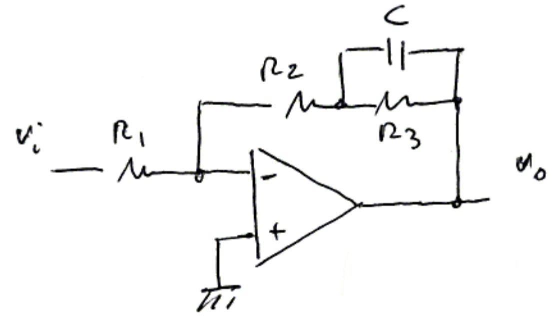
ELETTRONICA

NOME

1)



$R_1 = 1\Omega$

$C = \frac{1}{3} F$

PROGETTARE IL CIRCUITO IN MODO DA SODDISFARE LE SEGUENTI SPECIFICHE

a) IL GUADAGNO A BASSE FREQUENZE DEVE ESSERE 5

b) IL GUADAGNO AD ALTE FREQUENZE DEVE ESSERE 2

2) a) L'INGRESSO DEL CIRCUITO IN FIGURA È

$$v_i(t) = 1{,}2 + 0{,}4 \cos 0{,}8t$$

DETERMINARE LA RISPOSTA $V_0(t)$ A REGIME (TRANSITORIO ESAURITO).

b) DETERMINARE VALORE INIZIALE E FINALE DELLA RISPOSTA AD UN GRADINO UNITARIO

$$v_i(t) = \begin{cases} 0\,V & \text{per } t<0 \\ 1\,V & \text{per } t>0 \end{cases}$$

3) LA POTENZA COMPLESSIVA DI UN SEGNALE MODULATO IN AMPIEZZA CON INDICE DI MODULAZIONE DEL 100% È 30W.

DETERMINARE LA POTENZA COMPLESSIVA CON MODULAZIONE AL 50%.

NOTA: QUESITI 2a E 2b IN ALTERNATIVA!

LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DEL CIRCUITO È

$$F(s) = -5 \frac{1 + \frac{s}{2{,}5}}{1 + s}$$

1 a) A BASSE FREQUENZE C PRESENTA UN'ALTA IMPEDENZA (CTO APERTO)

$$|\bar{F}(j\omega)| = \frac{R_2 + R_3}{R_1} = 5$$

b) AD ALTE FREQUENZE C PRESENTA IMPEDENZA NULLA (CTO CTO)

$$|\bar{F}(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1} = 2$$

CON $R_1 = 1\Omega$ SI RICAVA $R_2 = 2\Omega$ E $R_3 = 3\Omega$

2 a) CON $v_i(t) = 1{,}2 + 0{,}4 \cos 0{,}8t$

LA RISPOSTA $v_0(t)$ A REGIME È

$$v_0(t) = 1{,}2\,F(0) + R\left[0{,}4\,\bar{F}(j0{,}8)\,e^{j0{,}8t}\right] =$$

$$= 1{,}2\,(-5) + R\left[0{,}4\left(-5\,\frac{1+j\frac{0{,}8}{2{,}5}}{1+j0{,}8}\right)e^{j0{,}8t}\right] =$$

$$= -6 + R\left[-2\,\frac{1+j\frac{8}{25}}{1+j\frac{4}{5}} \cdot \frac{1-j\frac{4}{5}}{1-j\frac{4}{5}}\,e^{j0{,}8t}\right] =$$

$$= -6 + R\left[-2\,\frac{\frac{157}{125} + j\left(\frac{8}{25} - \frac{4}{5}\right)}{\frac{41}{25}}\,e^{j0{,}8t}\right] =$$

$$= -6 + R\left[\left(-\frac{314}{205} + j\frac{24}{41}\right)e^{j0{,}8t}\right] =$$

$$= -6 - \frac{314}{205}\cos 0{,}8t - \frac{24}{41}\sin 0{,}8t =$$

$$= -6 - 1{,}53\cos 0{,}8t - 0{,}585\sin 0{,}8t = -6 + 1{,}64\cos(0{,}8t + 159°)$$

b) $$V_0(s) = F(s) \cdot V_i(s) = -5\,\frac{1+\frac{s}{2{,}5}}{1+s} \cdot \frac{1}{s}$$

VALORE INIZIALE

$$\lim_{t\to 0} v_0(t) = \lim_{s\to\infty} s\,V_0(s) = -5 \cdot \frac{1}{2{,}5} = -2\,V$$

