

TABELLE DI TRASFORMATE DI LAPLACE

La trasformata di Laplace opera su $t \geq 0$.

La tabella si riferisce indifferentemente, alle funzioni indicate e alle stesse moltiplicate per il gradino unitario nell'origine (che annulla tutti i valori per tempi negativi). Le trasformate di una funzione o della stessa moltiplicata per il gradino unitario coincidono, in quanto le funzioni coincidono sul semiasse positivo dei tempi.

Le funzioni sono indicate di ampiezza unitaria. Per la linearità, è immediato considerare l'eventuale costante moltiplicativa.

<i>Trasformate di funzioni</i>	
$f(t)$ $f(t) u(t)$	$F(s)$
1 $u(t)$	$\frac{1}{s}$
t $r(t) = t u(t)$	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{1}{2}t^2$ $p(t) = \frac{1}{2}t^2 u(t) = \frac{1}{2}t r(t)$	$\frac{1}{s^3}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-at} (n intero positivo)	$\frac{1}{(s+a)}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$t^n e^{-at}$ (n intero positivo)	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cosh \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
$\sinh \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$

<i>Trasformate di distribuzioni</i>	
$f(t)$	$F(s)$
$\delta^{(n)}(t) = \frac{d^n}{dt^n} \delta(t) = \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}} u(t)$	s^n
$\delta''(t) = \frac{d^2}{dt^2} \delta(t) = \frac{d^3}{dt^3} u(t)$	s^2
$\delta'(t) = \frac{d}{dt} \delta(t) = \frac{d^2}{dt^2} u(t)$	s
$\delta(t) = \frac{d}{dt} u(t)$	1

Le tabelle date e le proprietà della trasformata consentono di ottenere molte altre corrispondenze. La formula di traslazione nel tempo consente la generalizzazione ad istanti generici delle funzioni in tabella. Si riportano alcuni risultati significativi.

<i>Trasformate di traslazioni</i>	
$f(t)$	$F(s)$
$\delta'(t-\tau) = \frac{d}{dt} \delta(t-\tau) = \frac{d^2}{dt^2} u(t-\tau)$	$s e^{-\tau s}$
$\delta(t-\tau) = \frac{d}{dt} u(t-\tau)$	$e^{-\tau s}$
$u(t-\tau)$	$\frac{1}{s} e^{-\tau s}$
$\cos \omega(t-\tau) u(t-\tau)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2} e^{-\tau s}$
$\sin \omega(t-\tau) u(t-\tau)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2} e^{-\tau s}$
$e^{-a(t-\tau)} \cos \omega(t-\tau) u(t-\tau)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2} e^{-\tau s}$
$e^{-a(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) u(t-\tau)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2} e^{-\tau s}$