



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M884 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo: ITEC - ELETTRONICA ED Elettrotecnica

ARTICOLAZIONE ELETTRONICA

Tema di: SISTEMI AUTOMATICI

Il candidato svolga la prima parte della prova e risponda a due tra i quesiti proposti nella seconda parte.

PRIMA PARTE

Una ditta farmaceutica, per testare gli effetti di un farmaco in studio, commissiona la progettazione di uno strumento che effettui diversi controlli di qualità del prodotto in relazione a due diversi reagenti. Le analisi si effettuano su un campione di 10 ml del prodotto inserendo nel contenitore, in due fasi successive, due reagenti A e B mediante appositi micro dosatori e rilevando la risposta alla reazione mediante due sensori caratterizzati dai parametri funzionali di seguito descritti.

Sensore S_{PH} di acidità: fornisce una uscita digitale a 4 bit corrispondente ai valori di PH compresi tra 1 e 14 secondo la tabella riportata:

Valore in uscita (Hex)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Misura corrispondente	error	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	error

Biosensore Sc: in grado di rilevare concentrazioni comprese 100 µg/ml e 2000 µg/ml fornendo in uscita una corrente dipendente dalla misura di concentrazione secondo la relazione

$$I(\mathbf{C}) = -\frac{1}{10 * \ln(\mathbf{C})}$$

Il sistema si completa con:

- un pulsante di START del tipo relè ad autoritenuta con ritorno alla posizione di riposo dopo 10 secondi;
- due micro erogatori per il rilascio dei reagenti A e B in dosaggi già stabiliti che possono essere assimilati a dispositivi ON/OFF;
- un timer per la scansione dei tempi che fornisce un impulso TTL di durata 1µs ad intervalli di 1 minuto come riportato nel grafico.

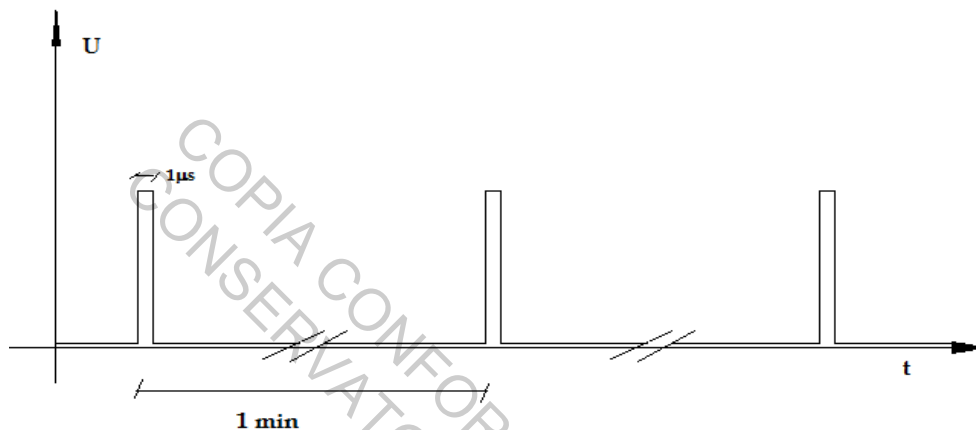


Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M884 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo: ITEC - ELETTRONICA ED Elettrotecnica

ARTICOLAZIONE ELETTRONICA

Tema di: SISTEMI AUTOMATICI



Il processo da controllare è il seguente: l'avvio è determinato dall'operatore attraverso il pulsante START che attiva il timer. Al primo impulso utile dopo l'attivazione il sistema deve consentire il rilascio del reagente A mediante l'abilitazione del corrispondente micro erogatore. Dopo 1 minuto deve essere acquisito il valore presente sul sensore S_{PH} e contestualmente deve essere consentito il rilascio del reagente B mediante abilitazione del corrispondente micro erogatore. Trascorso un altro minuto si effettua la seconda acquisizione del valore di PH mediante il medesimo sensore S_{PH} ed entrambi i micro erogatori vengono posti nella posizione OFF.

Dopo una attesa di altri 2 minuti deve essere acquisito il valore della concentrazione del principio attivo mediante il biosensore S_C e il processo ha termine.

Il candidato, fatte le ipotesi aggiuntive che ritiene più opportune, deve:

1. rappresentare lo schema a blocchi che realizzi il sistema di controllo utilizzando un dispositivo programmabile di sua conoscenza descrivendo i singoli blocchi dal punto di vista funzionale;
2. descrivere la logica di controllo che si intende utilizzare con riferimento alle specifiche tecniche dei dispositivi scelti;
3. progettare un algoritmo di gestione del processo che consenta l'attuazione delle singole fasi e la memorizzazione dei dati rilevati in apposita area di memoria nell'ipotesi che si vogliano effettuare prove su 100 campioni di prodotto.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M884 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

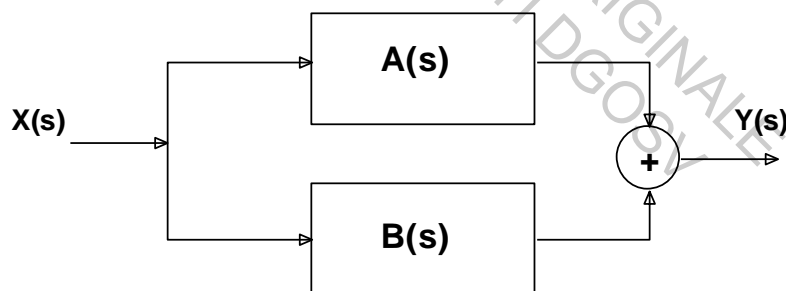
Indirizzo: ITEC - ELETTRONICA ED Elettrotecnica

