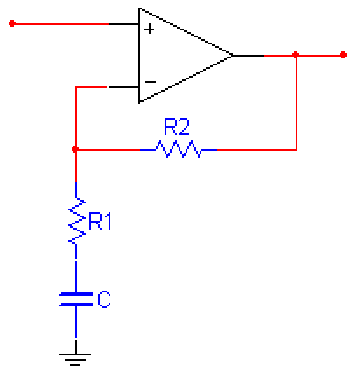
ELETTRONICA E TELECOMUNICAZIONI

1) Determinare la risposta $v_o(t)$ fornita da un sistema descritto dalla funzione di trasferimento F(s) sollecitato dal segnale $v_i(t)$

$$F(s) = \frac{1+5s}{1+s} \qquad v_i(t) = u(t) \quad \begin{Bmatrix} 0\ V\ per\ t < 0 \\ 1\ V\ per\ t \geq 0 \end{Bmatrix}$$

2) Con riferimento al circuito in fig.



$R_1 = 1\Omega$

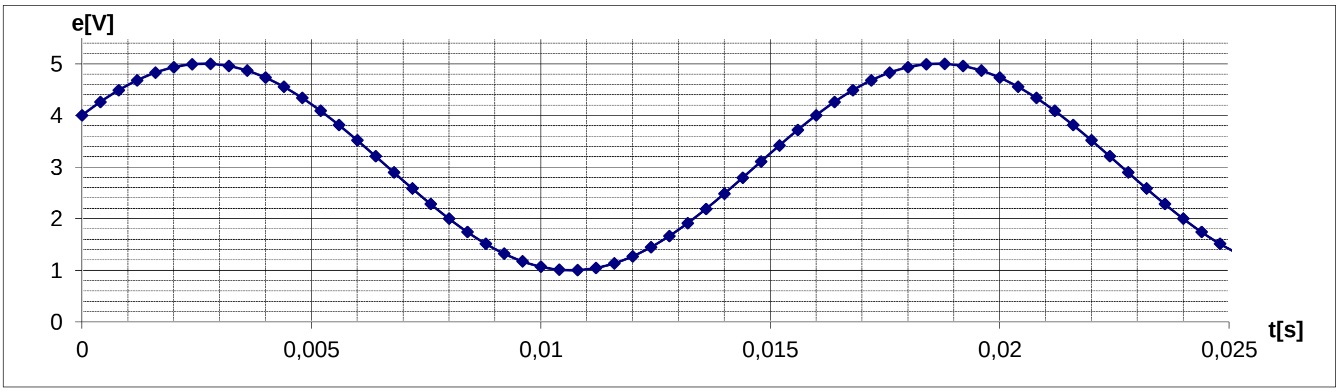
$C = 1F$

$R_2 = 4\Omega$

a) determinare la funzione di trasferimento
b) determinare il guadagno a frequenze molto basse (f → 0) e molto alte (f → ∞)
c) la risposta $v_0(t)$ (a transitorio esaurito) al segnale sinusoidale

$$v_i(t) = 2\ sen(0{,}8t)$$

3) a) determinare l'espressione analitica, lo spettro delle ampiezze e il valore efficace del segnale e(t) in figura



b) determinare la risposta $v_o(t)$ al segnale e(t) - di cui sopra - applicato ad una rete con

$$\bar{F}(\omega) = 0.8\ \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_s}} \qquad \omega_s = 125\pi\ rad/s$$

1 $V_i(s) = \frac{1}{s}$

$$V_o(s) = F(s) \cdot V_i(s) = \frac{1+5s}{1+s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{1+s}$$

$$A = \lim_{s \to 0} s \cdot V_o(s) = \left.\frac{1+5s}{1+s}\right|_{s=0} = 1$$

$$B = \lim_{s \to -1} (s+1) \cdot V_o(s) = \left.\frac{1+5s}{s}\right|_{s=-1} = 4$$

$$V_o(s) = \frac{1}{s} + \frac{4}{1+s}$$

$$v_o(t) = \mathcal{L}^{-1}[V_o(s)] = (1 + 4 \cdot e^{-t}) \cdot u(t)$$

In altro modo

$$\frac{1+5s}{1+s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{1+s} = \frac{A + As + Bs}{s(1+s)}$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ A + B = 5 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} A = 1 \\ B = 4 \end{cases}$$

2a) $F(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{z_1+z_2}{z_1}$ con $\begin{cases} Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC} = \frac{1+sR_1C}{sC} \\ Z_2 = R_2 \end{cases}$

$$F(s) = \frac{\frac{1+sR_1C}{sC}+R_2}{\frac{1+sR_1C}{sC}} = \frac{1+s(R_1+R_2)C}{1+sR_1C}$$

sostituendo

$$F(s) = \frac{1+5s}{1+s}$$

poli e zeri

poli: D(s) = 0 → 1 + s = 0 → s = -1 (p_1)

zeri: N(s) = 0 → 1 + 5s = 0 → s = $-\frac{1}{5}$ (z_1)

