA UNA CORRENTE COSTANTE I_{EFF} È

$$P = R\,I_{EFF}^2 \qquad \left[\,P = \frac{V_{EFF}^2}{R}\,\right]$$

LA POTENZA MEDIA SU UN PERIODO FORNITA ALLA STESSA RESISTENZA R DA UNA CORRENTE VARIABILE i È

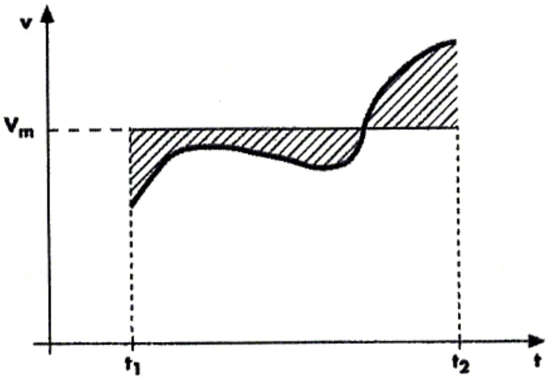
$$P = \frac{1}{T}\int_T R\,i^2\,dt \qquad \left[\,P = \frac{1}{T}\int_T \frac{v^2}{R}\,dt\,\right]$$

UGUAGLIANDO LE 2 ESPRESSIONI SI RICAVA

$$I_{EFF} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T i^2\,dt} \qquad \left[\,V_{EFF} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T v^2\,dt}\,\right]$$ "

VALOR MEDIO DI UN SEGNALE NON PERIODICO

- GENERICA FUNZIONE DEL TEMPO $v(t)$

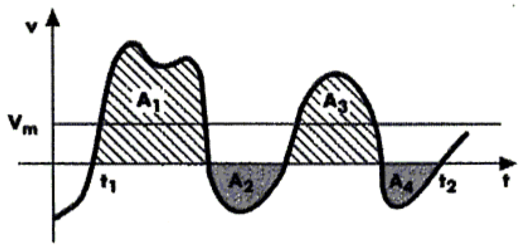


VALOR MEDIO NELL'INTERVALLO $t_1 - t_2$

$$V_m = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v \, dt$$

IL VALOR MEDIO RAPPRESENTA L'ALTEZZA DEL RETTANGOLO DI BASE PARI ALL'INTERVALLO CONSIDERATO E AREA UGUALE A QUELLA SOTTESA DALLA FUNZIONE NELLO STESSO INTERVALLO -
[RAPPRESENTA IL VALORE AL DI SOPRA E AL DI SOTTO DEL QUALE LE AREE DELLA FUNZIONE SONO UGUALI (IN VALORE ASSOLUTO)]

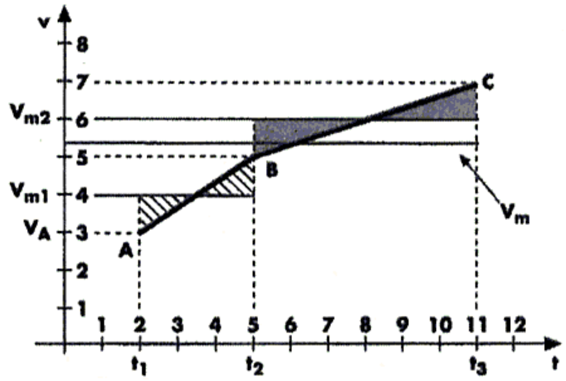
- SEGNALE BIDIREZIONALE



$$V_m = \frac{A_1 + A_3 - A_2 - A_4}{t_2 - t_1}$$

IL VALOR MEDIO SI OTTIENE CALCOLANDO L'AREA SOTTESA DALLA CURVA SUPERIORMENTE E INFERIORMENTE ALL'ASSE t -

ES. CALCOLO VALOR MEDIO DI UN SEGNALE NON PERIODICO



L'ANDAMENTO DELLA f d O È LINEARE A TRATTI :