ARTICOLAZIONE ELETTRONICA

Tema di: SISTEMI AUTOMATICI

SECONDA PARTE

1. In relazione allo schema sviluppato nella prima parte si progetti l'interfaccia HW tra il sensore S_C e il sistema programmabile scegliendo un dispositivo di conversione A/D che garantisca un errore massimo di misura rilevata pari a $1 \mu\text{g/ml}$; inoltre si modifichi il software di gestione in modo da calcolare, al termine del processo, il valore medio di concentrazione ottenuto nelle prove e il numero di prove in cui tale concentrazione è inferiore a $500 \mu\text{g/ml}$.
2. In relazione allo schema sviluppato nella prima parte si proponga una soluzione atta a rilevare il malfunzionamento del sensore S_{PH} . In particolare, nel caso in cui tale dispositivo fornisca in uscita i valori 0_{HEX} oppure F_{HEX} il sistema deve provvedere all'accensione di un led di segnalazione, i dati memorizzati fino a quel momento devono essere annullati e il processo deve essere sospeso per riprendere solo dopo il reset di sistema.
3. Dalle prove effettuate su un sistema continuo, opportunamente sollecitato, si è ottenuto il modello rappresentato in figura



Essendo

$$A(s) = \frac{5}{(s+a)}$$

$$B(s) = \frac{1}{(s+1)}$$



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M884 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo: ITEC - ELETTRONICA ED Elettrotecnica

ARTICOLAZIONE ELETTRONICA

Tema di: SISTEMI AUTOMATICI

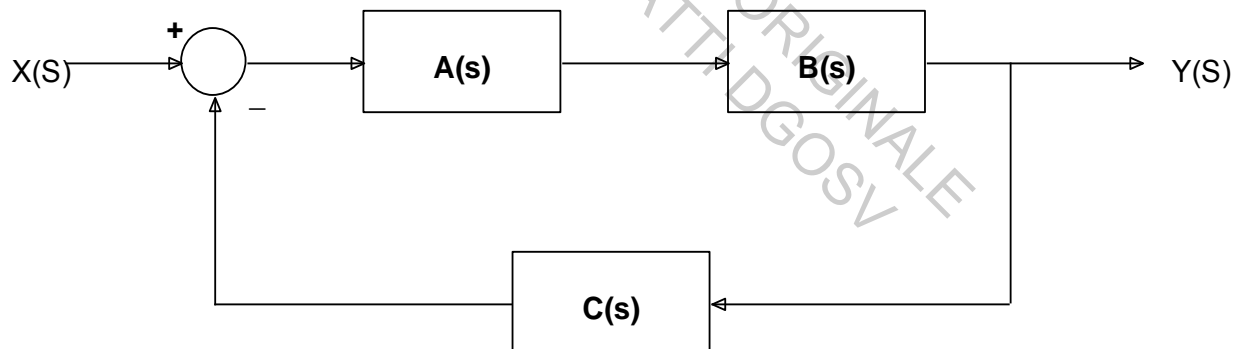
Dopo aver ricavato la funzione di trasferimento complessiva si determini il valore di $a > 0$ per il quale la risposta a regime $y(t)$ del sistema sottoposto a sollecitazione $u(t)$ gradino unitario abbia valore 6.

Il candidato inoltre, sulla base delle proprie competenze in materia di controlli analogici, proponga un esempio applicativo di sistema reale cui possa corrispondere il modello dato.

4. Per il sistema di figura siano:

$$A(s) = \frac{K}{s} \quad B(s) = \frac{1}{(s+2)^3} \quad C(s) = \frac{1}{10}$$

Con $K > 0$



Si determini la funzione di trasferimento complessiva del sistema e si calcoli il margine di fase e di guadagno del sistema ad anello aperto nel caso in cui $K = 50$.

Per quale campo di variazione di K il sistema in questione risulta stabile?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di manuali tecnici e di calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

ESAME DI STATO 2015

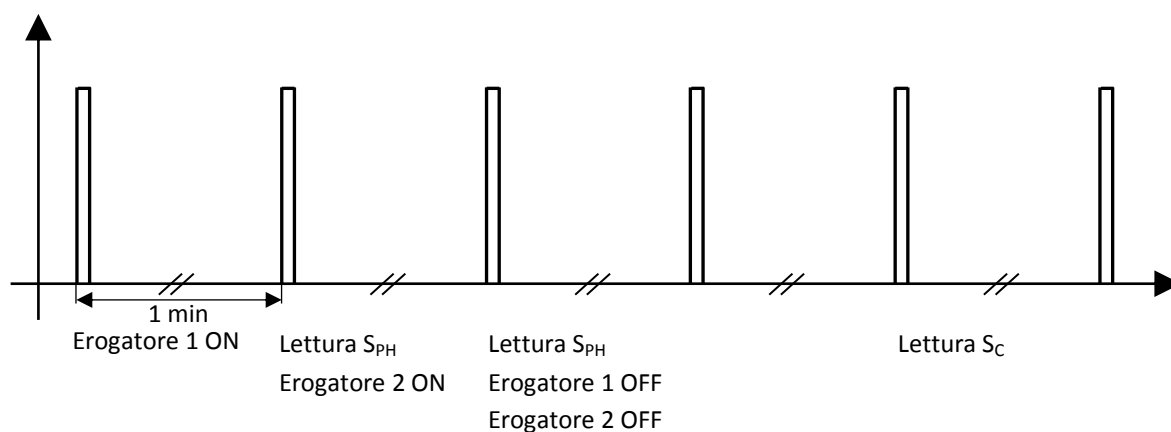
INDIRIZZO ELETTRONICA ED Elettrotecnica – ARTICOLAZIONE ELETTRONICA