s $\rightarrow j\omega$ $\bar{F}(j\omega) = \frac{1+j5\omega}{1+j\omega}$

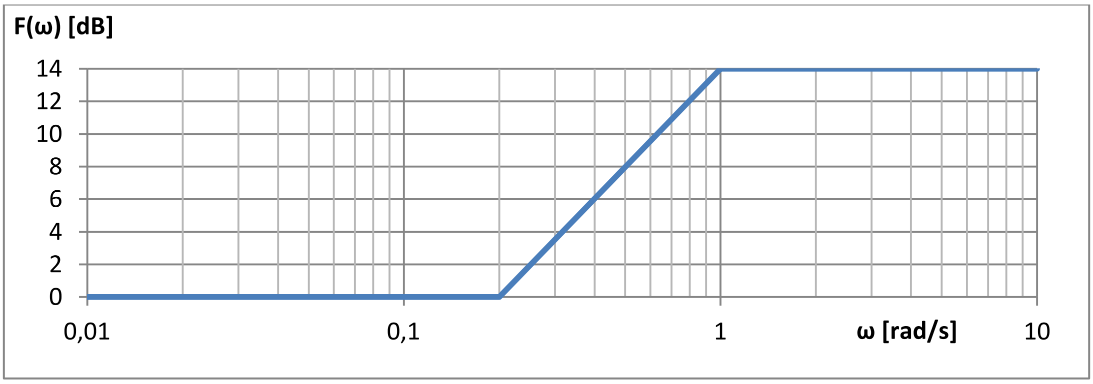
espressione del modulo e della fase della FdT

$F(\omega) = \frac{\sqrt{1+(5\omega)^2}}{\sqrt{1+\omega^2}}$ $\varphi_F(\omega) = \text{atg}(5\omega) - \text{atg}(\omega)$

2b) alle freq. molto basse il cond. è un c.to aperto → $F(0) = 1$ ($0\ dB$)

alle freq. molto alte il cond. è un c.to c.to → $F(\infty) = 5$ ($14\ dB$)

diagramma di Bode del modulo della FdT



2c) $v_o(t) = V_o \cdot \sin(\bar{\omega}t + \psi)$ con $\begin{cases} \bar{\omega} = 0{,}8\,\frac{rad}{s} \\ V_o = F(\bar{\omega}) \cdot V_i \quad \begin{cases} V_i = 2\ V \\ \varphi_i = 0\ rad \end{cases} \\ \psi = \varphi_i + \varphi_F(\bar{\omega}) \end{cases}$

$$F(\bar{\omega}) = \frac{\sqrt{1+(5\cdot 0{,}8)^2}}{\sqrt{1+0{,}8^2}} = 3{,}22$$

$\varphi_F(\omega) = \text{atg}(5 \cdot 0{,}8) - \text{atg}(0{,}8) = 37{,}3°$

$v_o(t) = 6{,}44 \cdot \sin(0{,}8\,t + 37{,}3°)$

3a) $e(t) = E_o + E_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$

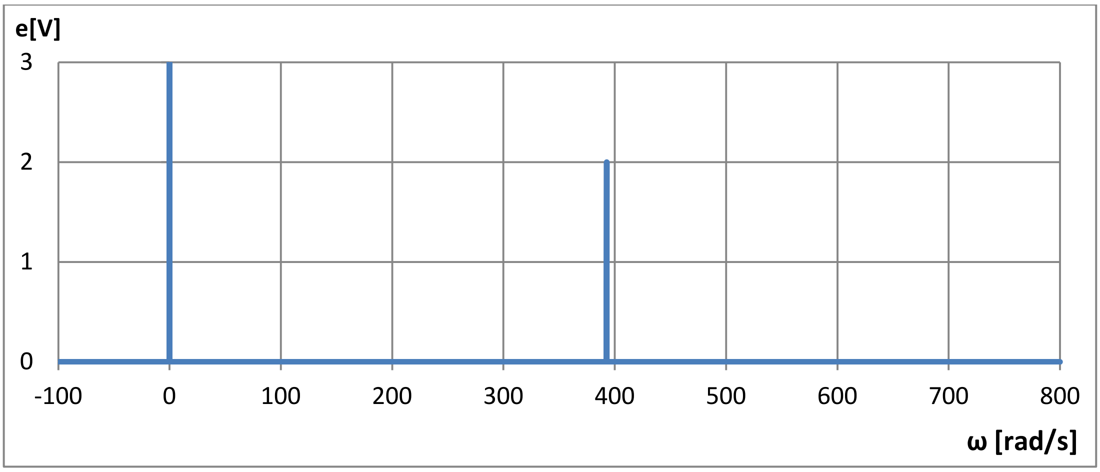
$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}\ rad/s$ con T = 0,016 s (f = 62,5 Hz) $\rightarrow$ $\omega_1 = 125\,\pi\ rad/s$

$E_o = \frac{e_{max} + e_{min}}{2} = \frac{5+1}{2} = 3\ V$

$E_1 = \frac{e_{max} - e_{min}}{2} = \frac{5-1}{2} = 2\ V$

$e(0) = E_o + E_1 \cdot \sin(\varphi_1)$ $\rightarrow \sin(\varphi_1) = \frac{e(0) - E_o}{E_1} = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$ $\rightarrow$ $\varphi_1 = 30°$

$e(t) = 3 + 2 \cdot \sin(\omega_1 t + 30°)$ con $\omega_1 = 125\,\pi\ rad/s$



$e_{RMS} = \sqrt{(E_o)^2 + \frac{1}{2}\,(E_1)^2}$ = 3,317 V

3b) per sovrapposizione

$v_o(t) = V_o + V_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \psi_1)$

$V_o = F(0) \cdot E_o = 0{,}8 \cdot 3 = 2{,}4\ V$

$V_1 = F(\omega_1) \cdot E_1$ = 1,13V [$F(\omega_1) = 0{,}8 \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega_1}{\omega_s})^2}}$ = $\frac{0{,}8}{\sqrt{2}}$ = 0,5657 V (ω_1=ω_s)]

$\psi_1 = \varphi_1 + \varphi_F(\omega_1) = -15°$ [$\varphi_F(\omega_1)$ = - atg($\frac{\omega_1}{\omega_s}$) $= -45°$ (ω_1=ω_s)]