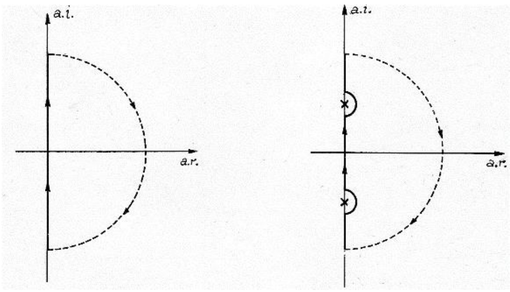
TRACCIAMENTO DIAGRAMMI DI NYQUIST

Definizioni:

1. Percorso di Nyquist: è costituito da
    a. Asse immaginario positivo
    b. Asse immaginario negativo
    c. Semicirconferenza di raggio ∞ del SPD (semipiano destro)
2. Semipercorso di Nyquist: è costituito da
    a. Asse immaginario positivo
3. Diagramma di Nyquist di una funzione L(s): è l'immagine attraverso la funzione del percorso di Nyquist
4. Diagramma di Polare di una funzione L(s): è l'immagine attraverso la funzione del semipercorso di Nyq.

Se sull'asse immaginario sono presenti poli della funzione, i percorsi (definiti prima) evitano tali poli con semicirconferenze di raggio infinitesimo che stanno nel SPD.



L'immagine attraverso la funzione della semicirconferenza di raggio ∞ del SPD è il singolo punto L(j∞).

Per tracciare qualitativamente il diagramma polare di una funzione si valuta modulo e fase della funzione per $\omega = 0$ e per $\omega \rightarrow \infty$ e intorno ad altri punti caratteristici di discontinuità per il modulo o per la fase.

Il diagramma polare della funzione si ottiene per valori positivi di ω.

Il diagramma di Nyquist della funzione si ottiene per valori sia positivi che negativi di ω.

Il diagramma di Nyquist si ottiene per completamento tracciando insieme al diagramma polare anche l'immagine speculare a questo rispetto all'asse di reale.

NOTA :

Le considerazioni seguenti si riferiscono al diagramma polare (il diagr di Nyquist si ottiene completandolo con la parte speculare all'asse reale).

Considerazioni qualitative sul diagramma di Nyquist

In questo paragrafo si esamineranno alcune f.d.t.. e si mostrerà come si possa tracciare qualitativamente il diagramma di Nyquist esaminando la successione degli zeri e dei poli.

1 Esempio:

$$\frac{K}{S} \quad \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2}$$

Per il numeratore avremo uno zero ($Z_1 = -1/T_1$) mentre per il denominatore avremo due poli ($P_1 = 0$; $P_2 = -1/T_2$). Si consideri inizialmente $1/T_1 > 1/T_2$

Per $j\omega = 0$ il modulo della funzione vale ∞ e la fase $-90°$. Ciò significa che ci si trova sul semiasse negativo delle ordinate. Il fatto che $1/T_2 < 1/T_1$ significa che il polo viene prima dello zero e ritarda la fase, dopo di che raggiunge lo zero che nuovamente anticipa la fase. Analoghi ragionamenti valgono nel caso di $1/T_1 < 1/T_2$. Nella figura 4.~~31~~ 30 sono riportati i diagrammi di Nyquist per i due casi.

