NOME

1) La funzione di trasferimento d'anello di un sistema in retroazione negativa è

$$L = \frac{1000}{s\,(s+1)\,(s+100)}$$

a) determinare il margine di fase e la pulsazione corrispondente (graficamente con diagr di Bode)
b) scrivere le relazioni che consentono di calcolare analiticamente il margine di fase, il margine di guadagno e le pulsazioni corrispondenti
c) precisare se il sistema retroazionato è stabile oppure no
d) determinare il margine di guadagno utilizzando il criterio di Routh

2) Determinare margine di guadagno e margine di fase per il sistema in retroazione negativa la cui funzione di trasferimento d'anello è

$$GH = \frac{1}{s\,(s+10)}$$

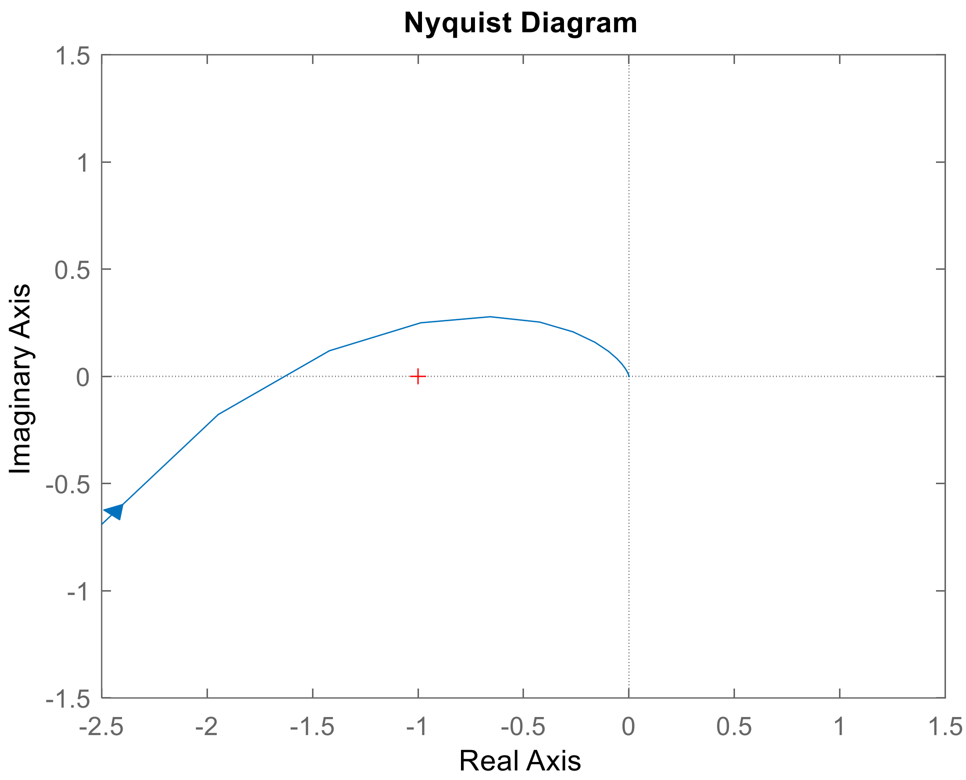
3) La funzione di trasferimento d'anello di un sistema in retroazione negativa è

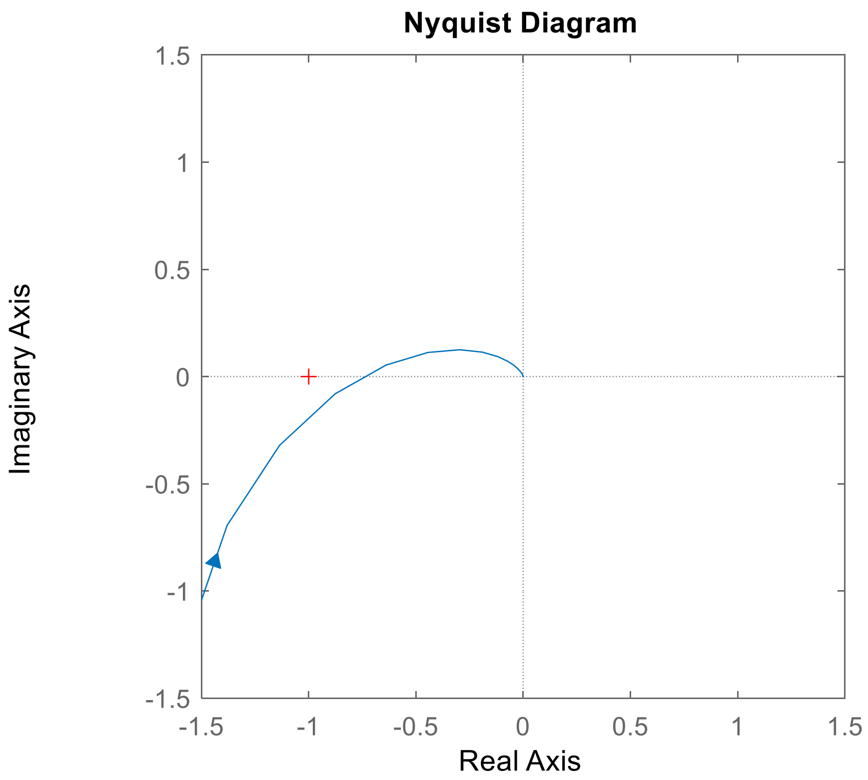
$$GH = \frac{1}{s^2\,(s+1)}$$

cosa si può dire riguardo alla stabilità del sistema in anello chiuso?

NOME

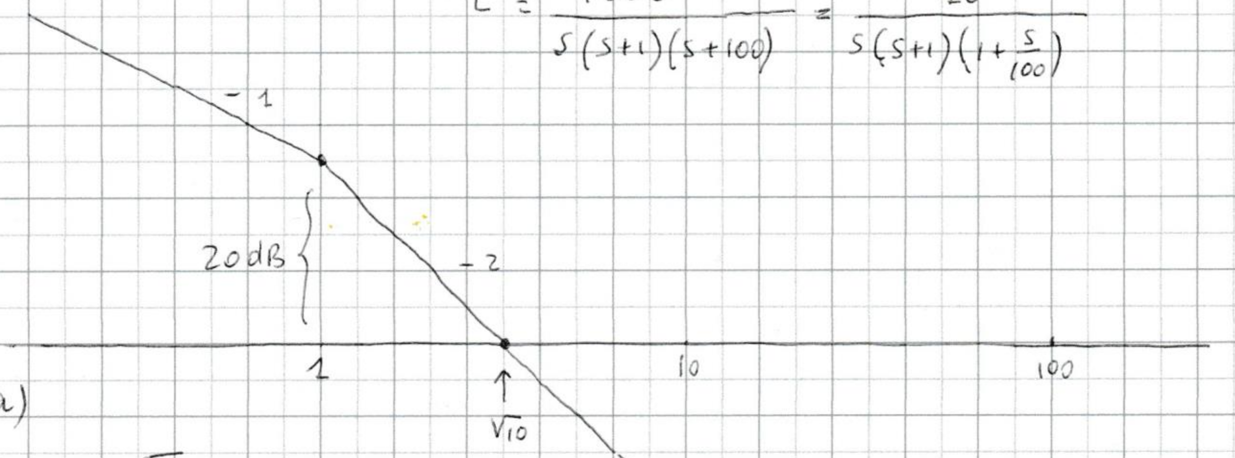
4) Nelle seguenti figure sono rappresentate le parti significative del diagramma polare di una funzione di trasferimento d'anello relativa ad un sistema in retroazione negativa con diverso guadagno. Indicare sui diagrammi: il punto critico, la fase critica, il margine di fase e il margine di guadagno, determinando approssimativamente quanto valgono, e specificare se i sistemi sono stabili o no.





