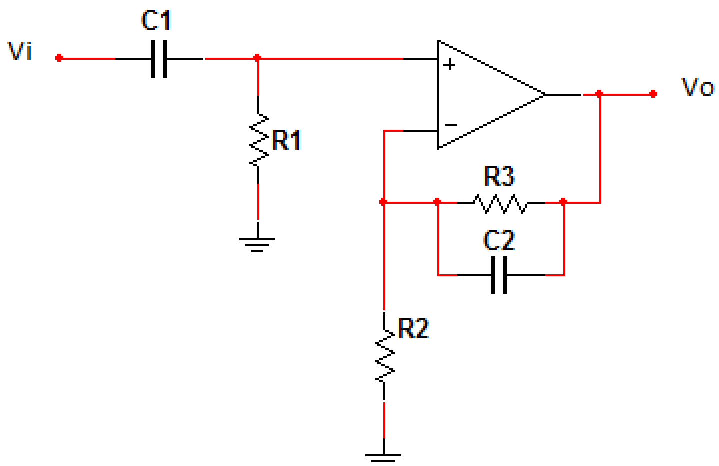
ELETTRONICA E TELECOMUNICAZIONI

1) Con riferimento al circuito in fig.



$R_1 = 10k\Omega$

$C_1 = 0{,}1mF$

$R_2 = 2{,}5k\Omega$

$R_3 = 10k\Omega$

$C_2 = 5\mu F$

a) determinare la funzione di trasferimento
b) determinare gli eventuali poli e zeri
c) determinare il guadagno a frequenze molto basse ($f \rightarrow 0$) e molto alte ($f \rightarrow \infty$)

2) Determinare la risposta $v_o(t)$ fornita da un sistema descritto dalla funzione di trasferimento F(s) sollecitato dal segnale $v_i(t)$

$$F(s) = \frac{5s}{s^2+4} \qquad v_i(t) = u(t) \quad \left\{ \begin{matrix} 0 \;\; V \quad per \quad t < 0 \\ 1 \;\; V \quad per \quad t > 0 \end{matrix} \right\}$$

3) Rappresentare i diagrammi di Bode asintotici relativi alla funzione di trasferimento del punto precedente

1)

1a) $F(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V^+} \cdot \frac{V^+}{V_i}$

$$\frac{V^+}{V_i} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = \frac{sR_1C_1}{1+sR_1C_1}$$

$$\frac{V_o}{V^+} = \frac{R_2 + Z_3}{R_2} \qquad \text{con } Z_3 = \frac{R_3 \cdot \frac{1}{sC_2}}{R_3 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{R_3}{1+sR_3C_2}$$

$$\hookrightarrow = \frac{R_2 + \frac{R_3}{1+sR_3C_2}}{R_2} = \frac{1}{R_2} \frac{R_2+R_3+sR_2R_3C_2}{1+sR_3C_2} = \frac{R_2+R_3}{R_2} \cdot \frac{1+sR_pC_2}{1+sR_3C_2} \quad \text{con } R_p = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$$

$$F(s) = \frac{sR_1C_1}{1+sR_1C_1} \cdot \frac{R_2+R_3}{R_2} \cdot \frac{1+sR_pC_2}{1+sR_3C_2} \qquad \left(R_p = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)$$

$R_1C_1 = 10^4 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-3} = 1\,s \qquad \frac{R_2+R_3}{R_2} = 5 \qquad R_p = \frac{2{,}5\,\cancel{K} \cdot 10K}{12{,}5\,\cancel{K}} = \frac{25\,K}{12{,}5} = 2\,K\Omega$

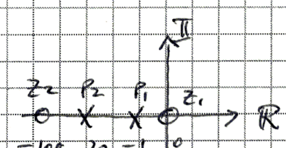
$R_pC_2 = 2K \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 10 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{100}\,s \qquad R_3C_2 = 10K \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 50 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{20}\,s$

sostituendo

$$F(s) = 5 \cdot \frac{s}{s+1} \cdot \frac{1+\frac{s}{100}}{1+\frac{s}{20}}$$

1b) ZERI $\quad N(s) = 0 \quad \begin{cases} s = 0 & z_1 \\ 1 + \frac{s}{100} = 0 \to s = -100 & z_2 \end{cases}$

POLI $\quad D(s) = 0 \quad \begin{cases} 1 + \frac{s}{1} = 0 \to s = -1 & p_1 \\ 1 + \frac{s}{20} = 0 \to s = -20 & p_2 \end{cases}$



