

■ ■ 2 ■ ■ Time Division Multiplexing (TDM)

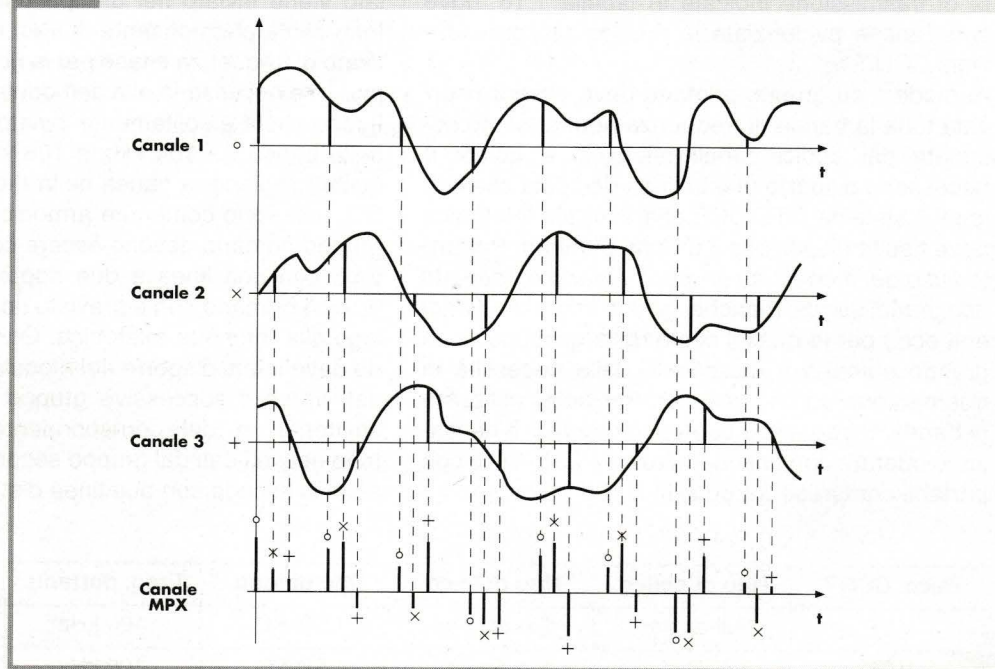
In che cosa
consiste

È legata al
campionamento

Nel precedente paragrafo si è visto come la FDM suddivida la risorsa frequenziale del canale finale e ne lasci immutata la risorsa temporale. *Si può ora procedere in modo completamente simmetrico e suddividere la risorsa temporale lasciando immutata la risorsa frequenziale*: in ciò consiste la **TDM** (*Time Division Multiplexing*: ripartizione a suddivisione di tempo). Affinché più canali possano essere immessi in unico mezzo trasmissivo è necessario riservare a ogni canale una frazione di tempo ben definita e in tale ambito inviare l'informazione del singolo canale. La frazione di tempo riservata a ogni canale viene detta **time-slot** (*fenditura di tempo*). Il tipo di informazione inviato nel canale è in relazione al tipo di modulazione operata, operazione che trasferisce l'informazione originaria su una grandezza opportuna.

La TDM è legata in modo indissolubile al campionamento di un segnale e quindi alla sua discretizzazione in ambito temporale. Proprio per il fatto che non si preleva il segnale in modo continuo ma in istanti di tempo ben definiti è possibile pensare di suddividere il tempo su un grande numero di segnali. Infatti il criterio adottato dalla TDM può essere interpretato come in figura 10. *Dai diversi segnali presenti nei canali telefonici vengono prelevati dei campioni a intervalli di tempo ben definiti e poi inviati nell'unico canale in multiplexig che riceve l'informazione globale.*

FIG. 10 La tecnica TDM necessita di campionare i segnali.