1)

$$L = \frac{1000}{s(s+1)(s+100)} = \frac{10}{s(s+1)\left(1+\frac{s}{100}\right)}$$



a)

$\omega_c = \sqrt{10}$

$$\phi_c = -90^\circ - \operatorname{arctg}\sqrt{10} - \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{10}}{100} = -90^\circ - 72{,}45 - 1{,}81 = -164^\circ$$

$$\phi_m = 180^\circ - |\phi_c| = 16^\circ$$

margine di fase.

b) • PER DETERMINARE IL MARGINE DI FASE:

DALLA RISPOSTA IN FREQUENZA $L(j\omega) = \dfrac{10}{j\omega(1+j\omega)\left(1+\frac{j\omega}{100}\right)}$

SI DETERMINA ω_c IMPONENDO $|L(j\omega_c)| = 1$

QUINDI SI CALCOLA $\phi_c = -90^\circ - \operatorname{arctg}\omega_c - \operatorname{arctg}\dfrac{\omega_c}{100}$

POI SI CALCOLA $\phi_m = 180^\circ - |\phi_c|$

• PER DETERMINARE IL MARGINE DI GUADAGNO:

SI DETERMINA ω_π IMPONENDO $\angle L(j\omega_\pi) = -180^\circ$

OPPURE IMPONENDO $I_m L(j\omega_\pi) = 0$

QUINDI SI CALCOLA $|L(j\omega_\pi)|$

POI SI CALCOLA $K_m = \dfrac{1}{|L(j\omega_\pi)|}$ $\qquad K_{m\,dB} = -20\lg_{10}|L(j\omega_\pi)|$

margine di guadagno.

c) IL SISTEMA AD ANELLO CHIUSO È STABILE ($\phi_m > 0$, $K_m > 0$: CRIT. BODE)

d) CALCOLO MARGINE DI GUADAGNO CON ROUTH

SI MOLTIPLICA L PER UNA COSTANTE K (DA DETERMINARE)

LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO AD ANELLO CHIUSO È

$$F = \frac{KL}{1+KL} = \frac{KN_L}{KN_L + D_L}$$

N_L : NUMERATORE DI $L(s)$

D_L : DENOMINATORE DI $L(s)$

I POLI DI F SONO LE RADICI DELL'EQUAZIONE CARATTERISTICA $1+KL=0$

CIOÈ $KN_L + D_L = 0$

QUINDI

$$s(s+1)(s+100) + 1000K = 0$$

$$s^3 + 101s^2 + 100s + 1000K = 0$$

C. NEC X STAB. $K > 0$

TABELLA DI ROUTH

$$\begin{vmatrix} 1 & 100 & \\ 101 & 1000K & \\ \dfrac{101 \cdot 100 - 1000K}{101} & 0 \\ 1000K & & \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 101 & 10K \\ 101-10K & 0 \\ 10K & \end{vmatrix}$$

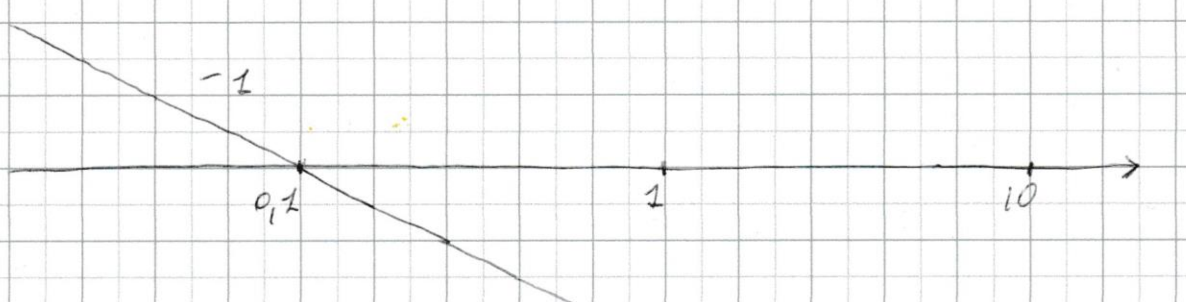
ASINTOT. STABILE SE $\begin{cases} K > 0 \\ K < 10,1 \end{cases} \rightarrow 0 < K < 10,1$

PER $K = 10,1$ RISULTANO 2 POLI IMMAGINARI

(LIMITE ESTREMO DI STABILITÀ)

$K = 10,1$ È IL MARGINE DI GUADAGNO

2) $GH = \dfrac{1}{s(s+10)} = \dfrac{0{,}1}{s\left(1+\frac{s}{10}\right)}$



$\omega_c = 0{,}1$ rad/s

$\phi_c = -90^\circ - \operatorname{arctg}\dfrac{0{,}1}{10} = -90^\circ - 0{,}6 = -90{,}6^\circ$

$\phi_m \simeq 90^\circ$ SICURAMENTE STABILE
x CRITERIO DI BODE $(\mu > 0,\ \phi_m > 0)$

MARGINE DI GUADAGNO È ∞ $\quad (\omega_\pi = \infty)$

3) $GH = \dfrac{1}{s^2(s+1)}$

LA FdT AD ANELLO CHIUSO È

$F = \dfrac{GH}{1+GH}$ $\rightarrow$ I SUOI POLI SONO LE RADICI DELL'EQUAZIONE CARATTERISTICA
$N_L + D_L = 0$