- NELL'INTERVALLO $t_1 - t_2$ IL VALOR MEDIO È V_{m1} (A METÀ TRA V_A E V_B)
  LE SUPERFICI INDICATE NEL TRATTEGGIO SONO UGUALI
- NELL'INTERVALLO $t_2 - t_3$ IL VALOR MEDIO È V_{m2} (ALTEZZA DEL RETTANGOLO DI BASE $t_3 - t_2$ E AREA UGUALE A QUELLA DEL QUADRILATERO BCt_3t_2

IL VALOR MEDIO V_m È L'ALTEZZA DEL RETTANGOLO DI BASE $t_3 - t_1$ E AREA UGUALE A QUELLA DEL PENTAGONO $ABCt_3t_1$ -

IL VALOR MEDIO NON È UGUALE ALLA MEDIA DEI VALORI MEDI -

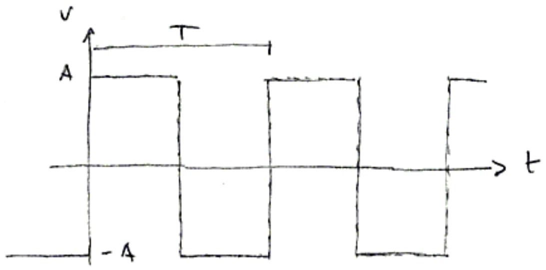
$$V_m = \frac{V_{m1}(t_2 - t_1) + V_{m2}(t_3 - t_2)}{t_3 - t_1}$$

VALOR MEDIO E VALORE EFFICACE DI UN SEGNALE PERIODICO

VALOR MEDIO $V_0 = \frac{1}{T}\int_T v\,dt$ $\quad \int_T v\,dt$ AREA DELLA f.d.O IN UN PERIODO

VALORE EFFICACE $V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T v^2\,dt}$ $\quad \int_T v^2\,dt$ AREA DEL QUADRATO DELLA f.d.O IN UN PERIODO

ES 1

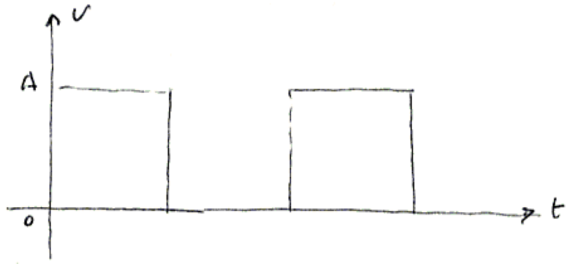


$$V_0 = \frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2} A\,dt + \int_{T/2}^{T} (-A)\,dt\right] = \frac{1}{T}\left[At\Big|_0^{T/2} + (-At)\Big|_{T/2}^{T}\right] = \frac{1}{T}\left\{A\frac{T}{2} - A\left[T-\frac{T}{2}\right]\right\} = \frac{A}{T}\left[\frac{T}{2}-\frac{T}{2}\right] = 0$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int v^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2} A^2\,dt + \int_{T/2}^{T} (-A)^2\,dt\right]} = \sqrt{\frac{1}{T}\left[A^2t\Big|_0^{T/2} + A^2t\Big|_{T/2}^{T}\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{A^2}{T}\left[\frac{T}{2} + \left(T-\frac{T}{2}\right)\right]} = A\sqrt{\frac{1}{T}\left[\frac{T}{2}+\frac{T}{2}\right]} = A\sqrt{\frac{1}{T}\cdot T} = A$$

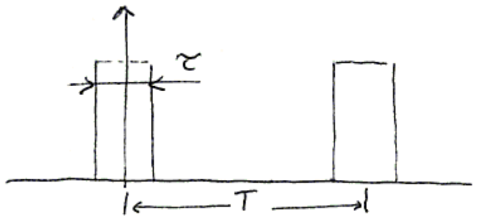
ES 2



$$V_0 = \frac{1}{T}\int_T v\,dt = \frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2} A\,dt + \int_{T/2}^{T} 0\,dt\right] = \frac{1}{T}At\Big|_0^{T/2} = \frac{1}{T}A\frac{T}{2} = \frac{A}{2}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2} A^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}A^2t\Big|_0^{T/2}} = \sqrt{\frac{A^2}{T}\cdot\frac{T}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