Alla base del campionamento di ogni segnale sta il *teorema di Shannon* che stabilisce quale deve essere la frequenza con cui devono succedersi i campioni affinché il segnale possa essere poi nuovamente ricostruito. In particolare la frequenza di campionamento deve essere almeno pari al doppio della frequenza dell'armonica massima (capitolo 9, relazione **7**). Nel caso del *canale telefonico* la massima frequenza è 3400 Hz e quindi la frequenza di campionamento deve essere superiore a 6800 Hz: il CCITT ha stabilito il valore di 8 kHz, con un opportuno margine di sicurezza per costruire sia il filtro di anti-aliasing sia il filtro di smoothing (ricostruzione). Tra un campione e il successivo intercorre quindi un periodo di:

$$T_c = \frac{1}{f_c} = \frac{1}{8 \text{ kHz}} = 125 \mu\text{s}$$

1

L'associazione alla codifica digitale

Se i campioni fossero prelevati mediante impulsi di durata infinitesima sarebbe possibile inviare un numero infinito di canali nell'unico canale in multiplexing. In pratica il campionamento mediante impulsi infinitesimi non è possibile sia perché non è tecnicamente realizzabile sia perché oltre al campionamento (la discretizzazione in ambito temporale) alla tecnica TDM viene associata anche la codifica digitale dell'informazione campionata. In altre parole *nel canale in multiplexing non viene inviato il campione analogico del segnale originario ma un codice binario che è legato all'ampiezza del campione prelevato*. Visto che il passaggio da un campione analogico a uno digitale richiede una conversione A/D, sarà necessario anche un tempo di conversione per ogni campione prelevato dal singolo canale. In definitiva ogni campione prelevato non può occupare un intervallo di tempo infinitesimo ma un intervallo di tempo finito: il time-slot.

Esistono esempi di tecniche TDM in cui nel canale finale sono inviati campioni analogici, ossia l'informazione viene trasferita su impulsi di opportuna durata in cui viene cambiato uno dei parametri caratteristici: è il caso delle *modulazioni impulsive* (vedere il capitolo 10). Le modulazioni impulsive sono però comunque soggette agli stessi effetti indesiderati che nascono con la modulazione dei segnali sinusoidali. Sebbene la TDM analogica sia teoricamente possibile e sia stata utilizzata anche in ambito telefonico (esistono esempi anche in Italia) praticamente ora è *passata in secondo piano per l'adozione delle tecniche digitali*. Quando al giorno d'oggi si parla di TDM ci si riferisce al campionamento e alla successiva conversione in forma binaria dell'informazione contenuta nel segnale tributario (ovvero la FDM è nor-

TDM

malmente abbinata alla PCM: vedere seguito). Occorre però tenere ben presente che il campionamento è una condizione necessaria per poter operare con la TDM, mentre la conversione digitale dell'informazione non è strettamente richiesta per tale tecnica. Per ottenere il trasferimento dell'informazione originaria si può utilizzare una qualunque delle modulazioni impulsive. Nel presente paragrafo si porrà l'accento sulla TDM e sulla successiva codifica binaria dell'informazione mentre si rimanda a testi specialistici per le altre forme analogiche di TDM.

PCM e FDM

La conversione A/D può essere considerata una forma di modulazione generalizzata perché è in grado di trasferire l'informazione contenuta in forma analogica nel segnale digitale su un codice numerico binario. Per tale ragione *nel caso di TDM digitale si parla di modulazione PCM* (Pulse Code Modulation: modulazione impulsiva di codici; è già stata studiata nel capitolo 1, paragrafo 3) perché l'informazione viene trasferita sul codice binario presentato non in modo continuo ma in corrispondenza ai singoli impulsi ottenuti dal campionamento. In pratica *si converte il segnale analogico in una successione di campioni digitali che vengono poi inviati nel mezzo trasmissivo*. Alla fine si è ottenuta la TDM-PCM ossia una tecnica di moltiplicazione nel tempo con modulazione di tipo digitale realizzata con la conversione A/D. L'informazione digitale è meno sensibile agli effetti indesiderati introdotti dal canale telefonico e quindi con la PCM si ottiene una qualità più elevata del segnale ricevuto. *La tecnica TDM è ormai indissolubilmente legata alla PCM e a esse si pensa quando si parla di telefonia digitale (TD).*