TEMA DI SISTEMI AUTOMATICI - Soluzione

PRIMA PARTE

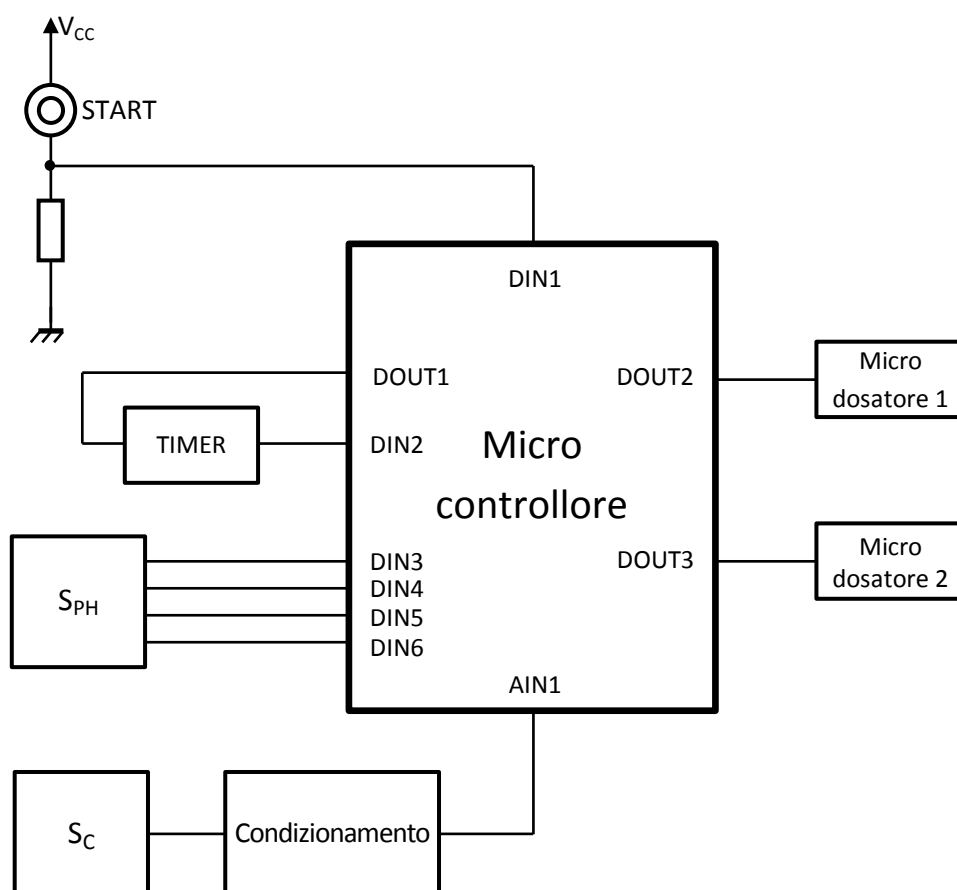
Il testo non precisa il tempo necessario all'erogazione dei reagenti; possiamo quindi supporre che l'erogatore, una volta attivato, rilasci automaticamente la dose necessaria e non necessiti di ulteriori comandi.

Il processo avviene secondo la seguente tempistica.



Il sistema può essere realizzato mediante un microcontrollore che disponga di almeno 9 pin di input/output digitale ed almeno un ingresso analogico (ad esempio Arduino Uno).

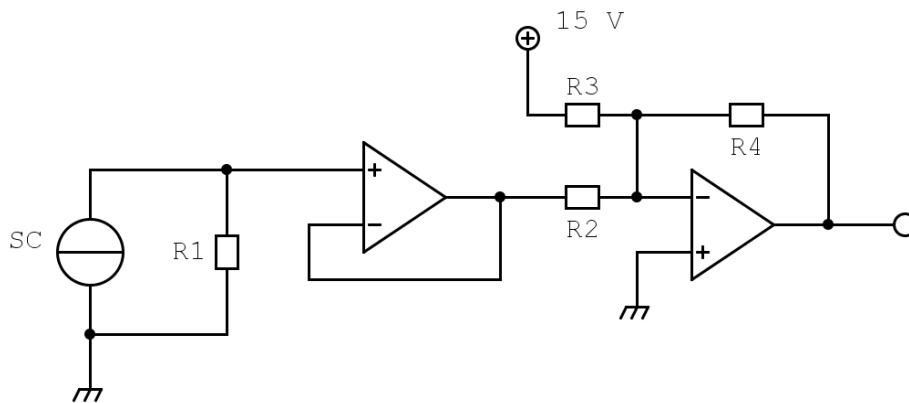
Un possibile schema a blocchi è il seguente:



Punto 1

Il microcontrollore riceve il comando di START all'ingresso digitale DIN1, inizializza tutti i parametri e comanda l'avvio del timer mediante l'uscita digitale DOUT1. Mediante l'ingresso DIN2 acquisisce la temporizzazione necessaria all'esecuzione del processo. Si suppone che il microcontrollore sia in grado di leggere un impulso della durata di un microsecondo, in caso contrario è necessario inserire tra il timer e l'ingresso DIN2 un monostabile in grado di generare un impulso della durata richiesta dal microcontrollore. Il sensore S_{PH} fornisce già un'uscita digitale a 4 bit e, quindi possiamo collegare direttamente le 4 uscite del sensore a quattro ingressi del microcontrollore. Il sensore S_C fornisce un'uscita in corrente e deve quindi essere opportunamente condizionato prima di farlo leggere dal microcontrollore mediante un ingresso analogico.

Uno dei possibili circuiti di condizionamento è il seguente:



Dato che l'inseguitore disaccoppia il sensore dal circuito successivo, la conversione da corrente a tensione viene effettuata mediante la resistenza $R1$ posta in parallelo al sensore stesso.

Poiché la tensione minima di uscita del buffer non è nulla, è necessario utilizzare un sommatore per traslare i livelli ai valori desiderati.

Calcoliamo le resistenze nel modo seguente:

- per $R1$, tenendo conto che la differenza di tensione desiderata in uscita è 5 V, abbiamo:

$$I(C)|_{100} = -\frac{1}{10 \cdot \ln(100)} = -0.0217$$

$$I(C)|_{2000} = -\frac{1}{10 \cdot \ln(2000)} = -0.0132$$

$$\Delta V = R \Delta I(C)$$

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I(C)} = \frac{5}{0.0085} = 588 \Omega$$

Ne segue:

$$V|_{100} = R \cdot I(C)|_{100} = -7.76 V$$

$$V|_{2000} = R \cdot I(C)|_{2000} = -12.76 V$$

- imponiamo $R2 = R4 = 10 \text{ k}\Omega$ e calcoliamo $R3$

Utilizzando il PSE, l'uscita dovuta al sensore varia tra 7.76 V e 12.76 V perché con guadagno unitario.