Es 3



duty cycle $\delta = \frac{\tau}{T}$

CICLO UTILE

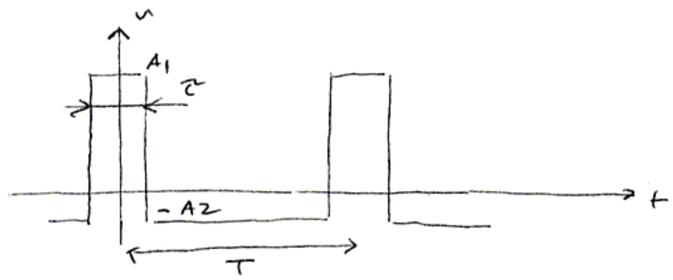
IL d.c. PUÒ ESSERE VALUTATO SIA RELATIVAMENTE ALLA DURATA τ DEL LIVELLO ALTO CHE ALLA DURATA DEL LIVELLO BASSO

$$v_0 = \frac{1}{T}\int_T v\,dt = \frac{1}{T}\left[\int_{-\tau/2}^{\tau/2} A\,dt + \int_{\tau/2}^{T-\tau/2} 0\,dt\right] = \frac{1}{T}At\Big|_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{1}{T}A\tau = A\frac{\tau}{T} = A\delta$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T v^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} A^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}A^2 t\Big|_{-\tau/2}^{\tau/2}} = \sqrt{\frac{1}{T}A^2\tau} = A\sqrt{\frac{\tau}{T}} = A\sqrt{\delta}$$

$V_{RMS} \geq V_0$ SEMPRE

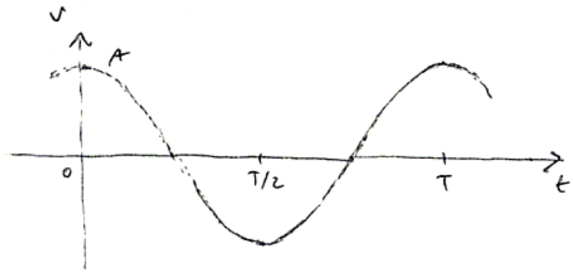
Es 4



$$v_0 = \frac{1}{T}\int_T v\,dt = \frac{A_1\tau - A_2(T-\tau)}{T}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int v^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left[A_1^2\tau + A_2^2(T-\tau)\right.}$$

ES 5

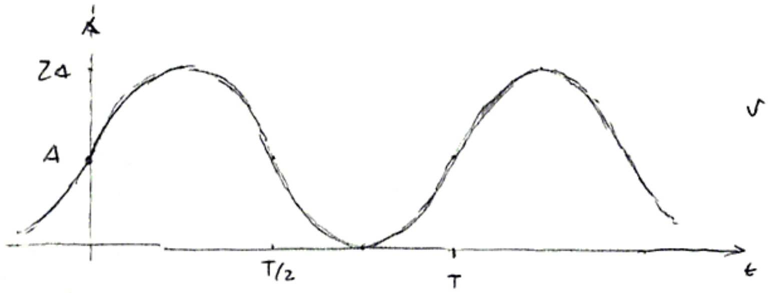


$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\qquad \omega T = 2\pi$

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_T v\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T A\cos\omega t\,dt = \frac{A}{T}\frac{\sin\omega t}{\omega}\Big|_0^T = \frac{A}{2\pi}\left(\sin\omega T - \sin 0\right) = 0$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T A^2\cos^2\omega t\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}A^2\int_0^T\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2\omega t\right)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}A^2\left[\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}\underbrace{\frac{\sin 2\omega T}{2\omega}}_{=0}\right]} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

ES 6



$v(t) = A + A\sin\omega t = A\left[1+\sin\omega t\right]$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