La TDM in telefonia

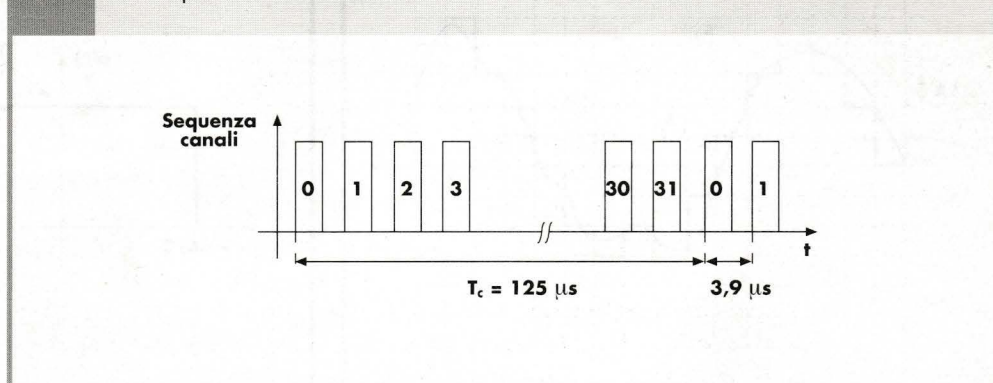
Il CEPT (Conférence Européenne des Postes e Télécommunication) ha stabilito in ambito europeo lo standard, poi normalizzato dal CCITT, da utilizzare nel caso della TDM nella telefonia: nel periodo di campionamento di 125 μ s sono inviati 32 campioni successivi con *time-slot* (tempo di canale) di:

$$T.S = \frac{T_C}{N_C} = \frac{125}{32} = 3,9 \mu s$$

2

Di questi 32 campioni 30 sono utilizzati per la trasmissione di altrettanti canali telefonici mentre 2 sono utilizzati per la sincronizzazione e la segnalazione. La moltiplicazione PCM deve quindi avvenire secondo quanto indicato in figura 11.

FIG. 11 La moltiplicazione PCM secondo il CCITT.



L'insieme dei 32 campioni PCM trasmessi viene detto **trama** del multiplo primario (europeo). Nello standard americano e giapponese la trama è costituita da 26 campioni di cui 24 relativi ai canali telefonici e 2 sono utilizzati per la sincronizzazione e la segnalazione.

■ ■ Il rumore di quantizzazione

Per la costruzione di un segnale TDM-PCM è necessario stabilire il numero delle cifre binarie che sono utilizzate dal convertitore A/D necessario alla modulazione PCM. *Nello standard europeo, diramato dal CCITT per la telefonia, si è stabilito di utilizzare complessivamente 8 bit.* Visto che il segnale telefonico analogico può essere sia positivo sia negativo, uno dei bit, il più significativo, viene utilizzato per l'individuazione del segno (i numeri negativi sono individuati dal bit più significativo pari a 1). *La conversione A/D comporta inevitabilmente la quantizzazione del segnale analogico* perché con la scelta del numero massimo di cifre digitali è possibile introdurre solo un numero discreto di valori associabili al segnale da convertire. Se le cifre binarie sono 8, sono possibili $2^8 = 256$ combinazioni binarie e quindi non è possibile rappresentare in modo rigoroso il segnale analogico.

Ammettendo allora che il segnale telefonico vari, come massimo consentito, tra $-A_M$ e $+A_M$ e identificata, per semplicità, la corrispondente variazione picco-picco $2A_M$ con la tensione di fondo scala V_{FS} del convertitore A/D, non può essere discriminato un cambiamento di segnale inferiore a:

$$\Delta A = Q = \frac{V_{FS}}{2^n} \approx \frac{2A_M}{2^n} = \frac{A_M}{128} \quad \mathbf{3}$$

La **3** esprime l'intervallo di quantizzazione (o più semplicemente il quanto) del convertitore A/D.

In effetti con un bit utilizzato esclusivamente per individuare il segno del segnale analogico con 8 cifre binarie sono possibili 127 livelli positivi e 128 livelli negativi. Il convertitore A/D effettua allora la quantizzazione con un certo errore tra il valore effettivo del segnale analogico e il valore individuato dal processo di conversione. Tutto avviene come se il segnale analogico fosse disposto su un piano cartesiano rigato in cui ogni riga è individuata dal numero binario. Vi saranno allora 127 righe positive e 128 righe negative e il segnale analogico viene quantizzato imponendogli l'appartenenza a tali livelli. Quindi, se si considerano per chiarezza solo ± 6 livelli, si ha la situazione di figura 12.

FIG. 12 La quantizzazione del segnale analogico nel processo di conversione A/D: S_a = segnale analogico; S_d = segnale digitale.