Il secondo ramo ha il compito di traslare questa tensione di -7.76 in modo da avere valore minimo nullo.

Ne segue che:

$$V_u = -\frac{R4}{R3} V_i$$

$$R3 = -R4 \frac{V_i}{V_u} = -10000 \frac{15}{-7.76} = 19330\Omega$$

Infine, mediante le due uscite DIN2 e DIN3 si comanda l'apertura dei micro dosatori.

Punto 2

Con lo schema proposto il punto 2 ed il punto 3 possono essere trattati unitariamente in quanto i diversi dispositivi sono collegati direttamente agli ingressi ed alle uscite del microcontrollore e quindi la logica di controllo fa parte del software di gestione descritto nel punto 3.

Punto 3

L'algoritmo di gestione del processo è trattato per linee generali attraverso una pseudo codifica.

Per la memorizzazione dei dati si sceglie di utilizzare dei vettori la cui dimensione è predeterminata in fase di dichiarazione e inizializzazione.

Si ricorda che il microcontrollore funziona in maniera ciclica e quindi, terminata la sequenza di istruzioni, riparte automaticamente ad eseguire la prima.

Trascurando la parte relativa alle dichiarazioni e alle inizializzazioni delle variabili una possibile soluzione è la seguente:

```
leggi DIN1      // lettura segnale di START
fino a quando DIN1 = 0 continua a leggere DIN1      // attendo fino a quando non arriva il comando di
                                                    START
```

```
// segnale di start ricevuto; inizio controllo del processo
scrivi DOUT1    // attivazione TIMER
```

```
leggi DIN2      // rilevamento primo impulso
fino a quando DIN2 = 0 continua a leggere DIN2      // attendo il primo impulso del timer
// primo impulso ricevuto
attiva DOUT2    // attiva il rilascio del reagente A
```

```
leggi DIN2      // rilevamento secondo impulso; lettura e memorizzazione primo sensore PH
fino a quando DIN2 = 0 continua a leggere DIN2      // attendo il secondo impulso del timer
// secondo impulso ricevuto
leggi SPH      // lettura del valore dei sensori
converti SPH da binario a decimale
scrivi nella posizione indice del vettore PH1 il valore PH di SPH convertito
attiva DOUT3    // attiva il rilascio del reagente B
```

```
leggi DIN2      // rilevamento terzo impulso; lettura e memorizzazione secondo sensore PH
fino a quando DIN2 = 0 continua a leggere DIN2      // attendo il terzo impulso del timer
// terzo impulso ricevuto
leggi SPH      // lettura del valore dei sensori
converti SPH da binario a decimale
scrivi nella posizione indice del vettore PH2 il valore PH di SPH convertito
// chiude i microerogatori
disattiva DOUT2
disattiva DOUT3
```

```
leggi DIN2      // rilevamento quarto impulso
fino a quando DIN2 = 0 continua a leggere DIN2      // attendo il quarto impulso del timer
```

// quarto impulso ricevuto: non faccio nulla

leggi DIN2 // rilevamento quinto impulso; lettura e memorizzazione sensore concentrazione

fino a quando DIN2 = 0 continua a leggere DIN2 // attendo il quinto impulso del timer

// quinto impulso ricevuto

leggi S_c // lettura del valore dei sensori

scrivi nella posizione indice del vettore CONCENTRAZIONE il valore di S_c letto

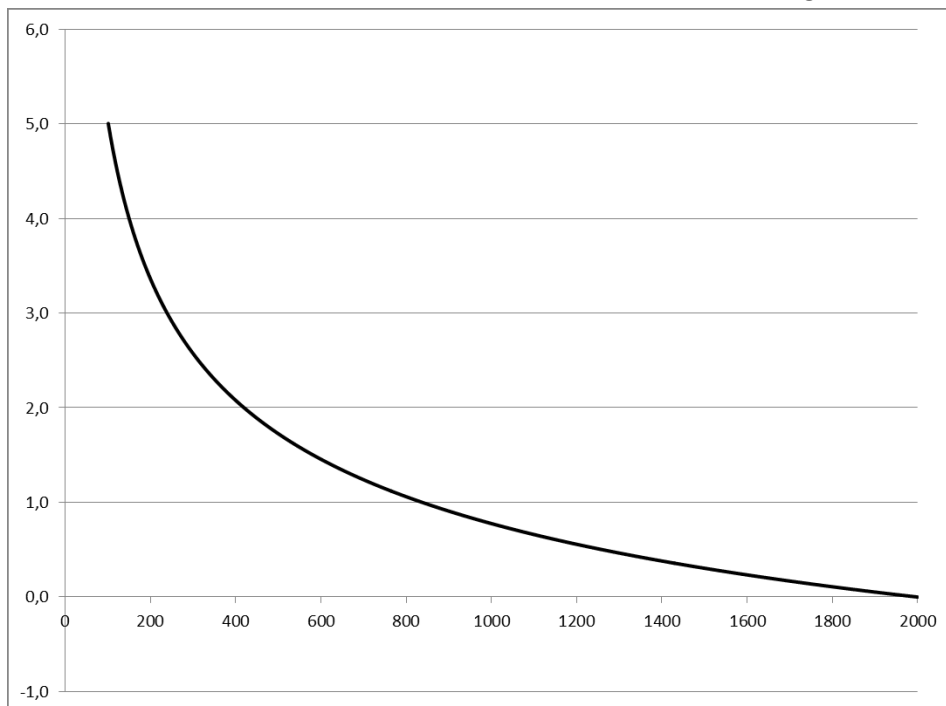
indice = indice + 1 // posizione attuale nei vettori PH1, PH2 e CONCENTRAZIONE

SECONDA PARTE

Punto 1

La corrente fornita dal sensore non varia linearmente con la concentrazione e quindi è necessario fare alcune considerazioni prima di calcolare la risoluzione.