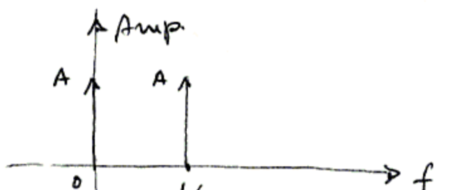
$$V_0 = \frac{1}{T}\int_T v\,dt = A$$

$$v^2 = A^2\left[1+\sin^2\omega t + 2\sin\omega t\right] = A^2\left[1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2\omega t + 2\sin\omega t\right] = A^2\left[\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\cos 2\omega t + 2\sin\omega t\right]$$

$$\int_T v^2\,dt = \int_T A^2\left[\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\cos 2\omega t + 2\sin\omega t\right]dt = A^2\int_T \frac{3}{2}\,dt = A^2\frac{3}{2}T$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}A^2\cdot\frac{3}{2}T} = A\sqrt{\frac{3}{2}}$$

SPETTRO DELLE AMPIEZZE DEL SEGNALE



$$V_{RMS} = \sqrt{A^2 + \frac{1}{2}A^2} = A\sqrt{1+\frac{1}{2}} = A\sqrt{\frac{3}{2}}$$

// SEGNALE PERIODICO CON COMPONENTE CONTINUA

$v(t) = V_0 + v_\alpha(t)$ $\qquad V_0$ valor medio

$V_\alpha(t)$ segnale periodico a valor medio nullo (segnale alternato)

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (V_0+v_\alpha)^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left(V_0^2+v_\alpha^2+2V_0v_\alpha\right)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^T V_0^2\,dt + \int_0^T v_\alpha^2\,dt + \int_0^T 2V_0v_\alpha\,dt\right]} =$$

$$= \sqrt{V_0^2 + v_{\alpha RMS}^2}$$

RADICE DEL QUADRATO DEL VALOR MEDIO + QUADRATO DEL VAL. EFFICACE DEL SEGNALE ALTERNATO

ES. SEGNALE PERIODICO CON COMPONENTE CONTINUA

UN SEGNALE PERIODICO HA VALOR MEDIO $V_0 = -3V$ E VALORE EFFICACE $V_{RMS} = 5V$
DETERMINARE IL VALORE EFFICACE DELLO STESSO SEGNALE

a) TRASLATO VERSO L'ALTO DI 5V

b) TRASLATO VERSO IL BASSO DI 5V.

INDICATO CON $V(t)$ IL SEGNALE PERIODICO CON COMPONENTE CONTINUA
CON V_0 IL SUO VALOR MEDIO (COMPONENTE CONTINUA)
CON $V_\alpha(t)$ IL SEGNALE PERIODICO A VALOR MEDIO NULLO (SEGNALE ALTERNATO)

RISULTA
$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 + V_{\alpha RMS}^2}$$

QUINDI
$$V_{\alpha RMS}^2 = V_{RMS}^2 - V_0^2$$
(QUADRATO DEL VALORE EFFICACE DEL SEGNALE ALTERNATO

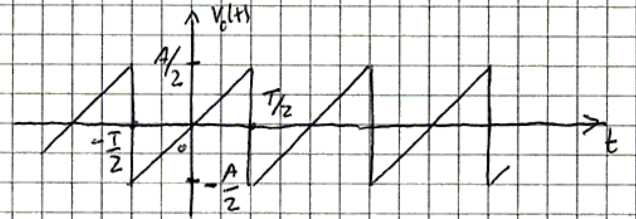
SOSTITUENDO
$$V_{\alpha RMS}^2 = 5^2 - (-3)^2 = 16\ V^2$$

a) TRASLATO VERSO L'ALTO DI 5V IL VALOR MEDIO DIVENTA
$$V_0' = -3 + 5 = +2V$$
$$V_{RMS}' = \sqrt{V_0'^2 + V_{\alpha RMS}^2} = \sqrt{2^2 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\ V$$

b) TRASLATO VERSO IL BASSO DI 5V IL NUOVO VALOR MEDIO DIVENTA
$$V_0'' = V_0 - 5 = -3 - 5 = -8V$$
$$V_{RMS}'' = \sqrt{V_0''^2 + V_{\alpha RMS}^2} = \sqrt{(-8)^2 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}\ V$$

SCRIVERE L'ESPRESSIONE DEL SEGNALE IN FIGURA E DETERMINARNE IL VALORE EFFICACE

(0)