$s^2(s+1) + 1 = 0$

$s^3 + s^2 + 1 = 0$ $\rightarrow$

NON È SODDISFATTA LA CONDIZIONE NECESSARIA PER LA STABILITÀ

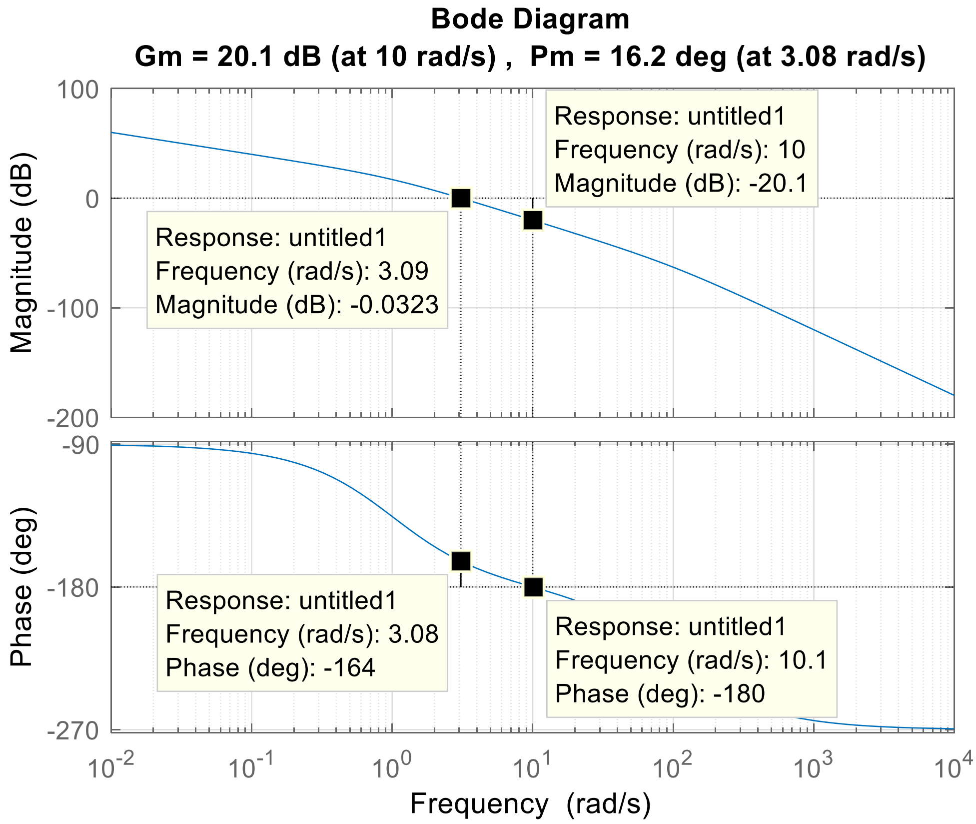
(MANCA IL TERMINE IN s DEL POLINOMIO, QUINDI C'È UN POLO DI F NEL SEMIPIANO DESTRO

4) SOLUZIONE CON MATLAB.

```
s=zpk('s');
L=1000/s/(s+1)/(s+100)
[z,p,k] = zpkdata(L,'v');L = zpk(z,p,k,'d','f')
```

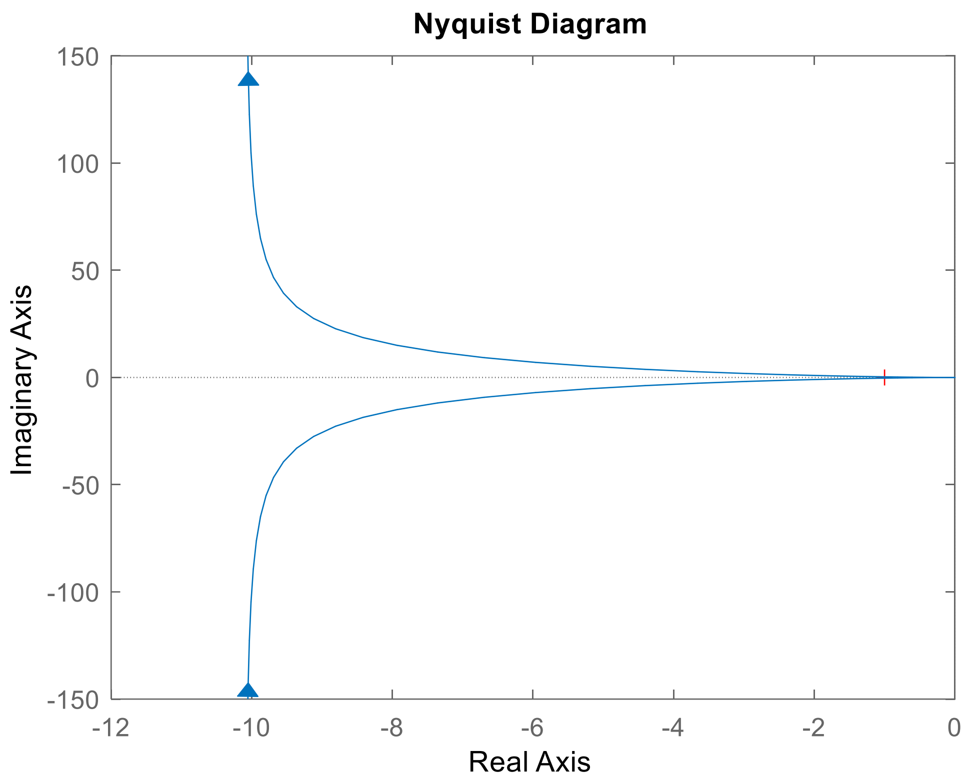
$$L = \frac{1000}{s\,(s+1)\,(s+100)} = \frac{10}{s\,(1+s)\,(1+s/100)}$$

```
[mag,phase,w]=bode(L);
margin(L)
```

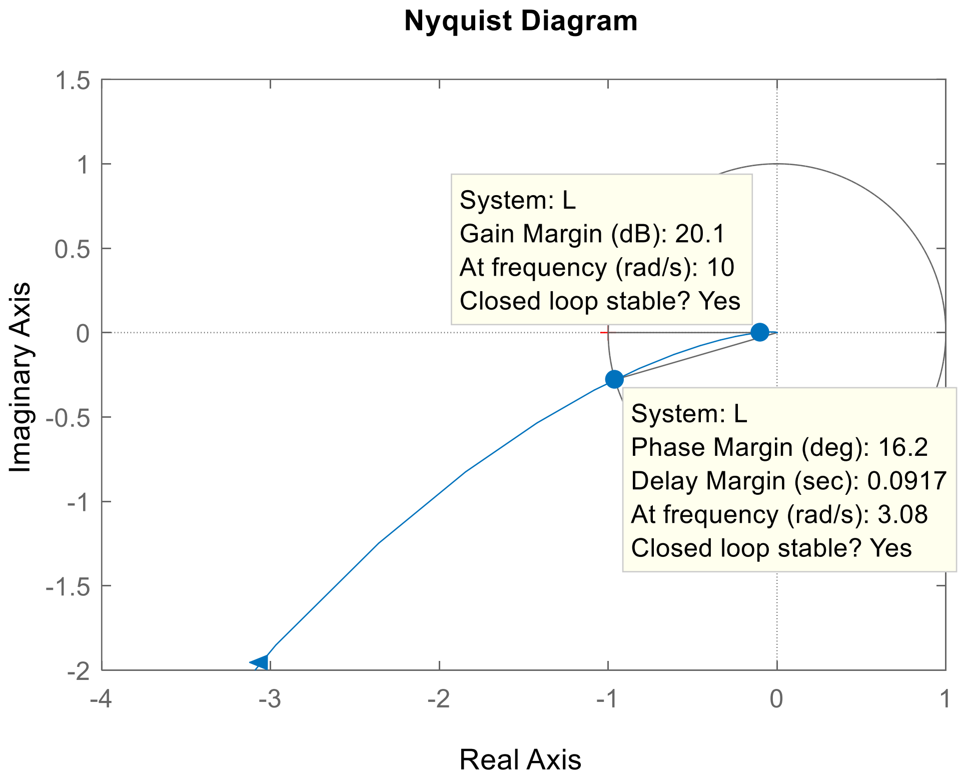



```
[Gm,Pm,Wgm,Wpm]=margin(L)

    Gm = 10.1000
    Pm = 16.2023
    Wgm = 10.0000
    Wpm = 3.0835
```

nyquist(L)