L'effettivo andamento dell'uscita del circuito di condizionamento è mostrato in figura.



Vediamo immediatamente che la situazione più critica si verifica in corrispondenza dei valori più alti di concentrazione; infatti, quando si passa da 1999 µg/ml a 2000 µg/ml la tensione passa da 0,00016745 V a 0,00067649 V con una differenza, in valore assoluto, di $\Delta V = 0,00050904$ V. Per garantire la risoluzione voluta è quindi necessario prevedere un quanto di valore uguale a ΔV .

Ne segue che dobbiamo prevedere $5/0,00050904 = 9823$ livelli diversi di tensione diversi che corrispondono ad un numero di bit $N = \log_2(9823) = 13.26$. È quindi necessario un convertitore a 14 bit; commercialmente sono disponibili convertitori a 16 bit.

Ovviamente il microcontrollore deve avere a disposizione 16 ingressi a cui collegare i 16 bit derivanti dal convertitore. In più è necessario prevedere un'uscita che dia il comando di *start conversion* al convertitore ed attendere che la stessa sia ultimata. In alternativa è possibile far funzionare il convertitore in *free running* ed acquisire il dato tramite un buffer/driver a 16 bit.

Per ottenere il valore medio dei dati rilevati è sufficiente modificare il programma, per ogni lettura, come segue:

```
leggi DIN2      // rilevamento secondo impulso; lettura e memorizzazione primo sensore PH
fino a quando DIN2 = 0 continua a leggere DIN2      // attendo il secondo impulso del timer
// secondo impulso ricevuto
leggi SPH      // lettura del valore dei sensori
converti SPH da binario a decimale
scrivi nella posizione indice del vettore PH1 il valore PH di SPH convertito
```

```
PH1_totale = PH1_totale + PH // somma di tutti i valori di PH letti
se PH < 500 allora incrementa valore di minore_cinquecento_PH1
```

```
attiva DOUT3 // attiva il rilascio del reagente B
```

Al termine del programma è necessario aggiungere, per ogni grandezza, stringhe analoghe alle seguenti:

```
se indice = 100 allora
    dividi PH1_totale per 100 e stampalo // calcola la media dei valori
    stampa minore_500_PH1 // stampa il numero dei valori inferiori a 500
fine_se
```

Punto 2

Anche in questo basta aggiungere delle linee di codice al programma e prevedere un'uscita digitale supplementare, DOUT4 che accenda un led. Abbiamo:

```
leggi DIN2      // rilevamento secondo impulso; lettura e memorizzazione primo sensore PH
fino a quando DIN2 = 0 continua a leggere DIN2      // attendo il secondo impulso del timer
// secondo impulso ricevuto
leggi SPH      // lettura del valore dei sensori
converti SPH da binario a decimale

se PH1 = 0 o PH1 = 15 allora
    attiva DOUT4 // accendi il led
    azzerà tutti i dati letti // annullamento dei dati
    errore = 1; // inizializza il loop infinito
    fino a quando errore = 1 non fare nulla // loop infinito che blocca il sistema (necessario reset di sistema)
fine_se
```

```
scrivi nella posizione indice del vettore PH1 il valore PH di SPH convertito
PH1_totale = PH1_totale + PH // somma di tutti i valori di PH letti
se PH < 500 allora incrementa valore di minore_cinquecento_PH1
attiva DOUT3 // attiva il rilascio del reagente B
```

Punto 3

La funzione di trasferimento dello schema proposto si può ricavare nel seguente modo:

$$Y(s) = X(s) \cdot A(s) + X(s) \cdot B(s) = X(s) \cdot \frac{5}{(s+a)} + X(s) \cdot \frac{1}{(s+1)} = X(s) \cdot \left(\frac{5}{s+a} + \frac{1}{s+1} \right)$$

Pertanto la funzione di trasferimento risulta essere:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{5}{s+a} + \frac{1}{s+1}$$

Dovendo calcolare la risposta a regime del sistema possiamo applicare il teorema del valor finale sotto riportato:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

Pertanto sapendo che:

$$Y(s) = X(s) \left(\frac{5}{s+a} + \frac{1}{s+1} \right) = \frac{1}{s} \left(\frac{5}{s+a} + \frac{1}{s+1} \right)$$

E applicando il teorema del valor finale si ottiene:

$$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} \left(\frac{5}{s+a} + \frac{1}{s+a} \right) = \frac{5}{a} + \frac{1}{a} = 6$$

Da qui si ricava che

$$a=1$$

Punto 4

La funzione di trasferimento complessiva del sistema retroazionato è:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{A(s)B(s)}{1 + A(s)B(s)C(s)} = \frac{\frac{K}{s} \frac{1}{(s+2)^2}}{1 + \frac{K}{s} \frac{1}{(s+2)^2} \frac{1}{10}}$$