$v_0(t)$ segnale periodico a valor medio nullo (alternato)

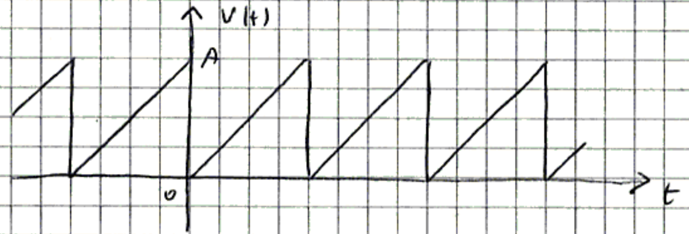
$$v_0(t) = \frac{A}{T} t \qquad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \qquad\qquad v_0(t + nT) = v(t)$$

$$v_0^2(t) = \frac{A^2}{T^2} t^2 \qquad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \frac{A^2}{T^2} t^2\,dt} = \sqrt{\frac{A^2}{T^3}\cdot\frac{1}{3}t^3\Big|_{-T/2}^{T/2}} =$$

$$= A\sqrt{\frac{1}{3T^3}\left[\left(\frac{T}{2}\right)^3 - \left(-\frac{T}{2}\right)^3\right]} = A\sqrt{\frac{1}{3\cancel{T^3}}\cdot\frac{2\cancel{T^3}}{2^3}} = A\sqrt{\frac{2}{3\cdot 2^3}} = \frac{A}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{A}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$$

(2)



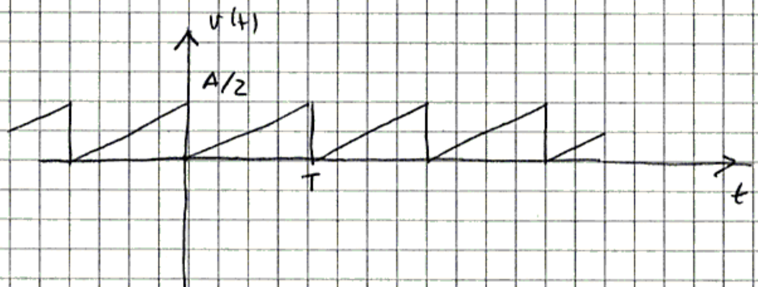
$$v(t) = \frac{A}{T} t \qquad 0 < t < T \qquad\qquad v(nT + t) = v(t)$$

$$v^2(t) = \frac{A^2}{T^2} t^2 \qquad 0 < t < T$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{A^2}{T^2} t^2\,dt} = \sqrt{\frac{A^2}{T^3}\cdot\frac{1}{3}t^3\Big|_0^T} =$$

$$= A\sqrt{\frac{1}{3\cancel{T^3}}\,\cancel{T^3}} = A\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$$

(3)



$$V_{RMS}(3) = \frac{A}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}$$

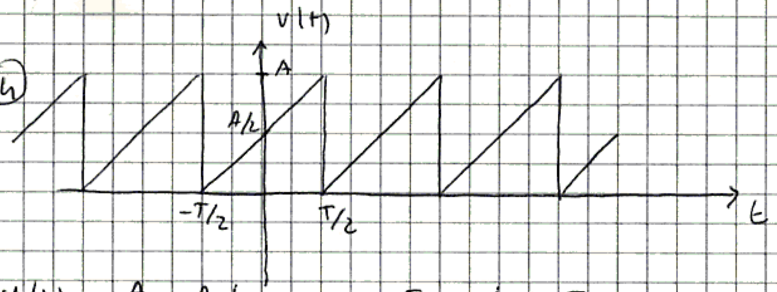
$$V_{RMS}(3) = V_{RMS}(0)$$

$$V_{RMS}(3) = \frac{1}{2} V_{RMS}(2)$$

$$v(t) = \frac{A/2}{T} t \qquad 0 < t < T$$

f d O (3) = f d O (2) di metà ampiezza ($A/2$)

④



$v(t) = \frac{A}{2} + \frac{A}{T} t \qquad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$