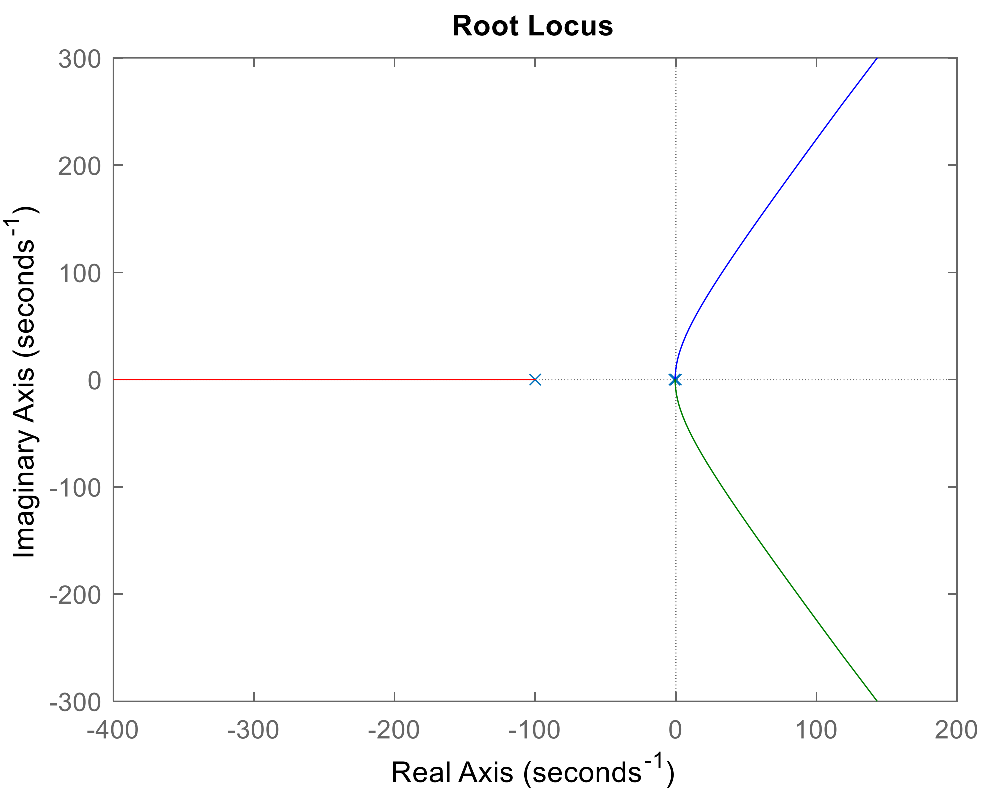


Zoom diagr polare (no freq negative)

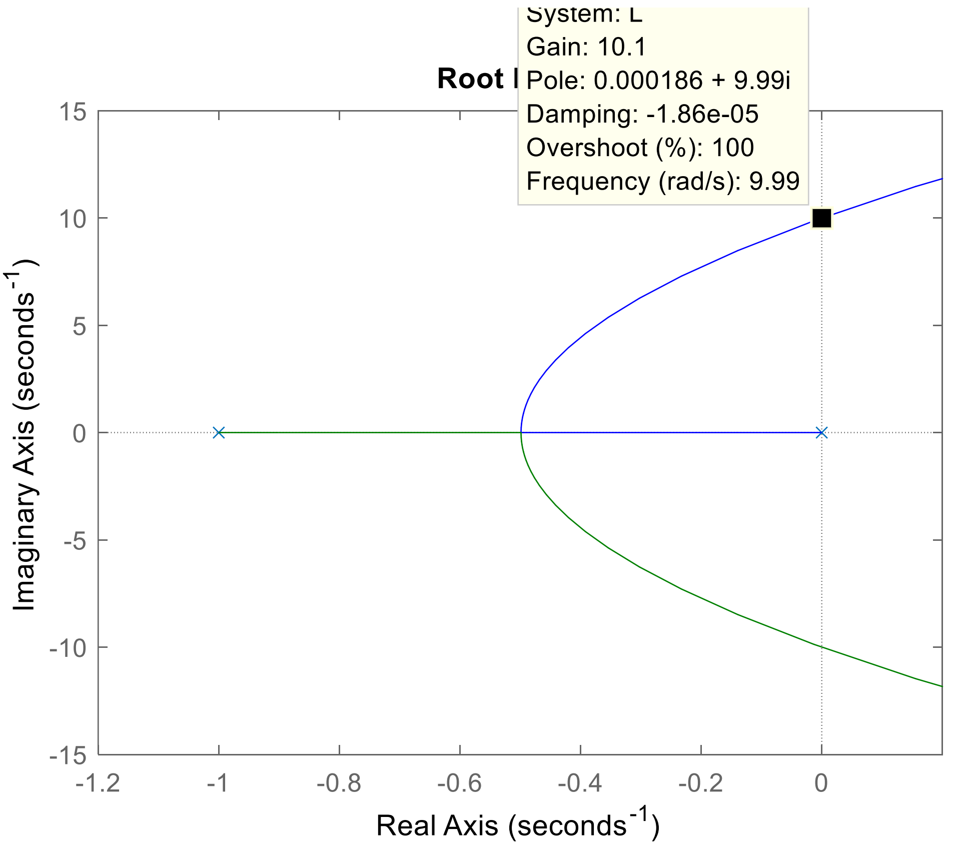


Luogo delle radici

rlocus(L)



Zoom



Margine di guadagno = 10.1

Routh Hurwitz NL+DL = s (s+1) (s+100)+1000 k

[1 100]
[101 1000*k]
[(101*100- 1000*k) 0]
[1000*k 0]

⇨ K<10.1

K=10.1

LK=L*K

$$LK = \frac{10100}{s\,(s+1)\,(s+100)}$$

F=feedback(LK,1)