VALORE FINALE

$$\lim_{t\to\infty} v_0(t) = \lim_{s\to 0} s\,V_0(s) = -5\,V$$

3 LA POTENZA COMPLESSIVA DI UN SEGNALE MODULATO IN AMPIEZZA CON INDICE DI MODULAZIONE m È

$$P_T = P_0\left(1 + \frac{1}{2}m^2\right)$$

CON $m = 1$ $\quad P_T = P_0 \cdot \frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad P_0 = \frac{2}{3}P_T = 20\,W$

CON $m = 0{,}5$ $\quad P_T = P_0\left(1 + \frac{1}{2}0{,}5^2\right) = 22{,}5\,W$

NON RICHIESTO

2a) RISPOSTA COMPLETA ALL'INGRESSO $V_i(t) = 1{,}2 + 0{,}4 \cos 0{,}8t$

TRASFORMATA DI LAPLACE DELL'INGRESSO $V_i(t)$

$$\mathcal{L}[V_i(t)] = V_i(s) = \frac{1{,}2}{s} + 0{,}4 \frac{s}{s^2+0{,}64}$$

TRASFORMATA DELL'USCITA $V_0(t)$

$$V_0(s) = F(s) \cdot V_i(s) = -5 \frac{1+\frac{s}{2{,}5}}{1+s} \left[\frac{1{,}2}{s} + 0{,}4 \frac{s}{s^2+0{,}64}\right] =$$

$$= \frac{-6\left(1+\frac{s}{2{,}5}\right)}{s(1+s)} - \frac{2s}{s^2+0{,}64} \cdot \frac{1+\frac{s}{2{,}5}}{1+s} = V_{01}(s) + V_{02}(s)$$

IL PRIMO TERMINE RAPPRESENTA LA TRASFORMATA DELLA RISPOSTA AD UN GRADINO DI AMPIEZZA 1,2 V;

IL SECONDO TERMINE È LA TRASFORMATA DELLA RISPOSTA ALLA COSINUSOIDE DI AMPIEZZA 0,4 V E PULSAZIONE 0,8 rad/s –

PRIMO TERMINE $\quad V_{01}(s) = \dfrac{-6\left(1+\frac{s}{2{,}5}\right)}{s(s+1)} = \dfrac{A}{s} + \dfrac{B}{s+1}$

$$A = \left.\frac{-6\left(1+\frac{s}{2{,}5}\right)}{s+1}\right|_{s=0} = -6$$

$$B = \left.\frac{-6\left(1+\frac{s}{2{,}5}\right)}{s}\right|_{s=-1} = \frac{-6\left(1-\frac{1}{2{,}5}\right)}{-1} = 6 \cdot \frac{1{,}5}{2{,}5} = 3{,}6$$

L'ANTITRASFORMATA DEL 1° TERMINE

$$\mathcal{L}^{-1}[V_{01}(s)] = V_{01}(t) = \left(-6 + 3{,}6\, e^{-t}\right) u(t)$$

SECONDO TERMINE $\quad V_{02}(s) = \dfrac{-2s\left(1+\frac{s}{2{,}5}\right)}{(s+1)(s^2+0{,}64)} = \dfrac{C}{s+1} + \dfrac{Ds+E}{s^2+0{,}64}$

$$C = \left.\frac{-2s\left(1+\frac{s}{2{,}5}\right)}{s^2+0{,}64}\right|_{s=-1} = \frac{+2\left(1-\frac{1}{2{,}5}\right)}{1{,}64} = \frac{2}{1{,}64} \cdot \frac{1{,}5}{2{,}5} = \frac{30}{41}$$

$$\frac{Ds+E}{s^2+0{,}64} = \frac{Ds}{s^2+0{,}64} + \frac{E}{s^2+0{,}64}$$

L'ANTITRASFORMATA DI QUESTI TERMINI SONO RISPETTIVAMENTE UNA FUNZ. COSENO E UNA FUNZ. SENO (FUNZIONI DI REGIME, GIÀ RICAVATE IN ALTRO MODO È PARI A

$$-\frac{314}{205}\cos 0{,}8t - \frac{24}{41}\sin 0{,}8t \quad \rightarrow \quad D = -\frac{314}{205}, \quad E = -\frac{24}{41} \cdot 0{,}8 = -\frac{96}{205}$$

QUINDI

$$V_{02}(s) = \frac{-2s - 0{,}8s^2}{(s+1)(s^2+0{,}64)} = -\frac{30/41}{s+1} - \frac{314}{205}\frac{s}{s^2+0{,}8^2} - \frac{24}{41} \cdot \frac{0{,}8}{s^2+0{,}8^2}$$