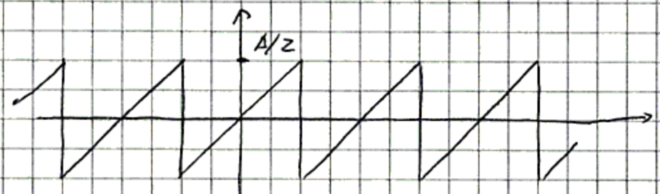
$v_4(t) = v_2\left(t+\frac{T}{2}\right) = \frac{A}{T}\left(t+\frac{T}{2}\right)$

fdO ④ = fdO ② traslate nel tempo $\rightarrow V_{RMS(4)} = V_{RMS(2)} = \frac{A}{\sqrt{3}}$

fdO ④ = fdO ⓪ rialzata (con valor medio $V_m = A/2$)

cioè fdO ⓪ + fdO ⑤

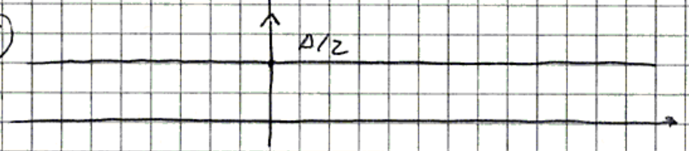
⓪



$V_m = 0$

$V_{RMS(0)} = \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$

⑤



$V_m = A/2$

$V_{RMS} = A/2$

$v_5(t) = V_m = \frac{A}{2}$

$v(t) = V_m + v_0(t)$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int (V_m + v_0)^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int \left(V_m^2 + v_0^2 + 2V_m v_0\right) dt} =$$

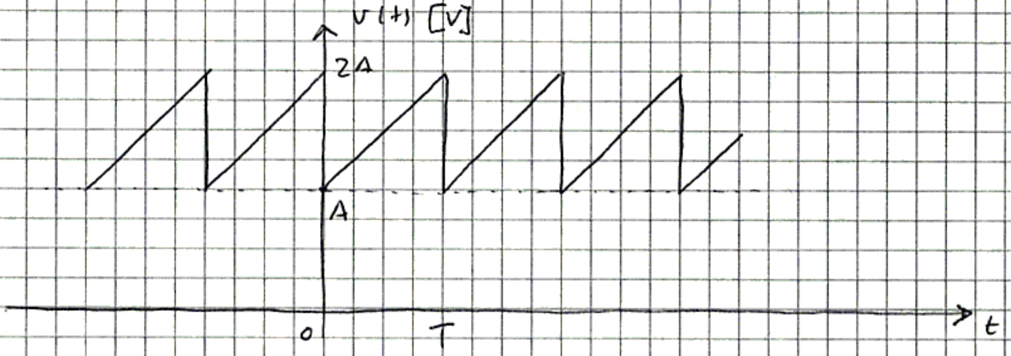
$$= \sqrt{\frac{1}{T}\left(\int V_m^2\,dt + \int v_0^2\,dt + \int 2V_m v_0\,dt\right)} = \sqrt{V_m^2 + v_{0RMS}^2}$$

$$V_{RMS}^2 = V_m^2 + v_{0RMS}^2$$

$$\frac{A^2}{3} = \frac{A^2}{4} + \frac{A^2}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{4}{12}A^2$$