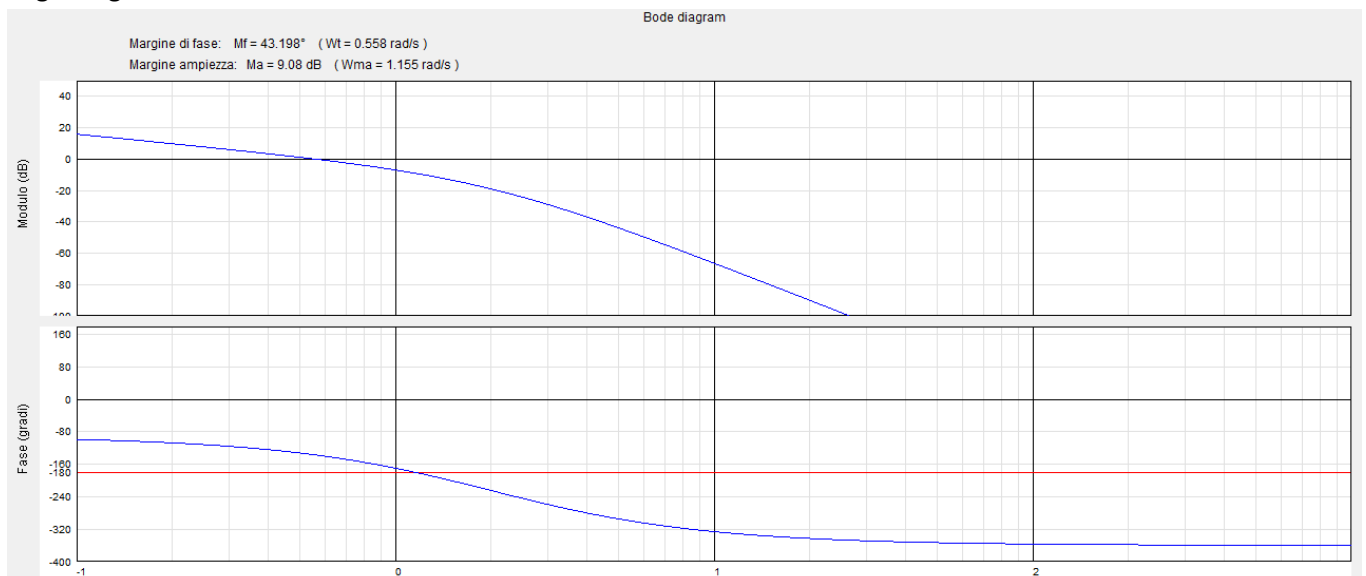
Per calcolare il margine di fase e di guadagno del sistema ad anello aperto dobbiamo tracciare i diagrammi di Bode del guadagno e della fase ricordando che $K=50$ come indicato nella traccia d'esame.

Pertanto avremo:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{50}{s} \frac{1}{(s+2)^3} \frac{1}{10}$$

Una volta tracciati i due diagrammi si determinerà il margine di fase e di guadagno in corrispondenza rispettivamente del valore del modulo a 0dB e del valore della fase a 180° .

Il grafico sotto riportato presenta l'andamento dei due diagrammi asintotici con il relativo margine di fase e di guadagno.



PRIMA PARTE

Il problema proposto riguarda un sistema di acquisizione dati e controllo. I dati acquisiti sono in parte di natura digitale (misura del grado di acidità, segnale di temporizzazione, pulsante di start) e in parte di natura analogica (misura di concentrazione).

Uno stesso dispositivo programmabile svolge la funzione di acquisizione dati e di comando dei due erogatori; questi sono assimilabili a dispositivi ON/OFF, perciò si suppone che, attraverso opportuni attuatori, ad esempio relè, il segnale di comando possa essere di tipo digitale (un bit per ciascun attuatore).

Un possibile schema a blocchi del sistema complessivo è quello di seguito proposto nella Figura 1. Lo schema è puramente logico e ha lo scopo di evidenziare quali siano i segnali d'ingresso e quali i segnali d'uscita che il dispositivo programmabile deve elaborare.

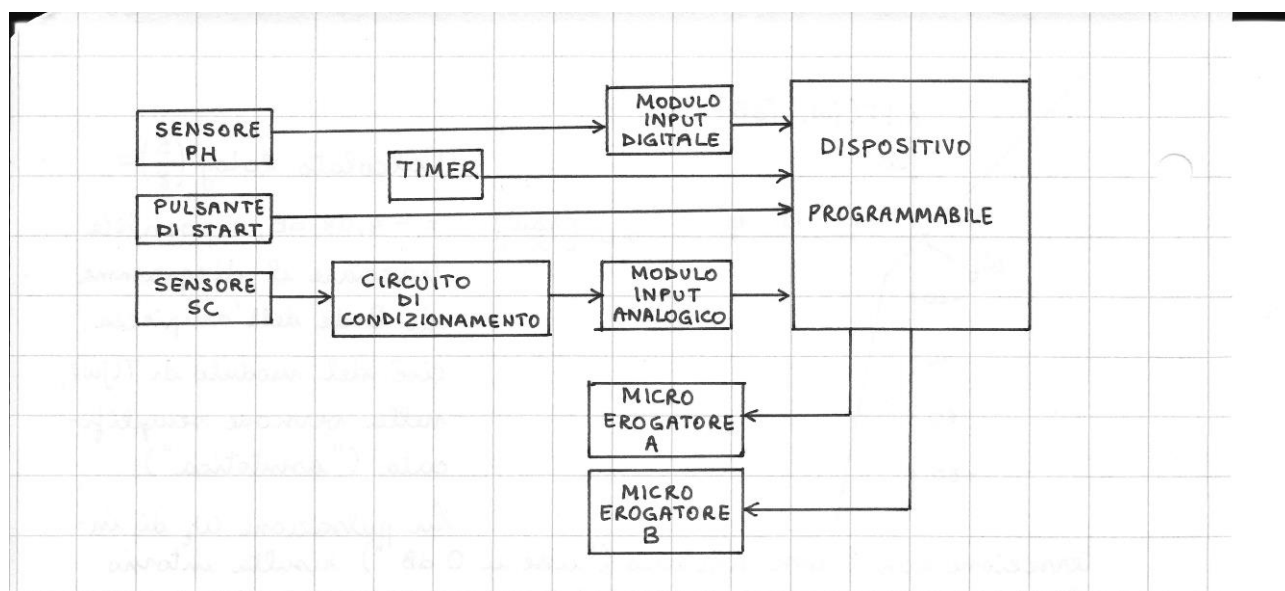


Figura 1 – Schema a blocchi

La scelta del tipo del dispositivo programmabile dipende da vari fattori: costi, prestazioni, semplicità d'impiego sono i principali. Nell'applicazione proposta non sono richieste elevate velocità di acquisizione ed elaborazione né capacità di calcolo rilevanti. La soluzione più semplice sembra rappresentata da un PLC (Programmable Logic Controller). Le funzioni di base dei PLC comprendono l'elaborazione di ingressi e uscite di natura digitale ma esistono moduli aggiuntivi, almeno per i PLC più evoluti, per l'acquisizione di segnali analogici. Ad esempio, di produzione Schneider troviamo, citato da testi scolastici, un PLC con moduli d'espansione per ingressi analogici in forma di segnali di tensione, variabili tra -10 e $+10$ V, oppure di segnali di corrente, nello standard $4 - 20$ mA; il modulo d'espansione contiene un convertitore analogico/digitale (ADC) a 12 bit (11 bit + 1 bit del segno).