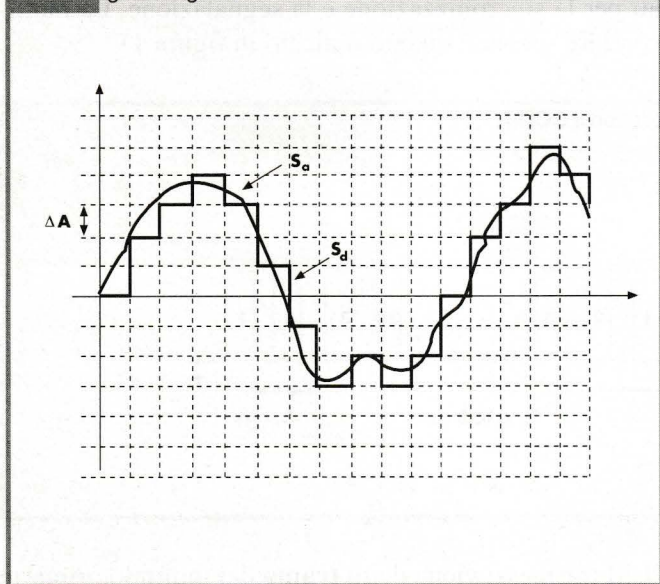
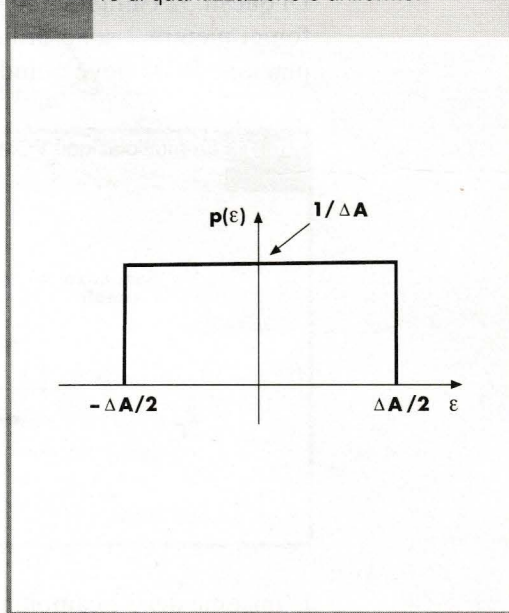


FIG. 13 La distribuzione di probabilità per l'errore di quantizzazione è uniforme.



Per effetto del campionamento e della quantizzazione gli insiemi del tempo e delle ampiezze risultano discreti e il segnale analogico viene "ingabbiato" in un reticolo

piano. All'interno di ogni fascia di livello, in ogni istante di campionamento, viene effettuata una approssimazione nella conversione che comporta un errore detto di quantizzazione a cui sarà legato un disturbo detto rumore di quantizzazione. Se l'intervallo tra una fascia e la successiva è costante, ossia se ΔA della **3** è una costante, la quantizzazione è detta lineare, non lineare in caso opposto. L'errore di quantizzazione lineare sarà dovuto alla differenza tra l'effettivo valore del segnale analogico e il valore assunto per il dato digitale:

$$\varepsilon(t) = S_a(t) - S_d(t) \quad \mathbf{4}$$

Il valore dell'errore fluttua in modo statistico tra $\pm \Delta A/2$ ossia è *pari alla metà dell'intervallo di quantizzazione*. Si può pensare che l'errore di quantizzazione sia un segnale indesiderato che si sovrappone al segnale analogico e lo disturba: è un rumore introdotto dalla quantizzazione.

Per il calcolo del suo valore efficace si osservi innanzitutto che la distribuzione di probabilità $p(\varepsilon)$ di questo errore nell'intervallo $[-\Delta A/2, +\Delta A/2]$ è sicuramente omogenea perché non esiste alcun motivo perché uno specifico valore dell'errore abbia più probabilità degli altri. Visto che l'area sottesa da $p(\varepsilon)$ deve essere unitaria, il suo valore costante è pari a $1/\Delta A = 1/Q$ (figura 13). Ricordando poi che il *valore efficace di un segnale è pari alla radice quadrata della media dei suoi quadrati*, il quadrato della tensione di rumore di quantizzazione risulta:

$$V_{q\text{eff}}^2 = \frac{1}{Q} \int_{-\frac{Q}{2}}^{+\frac{Q}{2}} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{1}{Q} \left[\frac{\varepsilon^3}{3} \right]_{-\frac{Q}{2}}^{+\frac{Q}{2}} = \frac{Q^2}{12} \quad \mathbf{5}$$

Supposto che anche il segnale come il rumore possa assumere tutti i valori compresi tra il massimo e il minimo previsti con pari probabilità, ovvero presenti una distribuzione omogenea nell'intervallo $[-2A_P/2, +2A_P/2]$ il quadrato del suo valore efficace può essere ancora calcolato con la **5** sostituendo il quanto con il valore picco-picco $2A_P$ massimo previsto, inferiore (in generale) al massimo consentito $2A_M$:

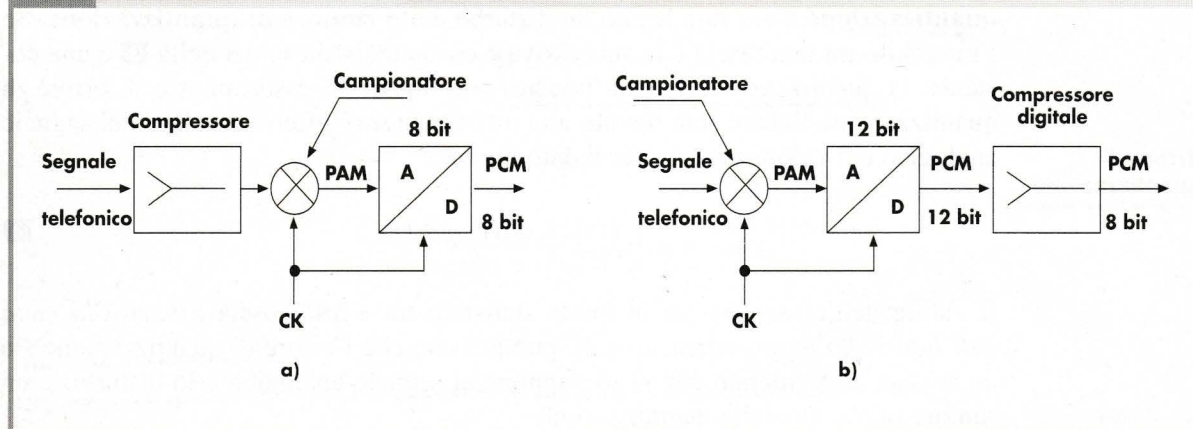
$$A_{\text{eff}}^2 = \frac{(2A_P)^2}{12} \quad \mathbf{6}$$

Il rapporto segnale/disturbo risulta quindi:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_q = \frac{A_{\text{eff}}^2}{V_{q\text{eff}}^2} = \frac{(2A_P)^2}{12} \cdot \frac{12}{Q^2} = \frac{(2A_P)^2}{\left(\frac{2A_M}{2^n} \right)^2} = 2^{2n} \left(\frac{A_P}{A_M} \right)^2 = 2^{2n+2} \left(\frac{A_P}{V_{FS}} \right)^2 \quad \mathbf{7}$$

Nel ricavare la **7** si è supposto di suddividere linearmente la quantizzazione sulla massima ampiezza possibile del segnale telefonico. *Definito il numero delle cifre binarie n , il rapporto segnale/rumore diminuisce con segnali di piccola ampiezza* e questo porta a una degradazione del segnale. Poiché non è possibile agire sul numero delle cifre binarie (per ragioni di standard definito in base alla velocità di trasmissione), *per risolvere il problema si adotta la quantizzazione non lineare*. Si tratta di aumentare i livelli di quantizzazione nella zona delle ampiezze basse e di rarefarli per le ampiezze elevate in modo che il rapporto segnale/rumore rimanga approssimativamente costante per tutta la gamma dinamica del segnale. Esistono due modi diversi di ottenere il risultato: la compressione analogica (fig. 14a) e la compressione digitale (fig. 14b).

FIG. 14 La compressione analogica (a) e quella digitale (b).