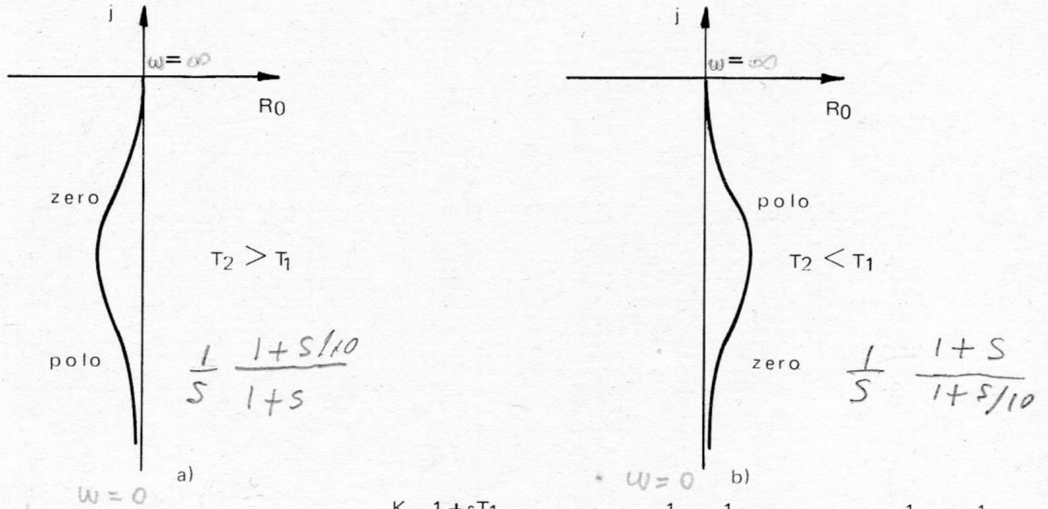


Fig. 4.30 Diagramma di Nyquist per l'espressione $\frac{K}{s}\,\frac{1+sT_1}{1+sT_2}$ in a) per $\frac{1}{T_1} > \frac{1}{T_2}$ in b) per $\frac{1}{T_1} < \frac{1}{T_2}$

2 Esempio

$$K\frac{(1 + sT_1)}{s\,(1 + sT_2)\,(1 + sT_3)}$$ si consideri $T_1 > T_2 > T_3$

ZERO POLO POLO

Questa funzione ha uno zero ($Z = -1/T_1$) e tre poli ($P_1 = 0$; $P_2 = -1/T_2$ e $P_3 = -1/T_3$).

Ponendo $j\omega = 0$ il modulo tende a ∞ e la fase tende a -90°.

Dato che $T_1 > T_2 > T_3$, interviene prima lo zero poi il polo P_2 e successivamente il polo P_3

Ponendo $j\omega \to \infty$ la fase vale $\phi = (Np - Nz)(-90°)$ dove con Np e Nz è indicato il numero dei poli e degli zeri.

$$\phi = (3 - \cancel{2}\,1)(-90°) = -180°$$

Per $\omega \to \infty$ il modulo = 0.

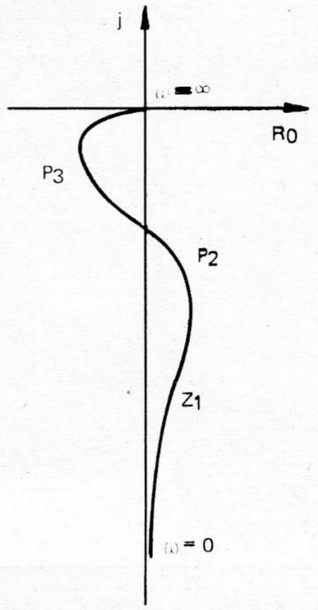


Fig. 4.33 Diagramma di Nyquist per l'espressione $K\frac{(1+sT_1)}{s(1+sT_2)(1+sT_3)}$

3 Esempio

$$\frac{K}{s^2}\;\frac{(1 + sT_1)}{(1 + sT_2)\,(1 + sT_3)}$$ si consideri $T_1 > T_2 > T_3$

ZERO POLO POLO

Questa funzione ha uno zero ($Z_1 = -1/T_1$) e quattro poli ($P_1 = P_2 = 0$; $P_3 = -1/T_2$; $P_4 = -1/T_3$).

Ponendo $j\omega = 0$ il modulo diventa ∞ e la fase tende a 180°.

Dato che $T_1 > T_2 > T_3$, interviene prima lo zero e poi intervengono i due poli; si avranno perció un anticipo e due ritardi.

Ponendo $j\omega \to \infty$ la fase vale

$$\phi = (Np - Nz)\;(-90°) = -270°$$

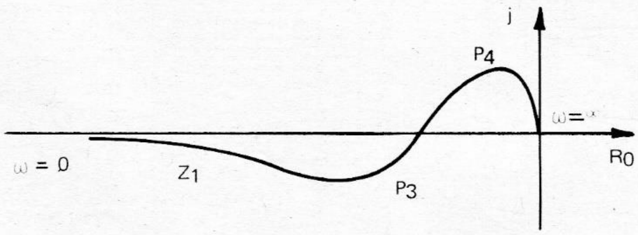


Fig. 4.34 Diagramma di Nyquist per l'espressione $\frac{K}{s^2}\;\frac{(1+sT_1)}{(1+sT_2)\;(1+sT_2)}$