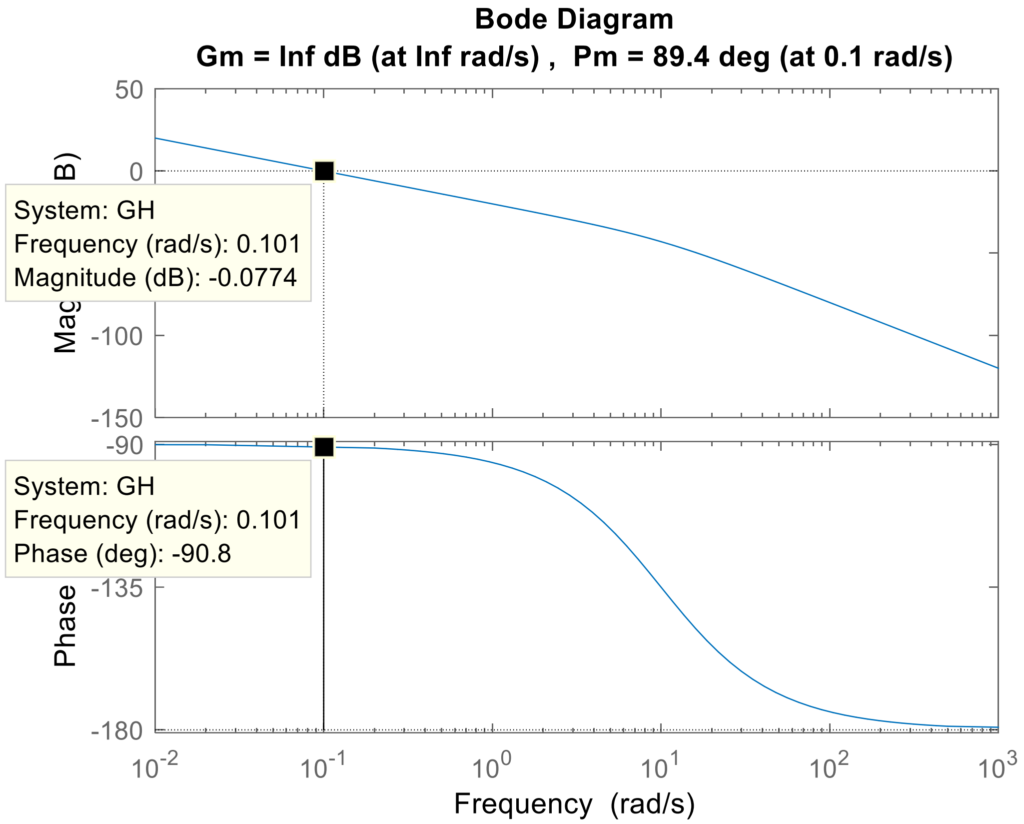
$$F = \frac{10100}{(s+101)\,(s^2 + 100)}$$

2 poli immaginari

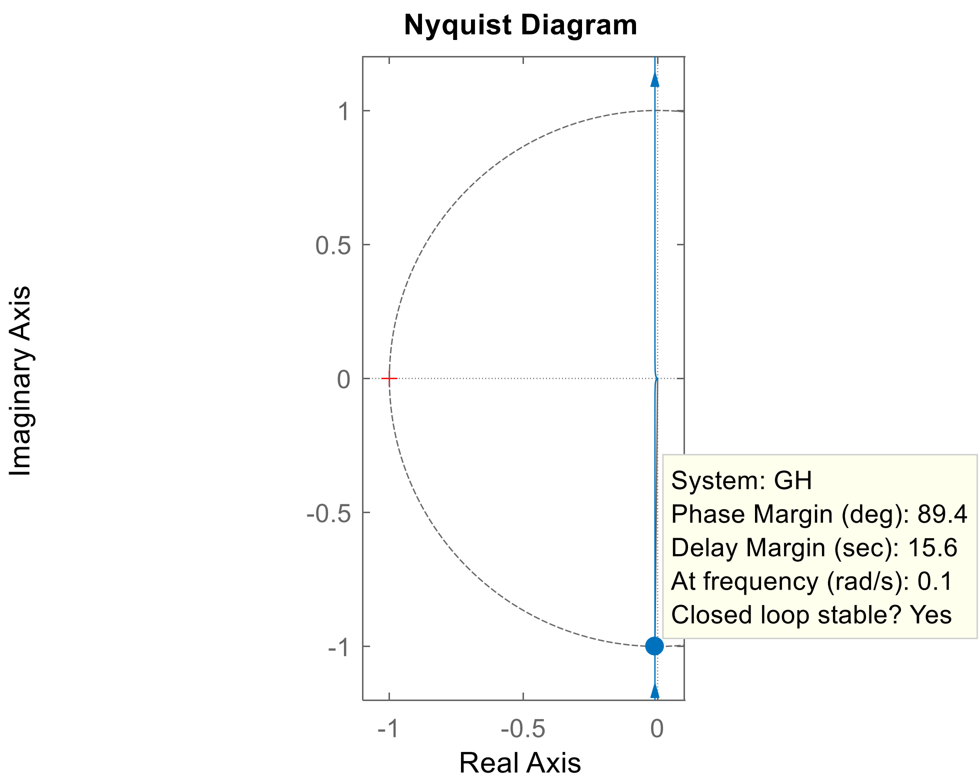
GH=1/s/(s+10)

```
            1
GH = -----------
        s (s+10)
```

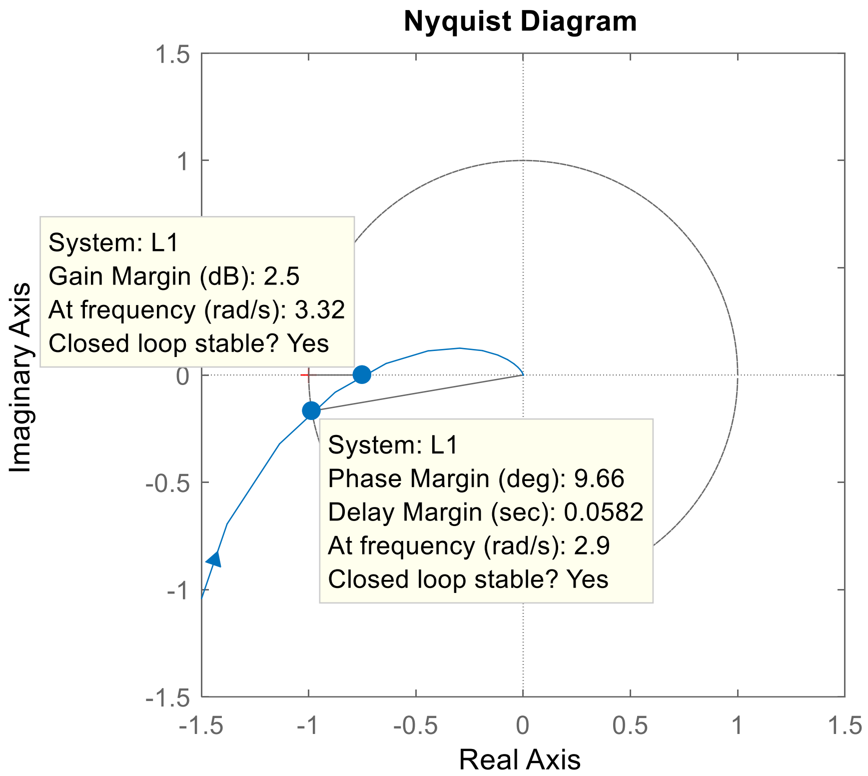
```
[mag,phase,w]=bode(GH);
margin(GH)
```