I PLC, sebbene le istruzioni siano unificate dalla norma CEI – EN 61131, hanno linguaggi di programmazione differenti secondo le case costruttrici. Ci si limita quindi a fornire un

possibile diagramma di flusso per il programma di gestione del sistema, nella seguente Figura 2.

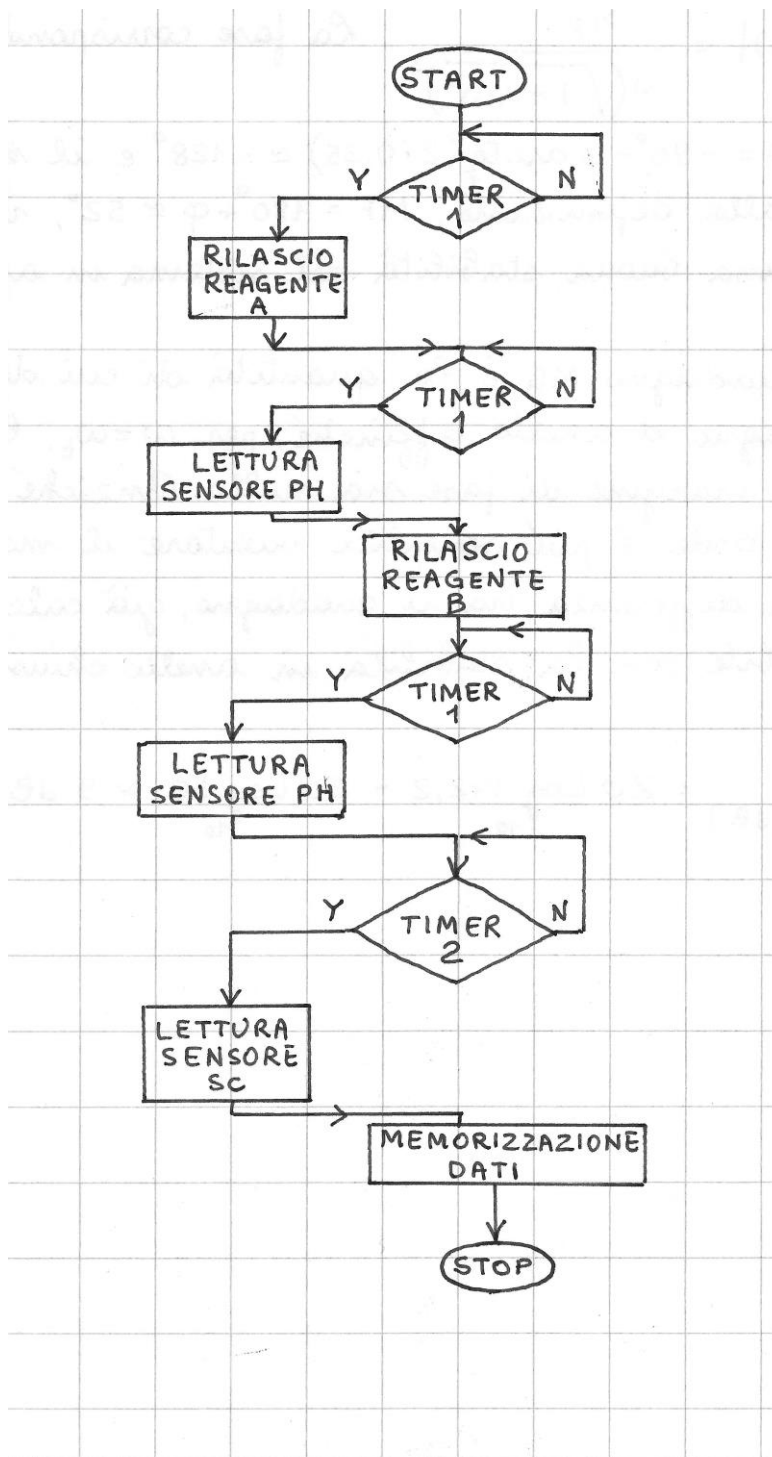


Figura 2: Diagramma di flusso del software di gestione.

Va aggiunto che tutti i PLC possiedono al proprio interno meccanismi di temporizzazione ("blocchi TIMER") perciò, con questa soluzione, il segnale di temporizzazione descritto dal testo risulterebbe superfluo, ancorché utilizzabile come ulteriore ingresso qualora si rinunciassero a realizzare gli elementi di ritardo tramite programma software.

In alternativa alla soluzione con PLC, ci si può orientare su una scheda Arduino, anch'essa comprendente la conversione analogica/digitale e programmabile in un'apposita

versione del linguaggio C. Il punto di forza della scheda Arduino è appunto rappresentato dalla semplicità della programmazione. Più complessità di progetto sembra portare la scelta di un microcontrollore.

SECONDA PARTE

1. La traccia ministeriale, nel fornire la relazione ingresso/uscita del sensore di concentrazione, non chiarisce quali unità di misura delle grandezze fisiche in gioco debbano essere inserite nella formula. Conseguentemente, non è chiaro quali siano i valori minimo e massimo della corrente d'uscita dal sensore. In questa incertezza, non è possibile dare ragguagli sul dimensionamento di un circuito di condizionamento, certamente necessario, da inserire fra l'uscita del sensore e il convertitore analogico/digitale.