SCRIVERE L'ESPRESSIONE DEL SEGNALE IN FIGURA

E DETERMINARNE IL VALORE EFFICACE



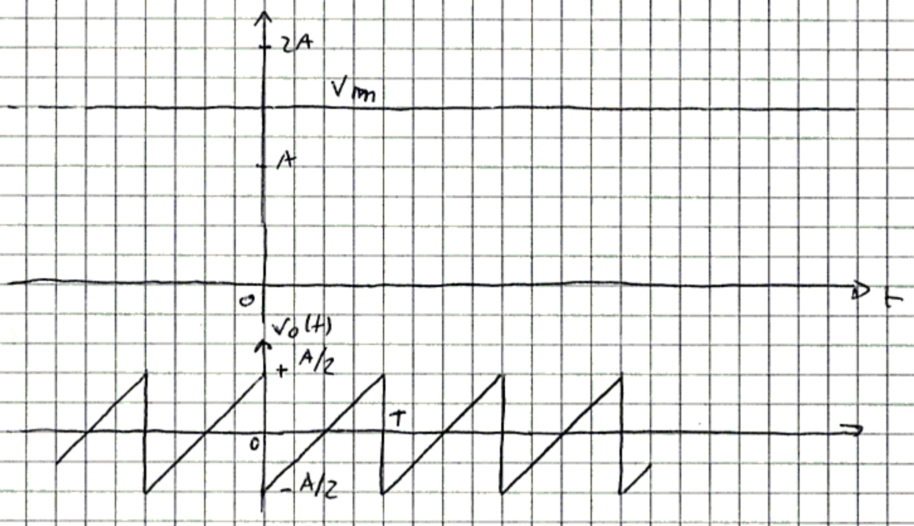
$$v(t) = A + \frac{A}{T}t = A\left(1 + \frac{t}{T}\right) \text{ V} \qquad 0 < t < T \qquad v(t + mT) = v(t)$$

$$v^2(t) = A^2\left(1 + \frac{t}{T}\right)^2 = A^2\left[1 + \frac{2t}{T} + \frac{t^2}{T^2}\right]$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T A^2\left(1 + \frac{2t}{T} + \frac{t^2}{T^2}\right)dt} = A\sqrt{\frac{1}{T}\left[t + \frac{2}{T}\frac{t^2}{2} + \frac{1}{3}\frac{t^3}{T^2}\right]_0^T} =$$

$$= A\sqrt{\frac{1}{T}\left[T + \cancel{\frac{2}{T}}\frac{T^{\cancel{2}}}{\cancel{2}} + \frac{1}{3}\frac{T^{\cancel{3}}}{\cancel{T^2}}\right]} = A\sqrt{\frac{1}{T}\left[2T + \frac{T}{3}\right]} = A\sqrt{2 + \frac{1}{3}} = A\sqrt{\frac{7}{3}} \text{ V}$$