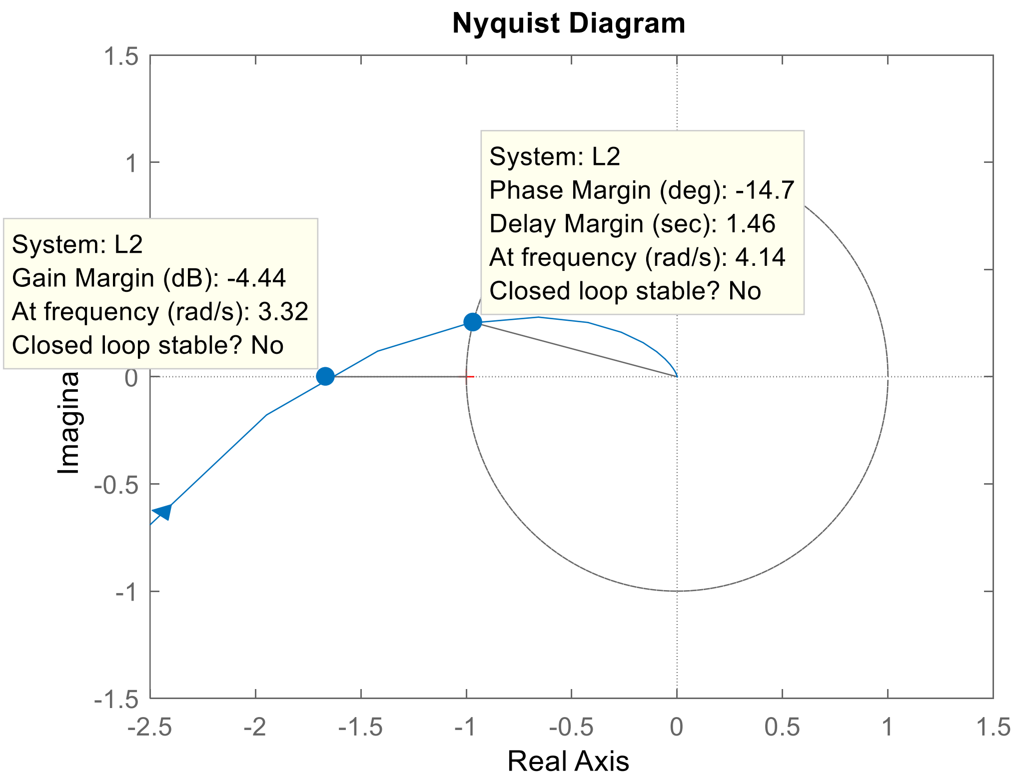



```
[Gm,Pm,Wgm,Wpm]=margin(GH)

        Gm = Inf
        Pm = 89.4271
        Wgm = Inf
        Wpm = 0.1000

nyquist(GH)
```



L1= 45/(s+1)/(s+2)/(s+3)
L2=100/(s+1)/(s+2)/(s+3)



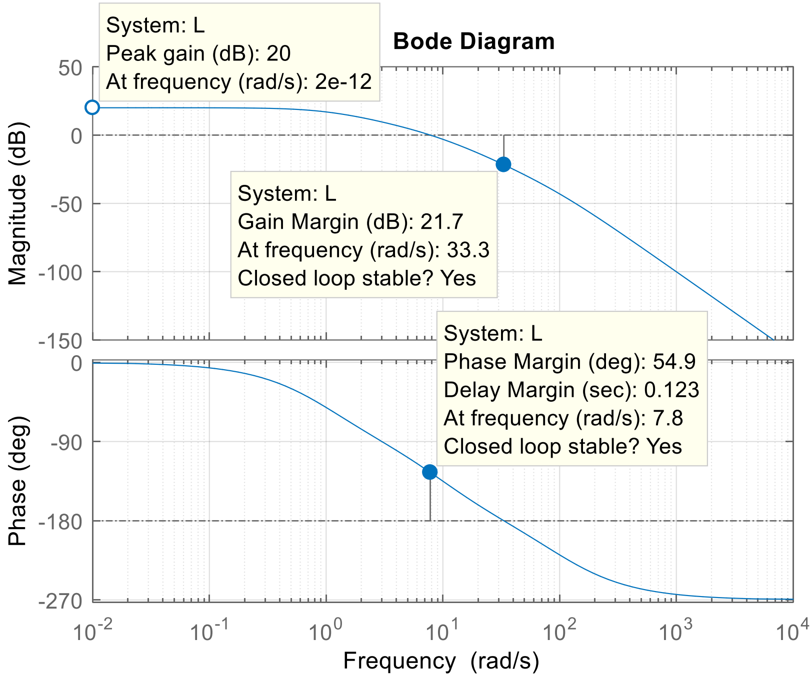


UN ALTRO

L = 10000/(s+1)/(s+10)/(s+100)

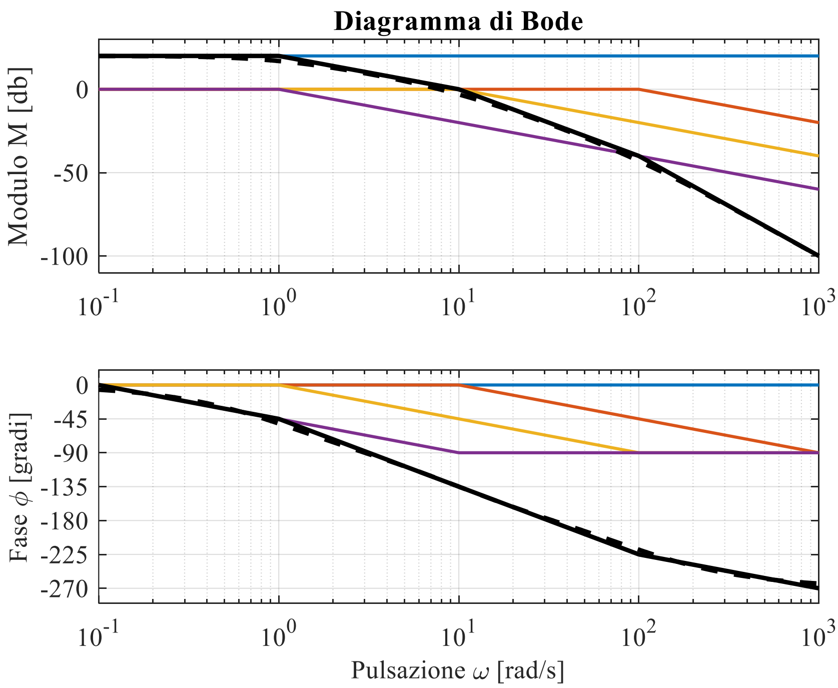
```
          10000
L = ------------------------
     (s+100) (s+10) (s+1)
```