Se si sceglie un dispositivo programmabile che, come il PLC, accetta in ingresso un segnale analogico di corrente, non è necessaria la conversione del segnale di corrente in segnale di tensione; altrimenti occorre introdurre un convertitore corrente/tensione, ad esempio realizzato con un amplificatore operazionale secondo il semplice circuito riportato dai manuali. Uno stadio di amplificazione potrà essere necessario per convertire la dinamica del segnale d'uscita dal sensore nell'intervallo accettato in ingresso dal convertitore analogico/digitale. Il convertitore a 12 bit prima citato è in grado di garantire un errore non superiore a quello richiesto (in termini relativi, 1/2000 rispetto al fondo scala).

Anche le elaborazioni numeriche richieste (calcolo della media e confronto con una soglia) possono essere svolte con le funzioni logico-aritmetiche comunemente disponibili nei linguaggi di programmazione dei PLC di produzione attuale.

2. Il malfunzionamento del sensore S_{PH} può essere rilevato da programma, con un'istruzione di confronto inserita nel ciclo di acquisizione. L'accensione del LED può essere ottenuta con un circuito collegato a un'uscita digitale del dispositivo programmabile e, sempre a livello software, si può inserire un'istruzione di salto alla fine del programma comandata dalla medesima condizione che produce l'accensione del LED.

Seconda parte

3. La funzione di trasferimento del sistema complessivo è

$$T(s) = \frac{5}{s+a} + \frac{1}{s+1} = \frac{6s+5+a}{(s+a)(s+1)}.$$

Per ricavare l'uscita nel dominio di Laplace, $Y(s) = X(s) \cdot T(s)$ essendo $X(s)$ la trasformata del gradino unitario, $X(s) = \frac{1}{s}$ da cui $Y(s) = \frac{6s+5+a}{s(s+a)(s+1)}$. La risposta a regime $y(\infty)$ si trova col teorema del valor finale, da cui $y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y(s) = \frac{5+a}{a}$.

Affinché l'uscita a regime abbia il valore 6, imponiamo $\frac{5+a}{a} = 6$, da cui $a = 1$.

Infatti, per $a = 1$, $Y(s) = \frac{6s+6}{s(s+1)^2}$, che, antitrasformato, fornisce l'espressione $y(t) = 6 \cdot (1 - e^{-t})$, il cui valore per $t \rightarrow \infty$ è appunto 6. Il modello proposto potrebbe riferirsi a circuiti con amplificatori operazionali e semplici circuiti R-C.

4. Per l'analisi di stabilità del sistema in anello chiuso, al variare del parametro K , la via più semplice è costituita dall'applicazione del criterio di Routh-Hurwitz all'equazione caratteristica, $1 + A(s) \cdot B(s) \cdot C(s) = 0$:

$$1 + \frac{K}{s} \cdot \frac{1}{(s+2)^3} \cdot \frac{1}{10} = 0 \Rightarrow (10s^3 + 60s^2 + 120s + 80) \cdot s + K = 0.$$

Costruita la tabella di Routh, essendo K positivo per ipotesi, la condizione di stabilità

10	120	K
60	80	0
$\frac{320}{3}$	K	
$\frac{1280-9K}{16}$	0	
K	0	
0		

in anello chiuso è

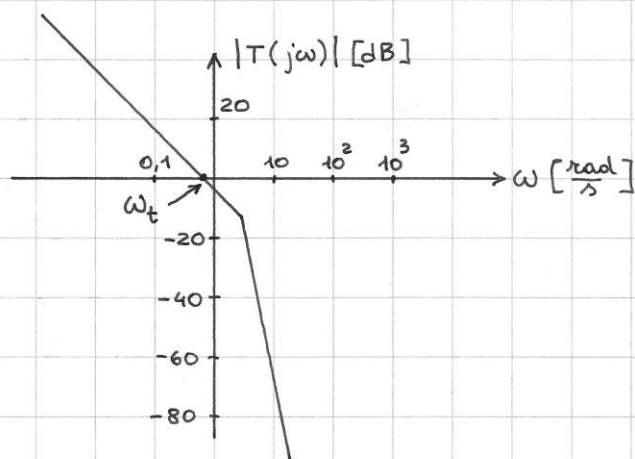
$$\frac{1280-9K}{16} > 0 \Rightarrow K < \frac{1280}{9} \Rightarrow K < 142,2.$$

Con $K = 50$, la funzione di trasferimento in anello aperto, cioè il guadagno d'anello $A(s) \cdot B(s) \cdot C(s)$ risulta $T(s) = \frac{5}{s(s+2)^3}$.

Per il tracciamento dei diagrammi

di Bode è utile riscrivere la funzione nella forma

$$T(s) = \frac{5/8}{s(1+0,5s)^3}.$$



Calcolato $20 \log_{10} \left(\frac{5}{8} \right) = -4,08 \text{ dB}$, è possibile tracciare il diagramma di Bode dell'ampiezza, cioè del modulo di $T(j\omega)$, nella versione semplificata ("asintotica").

La pulsazione ω_t di intersezione con l'asse unitario ("asse a 0 dB") risulta intorno al valore di $0,35 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, verificabile per sostituzione diretta nell'espressione $|T(j\omega)| = \frac{5/8}{\omega(\sqrt{1+4\omega^2})^3}$. La fase corrispondente

si calcola come $\varphi = -90^\circ - 3 \arctg(2 \cdot 0,35) \approx -128^\circ$ e il margine di fase risulta, dalla definizione, $MF = 180^\circ + \varphi \approx 52^\circ$, valore corrispondente a una buona stabilità del sistema in anello chiuso.

Il margine di guadagno MG è la quantità di cui deve aumentare il guadagno d'anello affinché, per $\omega = \omega_t$, la fase sia -180° , cioè il margine di fase sia nullo. Anziché basarsi sui diagrammi di Bode, è più semplice valutare il margine di guadagno come differenza tra il guadagno, già calcolato, massimo compatibile con la stabilità in anello chiuso e il valore $K=50$:

$$MG_{\text{[dB]}} = 20 \log_{10} 142,2 - 20 \log_{10} 50 \approx 9 \text{ dB}.$$