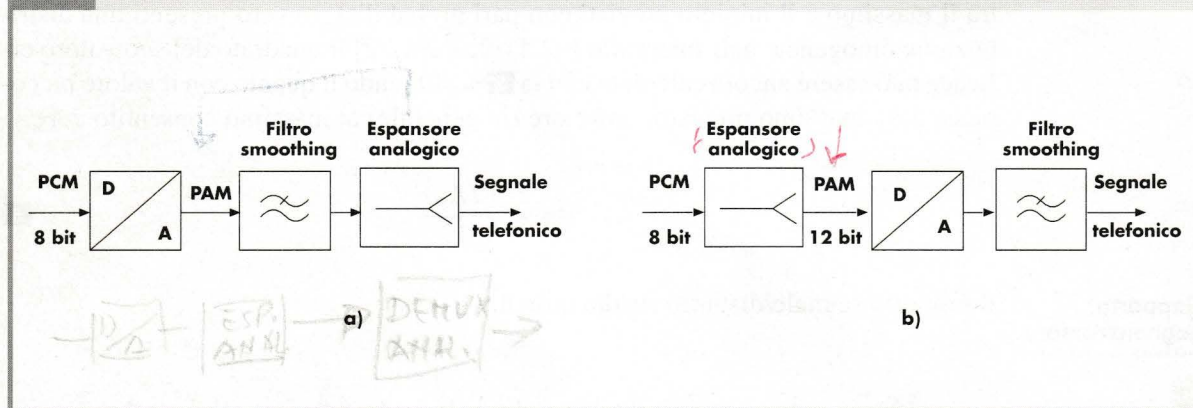


Con la compressione analogica si agisce sull'ampiezza del segnale mediante amplificatori con funzione di trasferimento non lineare (amplificatori logaritmici o semi-logaritmici) e successivamente si opera la conversione A/D. La compressione digitale viene ottenuta a livello software, convertendo dapprima il segnale analogico in campioni codificati mediante 12 cifre binarie ed eseguendo poi la compressione a 8 bit sui dati ottenuti.

L'espansione

Nel ricevitore deve poi essere effettuata l'operazione inversa di espansione del segnale PCM inviato nel canale TDM tramite espansione analogica (fig. 15a) o espansione digitale (fig. 15b).

FIG. 15 L'espansione analogica (a) e quella digitale (b).



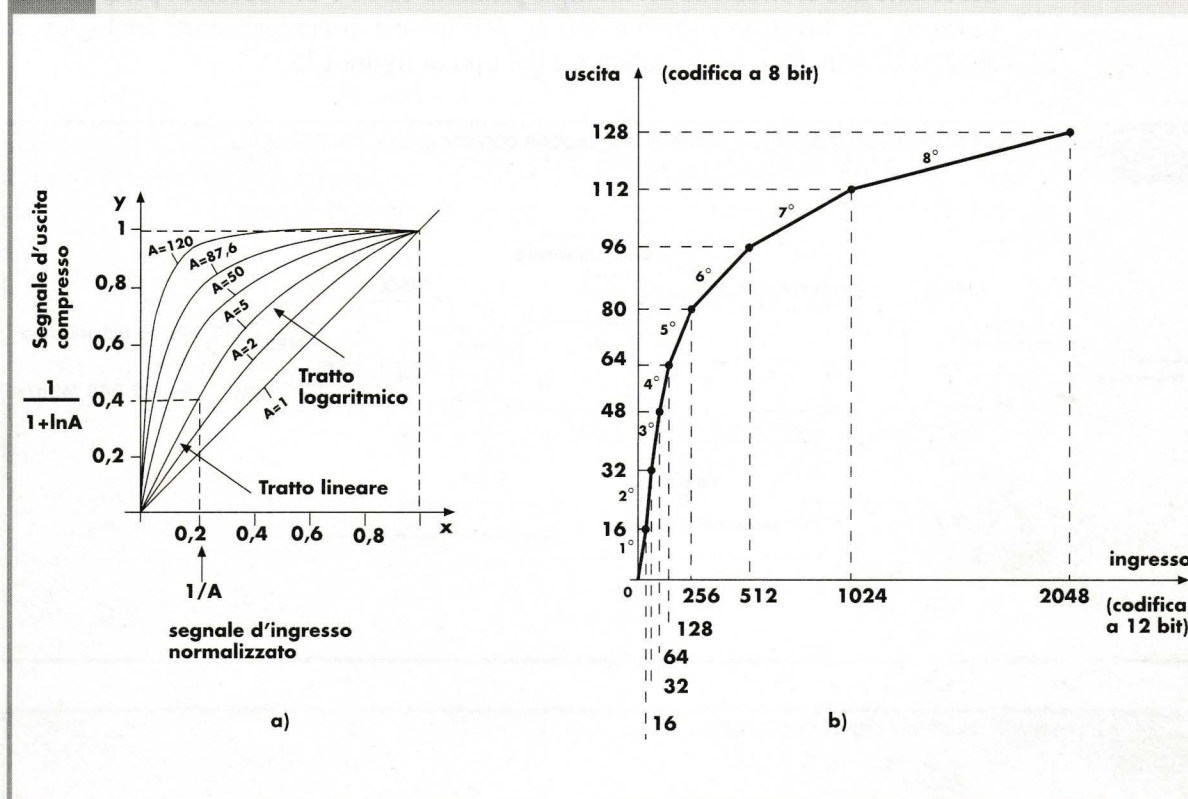
Attualmente la compressione-espansione analogica è stata abbandonata a causa della non perfetta complementarità dei due dispositivi analogici. Con l'incremento della prestazione dei sistemi digitali si è passati a una elaborazione del segnale tramite software oppure mediante filtri digitali appositamente realizzati.