1c) Alle freq. molto basse i cond. sono circuiti aperti $\left|F(j\omega)\right|_0 = 0$

Alle freq. molto alte i cond sono corto circuiti $V^+ = V_i$, $V_o = V^+ \to V_o = V_i$ $\left|F(j\omega)\right|_\infty = 1$

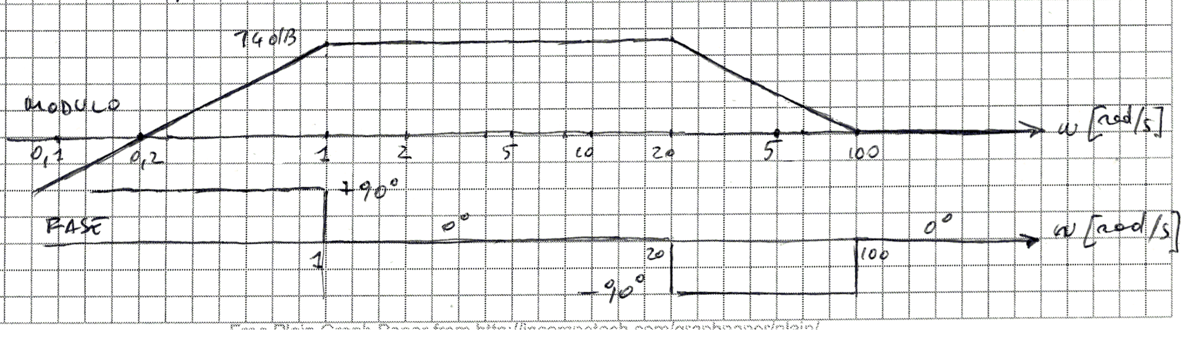
NON RICHIESTO Diagrammi di Bode

Punto di passaggio

per $\omega < 1$ (1° polo/zero $\neq 0$) $F(s) = 5s$ per $\omega = 1$ $F(\omega) = 5 = 14\,dB$

zero nell'origine $\to$ pendenza iniziale $+20\,dB/dec.$ (fase iniziale $+90°$)

cambi di pendenza in corrispondenza di poli e zeri ($\omega = 1$, $\omega = 20$ e $\omega = 100$)



2) $V_i(s) = \frac{1}{s}$ $\qquad V_o(s) = V_i(s) \cdot F(s)$

$$V_o(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{5s}{s^2+4} = \frac{5}{s^2+4} \qquad \mathcal{L}\left[\sin \omega t\right] = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$V_o(s) = \frac{5}{s^2+4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{s^2+4} \qquad \mathcal{L}\{\sin 2t\} = \frac{2}{s^2+4}$$

$$v_o(t) = \frac{5}{2} \sin 2t$$

ALTRO MODO

$$V_o(s) = \frac{5}{s^2+4} = \frac{5}{(s+j2)(s-j2)} = \frac{A}{s-j2} + \frac{B}{s+j2}$$

$$A = (s-j2)\, V_o(s)\Big|_{s=j2} = \frac{5}{s+j2}\Big|_{s=j2} = \frac{5}{j4}$$

$$B = (s+j2) \cdot V_o(s)\Big|_{s=-j2} = A^* = \frac{5}{-j4}$$

$$V_o(s) = \frac{5}{j4} \cdot \frac{1}{s-j2} - \frac{5}{j4} \cdot \frac{1}{s+j2}$$

$$v_o(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[V_o(s)\right] = \frac{5}{j4} e^{+j2t} - \frac{5}{j4} e^{-j2t} = \frac{5}{2}\left(\frac{e^{j2t} - e^{-j2t}}{2j}\right) = \frac{5}{2} \sin 2t$$

3) $F(s) = \frac{5s}{s^2+4} \simeq \frac{5s}{(s+2)^2} = \frac{5}{4} \frac{s}{\left(1+\frac{s}{2}\right)^2} \qquad \overline{F(j\omega)} = \frac{5}{4} \frac{j\omega}{\left(1+j\frac{\omega}{2}\right)^2}$

per $\omega < 2$ $\quad F(s) = \frac{5}{4} s$

in $\omega = 2$ $\quad F(\omega) = \frac{5}{4} \cdot 2 = \frac{10}{4}$ $\qquad 10 = 20\,dB$, $4 = 12\,dB$ $\qquad \frac{10}{4} = 20dB - 12dB = 8dB$