$$v(t) = V_m + v_0(t)$$

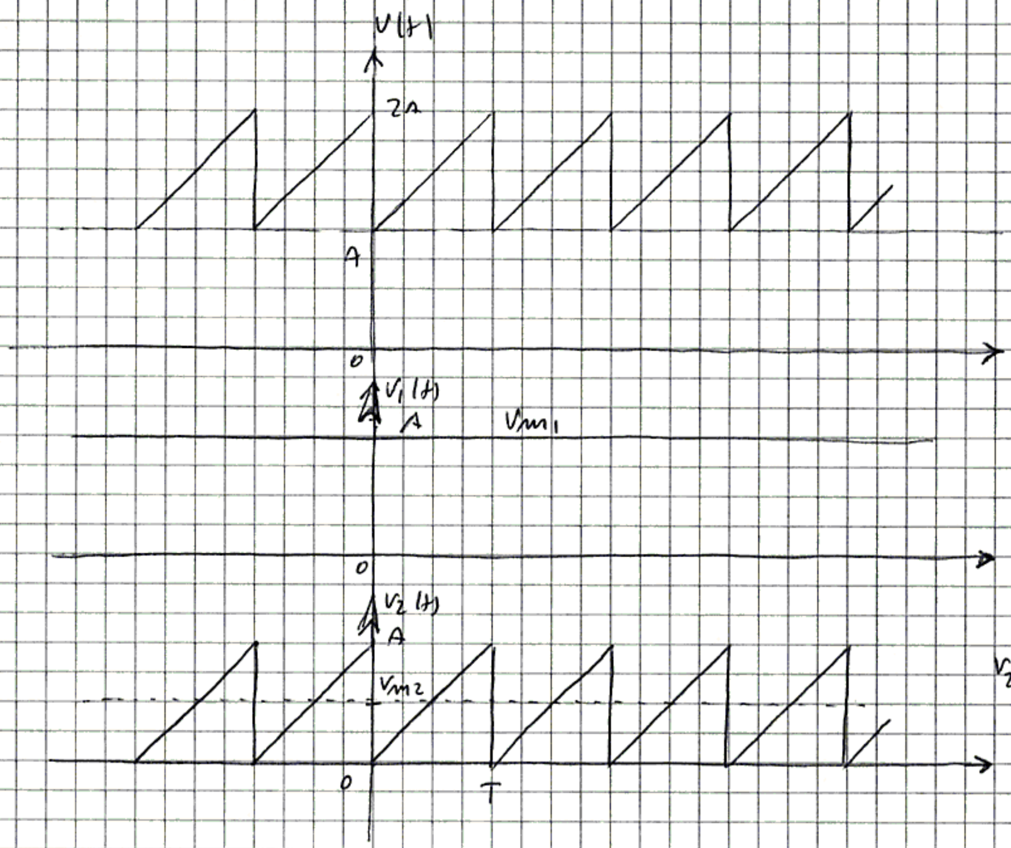


$$V_m = \frac{3}{2}A$$

$$v_0(t) = -\frac{A}{2} + \frac{A}{T}t \qquad 0 < t < T$$

$$V_{0RMS} = \frac{A}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{V_m^2 + V_{0RMS}^2} = \sqrt{\frac{9}{4}A^2 + \frac{A^2}{4}\cdot\frac{1}{3}} = A\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{12}} = A\sqrt{\frac{28}{12}} = A\sqrt{\frac{7}{3}} \text{ V}$$



$v_1(t) = A \qquad V_{m1} = A \qquad V_{RMS1} = A$

$$v_2(t) = A\frac{t}{T} = \frac{A}{2} + \underbrace{\left(-\frac{A}{2} + \frac{A}{T}t\right)} = V_{m2} + V_0(t)$$

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) = V_{m1} + V_{m2} + V_0 = V_m + V_0(t)$$

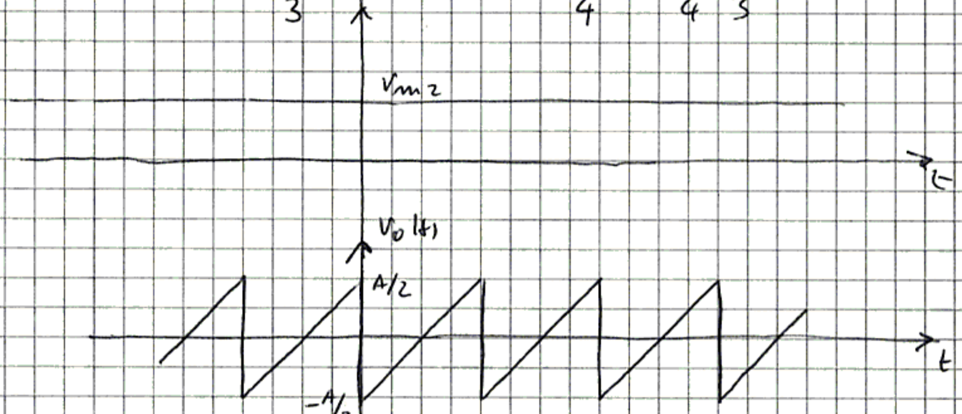
$$= \frac{3}{2}A + \left(-\frac{A}{2} + \frac{A}{T}t\right)$$

$$V_{RMS} = \sqrt{V_m^2 + V_{0RMS}^2} = \sqrt{(V_{m1} + V_{m2})^2 + V_{0RMS}^2}$$

$$V_{1RMS}^2 + V_{2RMS}^2 = V_{m1}^2 + V_{m2}^2 + V_{0RMS}^2 \neq V_{RMS}^2$$

$$A^2 + \frac{A^2}{3} = A^2 + \frac{A^2}{4} + \frac{A^2}{4}\cdot\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{4}{3}A^2 \neq \frac{7}{3}A^2\right)$$



il quadrato del valore efficace di una f.d.o. (somma di due f.d.o.)

NON È la somma dei quadrati dei valori efficaci delle due f.d.o.

CALCOLARE VALOR MEDIO E VALORE EFFICACE