Bode (L)



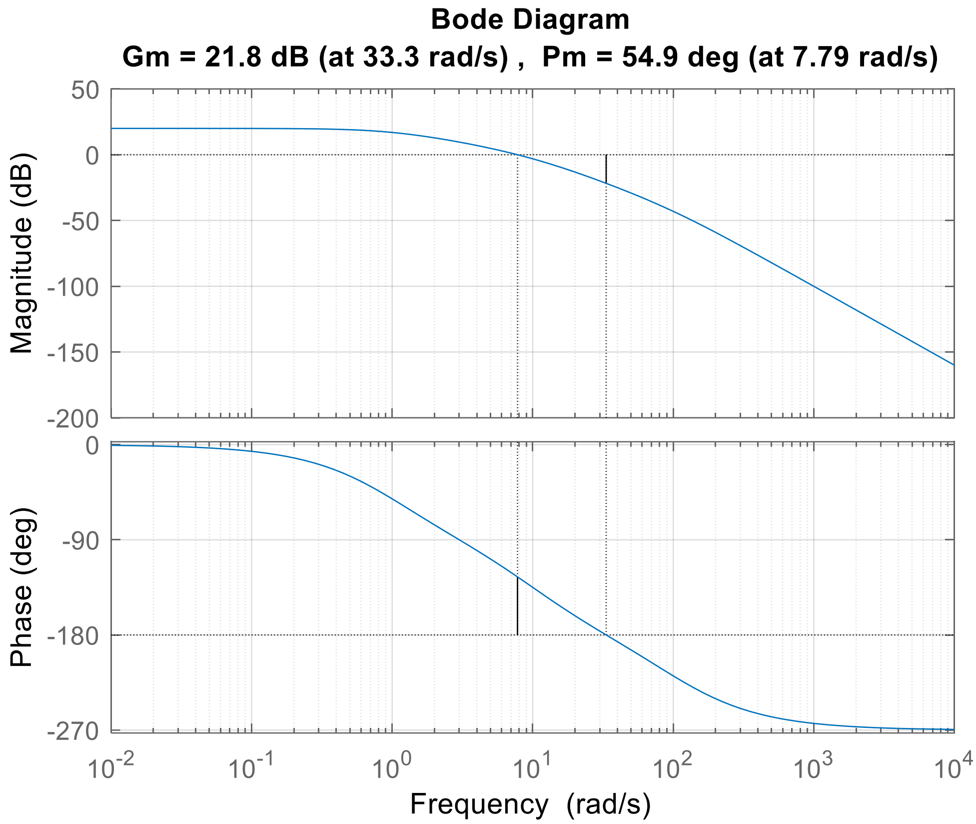
Bode asintotico

[num,den]=tfdata(L,'v')
asbode(num,den)

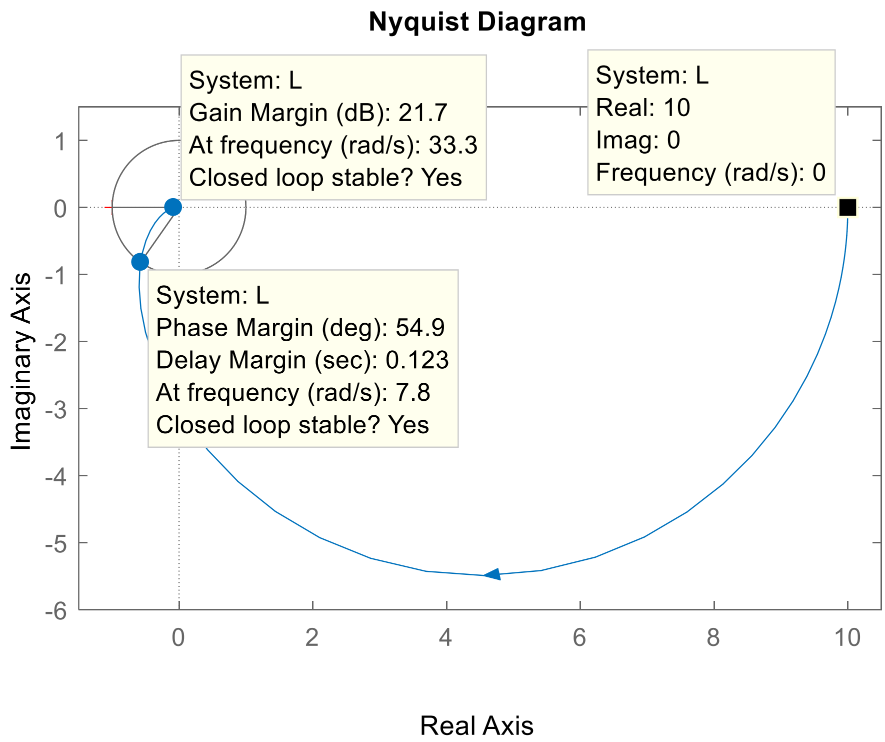


Margini di stabilità [calcolo dei margini di guadagno (NON in dB), di fase e pulsazioni corrispondenti]

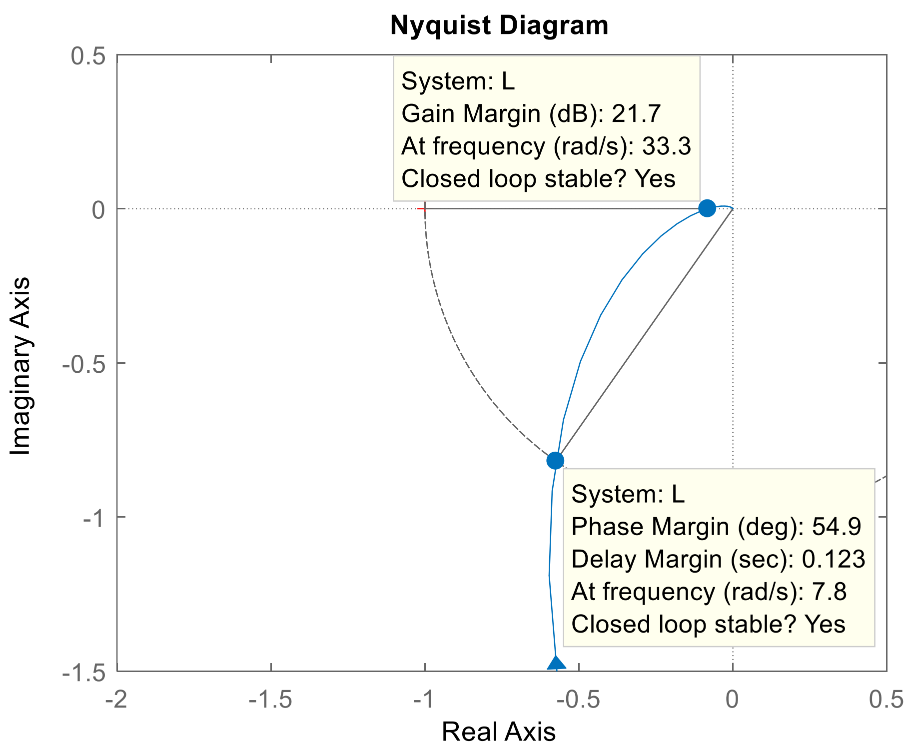
```
[mag,phase,w]=bode(L);
[Gm,Pm,Wgm,Wpm]=margin(mag,phase,w)
      Gm = 12.2327
      Pm = 54.9326
      Wgm = 33.3199
      Wpm = 7.7896
[mag,phase,w]=bode(L);
margin(mag,phase,w)
```