ANTITRASFORMANDO $\quad \mathcal{L}^{-1}[V_{02}(s)] = V_{02}(t) = \left[\frac{30}{41}e^{-t} - \frac{314}{205}\cos 0{,}8t - \frac{24}{41}\sin 0{,}8t\right] u(t)$

ALTERNATIVAMENTE, I COEFFICIENTI C, D, E DI $V_{02}(s)$ POSSONO ESSERE RICAVATI SVILUPPANDO A SECONDO MEMBRO ED EGUAGLIANDO I NUMERATORI DELL'EGUAGLIANZA

$$\frac{-2s\left(1+\frac{s}{2,5}\right)}{(s+1)(s^2+0,64)} = \frac{C}{s+1} + \frac{Ds+E}{s^2+0,64} = \frac{(C+D)s^2+(D+E)s+E+0,64C}{(s+1)(s^2+0,64)}$$

$$\begin{cases} C+D = -\frac{2}{2,5} \\ E+D = -2 \\ E+0,64C = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = +\frac{30}{41} \\ D = -\frac{314}{205} \\ E = -\frac{96}{205} \end{cases}$$

LA RISPOSTA COMPLETA $v_0(t)$ È LA SOMMA DELLE RISPOSTE PARZIALI $v_{01}(t)$ E $v_{02}(t)$

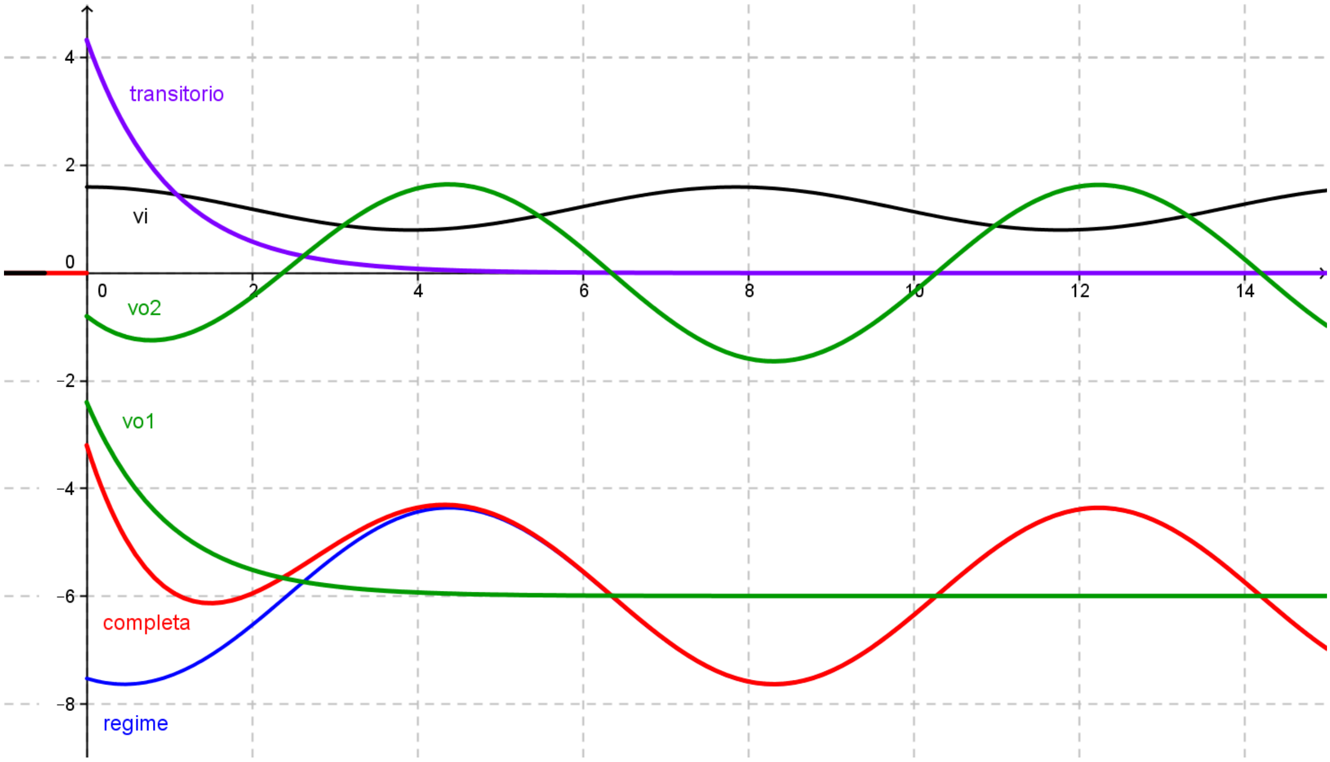
CIASCUNA DELLE QUALI CONSTA DI UN TERMINE DI REGIME E DI UN TERMINE TRANSITORIO:

I TERMINI DI REGIME HANNO LA "FORMA" DELLE FORZANTI,

I TRANSITORI SI ANNULLANO PER $t \to \infty$ (IN PRATICA DOPO 5 COSTANTI DI TEMPO, QUI LA COSTANTE DI TEMPO È PARI AD 1S.).

$$v_0(t) = v_{01}(t) + v_{02}(t) = \left[-6+3,6e^{-t}+\frac{30}{41}e^{-t}-\frac{314}{205}\cos 0,8t-\frac{24}{41}\sin 0,8t\right]u(t)$$

$$= \Big[\underbrace{-6-\frac{314}{205}\cos 0,8t-\frac{24}{41}\sin 0,8t}_{\text{REGIME}}+\underbrace{\frac{888}{205}e^{-t}}_{\text{TRANSITORIO}}\Big]u(t)$$



$$Vo(s) = F(s)\,Vi(s) = -5\frac{1+\frac{s}{2.5}}{1+s}\left[\frac{1.2}{s} + 0.4\frac{s}{(s^2+0.8^2)}\right] = -6\frac{1+\frac{2}{5}s}{s\,(s+1)} - 2\frac{\left(1+\frac{2}{5}s\right)s}{(s+1)\,\left(s^2+\frac{16}{25}\right)}$$

$$Vo1(s) = -6\frac{1+\frac{2}{5}s}{s\,(s+1)} = -6\frac{1}{s} + \frac{18}{5}\frac{1}{s+1}$$

$$Vo2(s) = -2\frac{\left(1+\frac{2}{5}s\right)s}{(s+1)\,\left(s^2+\frac{16}{25}\right)} = -\frac{314}{205}\frac{s}{\left(s^2+\frac{16}{25}\right)} - \frac{24}{41}\frac{\frac{4}{5}}{\left(s^2+\frac{16}{25}\right)} + \frac{30}{41}\frac{1}{(s+1)}$$

$$vo1(t) = vr1(t) + vt1(t) = \left[-6 + \frac{18}{5}e^{-t}\right]\mathrm{u(t)}$$

$$vo2(t) = vr2(t) + vt2(t) = \left[-\frac{314}{205}\cos\left(\frac{4}{5}t\right) - \frac{24}{41}\sin\left(\frac{4}{5}t\right) + \frac{30}{41}e^{-t}\right]\mathrm{u(t)}$$

Regime $\quad vr(t) = vr1(t) + vr2(t) = \left[-6 - \frac{314}{205}\cos\left(\frac{4}{5}t\right) - \frac{24}{41}\sin\left(\frac{4}{5}t\right)\right]\mathrm{u(t)}$

Transitorio $\quad vt(t) = vt1(t) + vt2(t) = \left[\frac{18}{5}e^{-t} + \frac{30}{41}e^{-t}\right]\mathrm{u(t)} = \left[\frac{888}{205}e^{-t}\right]\mathrm{u(t)}$

Completa $\quad vo(t) = vo1(t) + vo2(t) = vr(t) + vt(t) = \left[-6 - \frac{314}{205}\cos\left(\frac{4}{5}t\right) - \frac{24}{41}\sin\left(\frac{4}{5}t\right) + \frac{888}{205}e^{-t}\right]\mathrm{u(t)}$

NON RICHIESTO

2b) ANDAMENTO DI $V_0(t)$

$$V_0(s) = -\frac{5}{s}\,\frac{1+\frac{s}{2{,}5}}{1+s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{1+s}$$

$$A = s\,V_0(s)\Big|_{s=0} = -5$$

$$B = (1+s)\,V_0(s)\Big|_{s=-1} = \frac{-5}{-1}\left(1-\frac{1}{2{,}5}\right) = 5\cdot\frac{1{,}5}{2{,}5} = 3$$

$$V_0(s) = -\frac{5}{s} + \frac{3}{s+1}$$

$$v_0(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[V_0(s)\right] = \left(-5 + 3e^{-t}\right)u(t)$$