La legge di compressione del segnale è stata standardizzata per l'Europa dal CEPT ed è stata poi recepita dal CCITT. Tale legge di compressione è detta di tipo A ed è stata scelta tra una famiglia di curve di compressione che sono individuate dalla funzione:

$$\begin{cases} y = \operatorname{sgn} x \frac{A \cdot |x|}{1 + \ln A} & \text{se } 0 \leq |x| \leq 1/A \\ y = \operatorname{sgn} x \frac{1 + \ln(A \cdot |x|)}{1 + \ln A} & \text{se } 1/A < |x| \leq 1 \end{cases}$$

dove A è un parametro adimensionale che *caratterizza il grado di compressione attuato*, mentre x e y sono normalizzati, rispettivamente, sul valore massimo dell'entrata e dell'uscita del compressore. In pratica *la prima funzione è tipicamente lineare* e vale per la parte iniziale della curva di compressione; *la seconda funzione è logaritmica* e quindi introduce la compressione desiderata. Al variare del parametro A si varia il punto d'attacco della compressione e quindi l'intensità della compressione. Lo studio della funzione **8** è un utile esercizio di matematica ed è lasciato al lettore. In figura 16a sono visualizzati gli andamenti per alcuni valori significativi della compressione e valori di x positivi (per valori di x negativi l'andamento è simmetrico).

FIG. 16 Possibili curve di compressione secondo la **8** in funzione di A (a) e curva scelta dal CEPT (b).



Il CEPT raccomanda l'uso della curva con $A = 87,6$ perché si può approssimare mediante 8 segmenti di retta facili da implementare col software nel caso di compressori digitali (fig. 16b).

Si noti in particolare come l'ingresso sia a 12 bit (valore massimo 2048, infatti tolto il bit di segno risulta $2^{11} = 2048$) mentre l'uscita è a 8 bit (valore massimo $2^7 = 128$). I primi due segmenti seguono una legge lineare, successivamente inizia la compressione.

La legge di compressione di tipo A viene attualmente *utilizzata in Italia dalla Telettra e dalla Italtel per la telefonia digitale*. Negli Stati Uniti, nel Canada e nel Giappone si utilizzano altre curve di compressione.

■ ■ Velocità di trasmissione, codifica e multiplexing

All'uscita del sistema di compressione e di conversione si ottiene una informazione digitale di tipo parallelo a 8 bit. Per l'invio nel canale in TDM sarà necessario passare dalla forma parallela alla forma seriale mediante un registro PISO (vedere il volume di terza) in modo che le $n = 8$ cifre binarie vengano inviate in sequenza nel canale. Dopo tale operazione nel canale si susseguiranno cifre binarie con una velocità di trasmissione che sarà legata alla frequenza di campionamento. Dall'analisi

della figura 11 si ricava la velocità di trasmissione:

$$v_{TR} = n \cdot \frac{1}{T \cdot S} = n \cdot \frac{32}{T_C} = n \cdot 32 \cdot f_C = 8 \cdot 32 \cdot 8 \cdot 10^3 = 2,048 \text{ Mbit/s} \quad \mathbf{9}$$

Pertanto il multiplo primario TDM-PCM opera a una velocità di trasmissione di 2,048 Mbit/s. Nello standard americano la velocità di trasmissione è pari a 1,536 Mbit/s.

Se l'informazione sotto forma seriale non subisse altre trasformazioni si invierebbe nel canale un codice NRZ con tutte le problematiche a esso connesse (vedere il capitolo 8). In effetti in cascata alla conversione A/D si effettua una codifica AMI 50% che, con la sua distribuzione spettrale delle armoniche, garantisce l'estrazione della frequenza di clock dall'informazione seriale ricevuta. Per completare le operazioni necessarie alla costruzione del multiplo primario TDM-PCM occorre operare il multiplexing dei canali in entrata e quindi, nell'ipotesi di compressione analogica, lo schema di principio del modulatore è del tipo di figura 17.

FIG. 17 Schema di principio di un modulatore per telefonia digitale con compressione analogica.