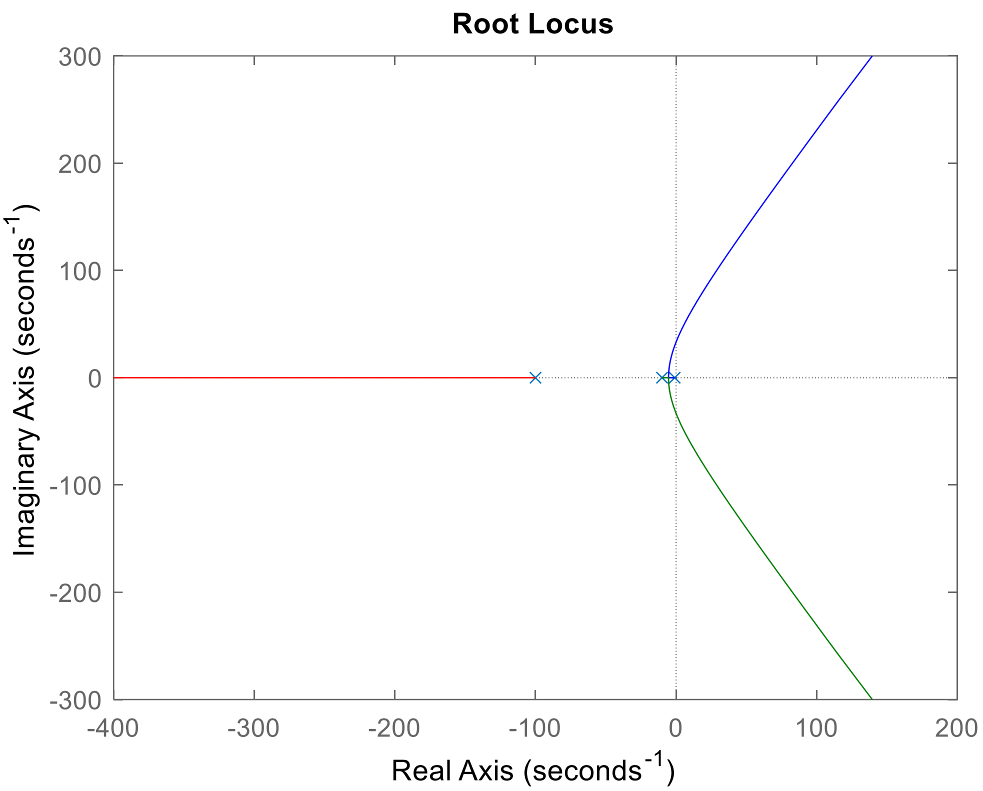
nyquist(L) [diagr polare: solo freq positive]

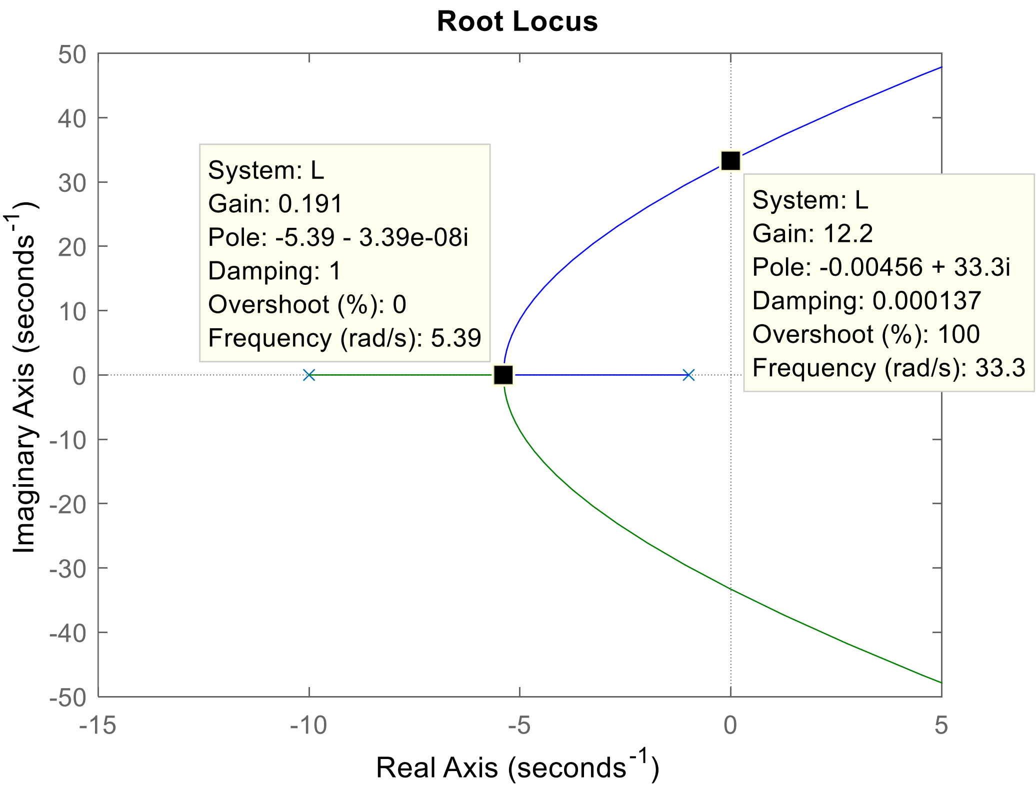


zoom



rlocus(L)


Root Locus
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
300
200
100
0
-100
-200
-300
-400
-300
-200
-100
0
100
200


Root Locus
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
System: L
Gain: 0.191
Pole: -5.39 - 3.39e-08i
Damping: 1
Overshoot (%): 0
Frequency (rad/s): 5.39
System: L
Gain: 12.2
Pole: -0.00456 + 33.3i
Damping: 0.000137
Overshoot (%): 100
Frequency (rad/s): 33.3
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-15
-10
-5
0
5