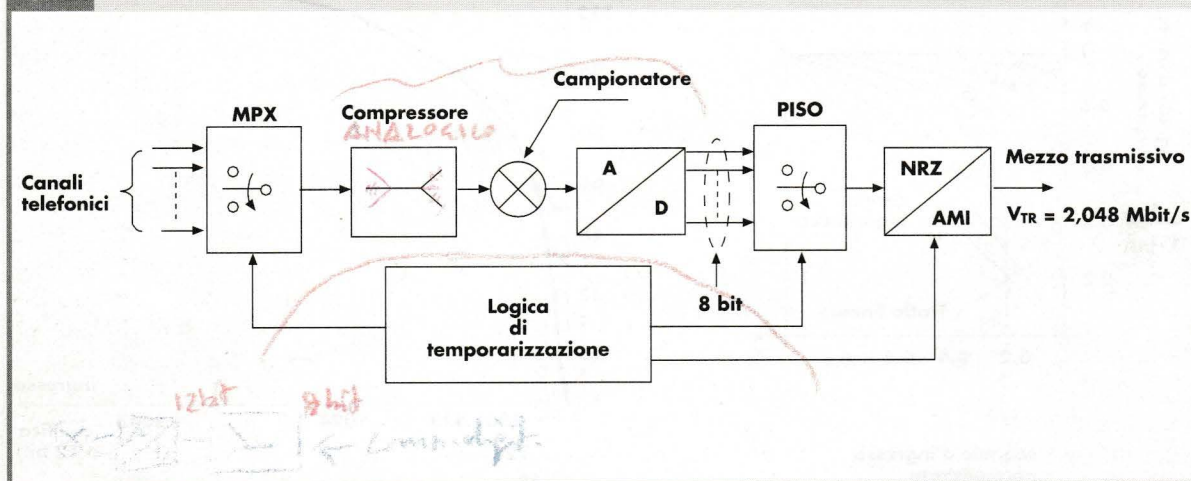
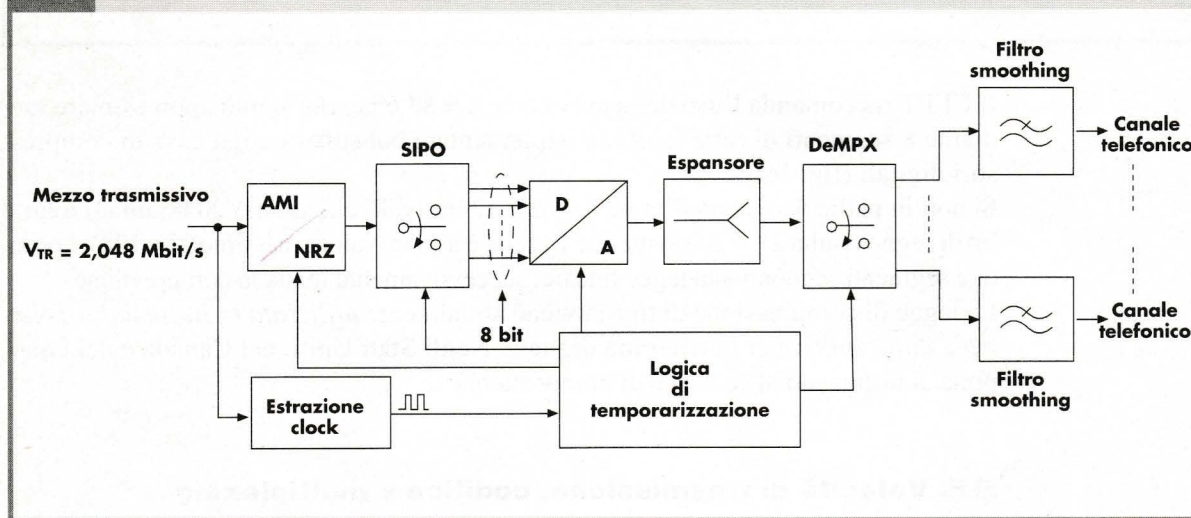


FIG. 18 La redistribuzione dei canali in ricezione.



Il multiplexer può essere assimilato a un commutatore che, in sincronismo con il campionatore, il convertitore A/D, il registro PISO e il codificatore AMI, seleziona in successione tutti i canali telefonici che devono essere immessi nel trasmettitore. Nel ricevitore dovrà essere effettuata l'operazione inversa di ridistribuzione, secondo la corretta sequenza, dei segnali tributari (fig. 18).