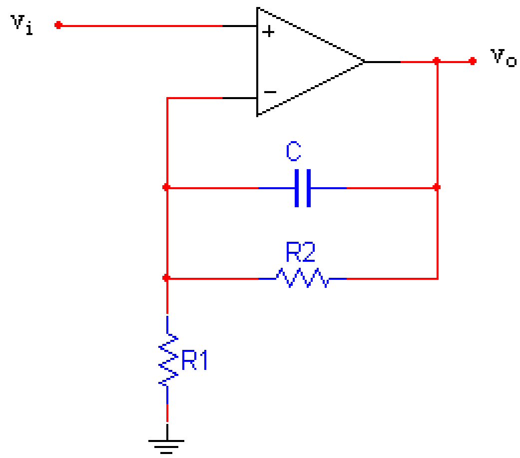
ELETTRONICA E TELECOMUNICAZIONI

1) Con riferimento al circuito in fig.



$R_1 = 2,5\Omega$

$R_2 = 10\Omega$

$C = 0,5F$

a) determinare la funzione di trasferimento
b) determinare gli eventuali poli e zeri
c) scrivere l'espressione del modulo e della fase della funzione di trasferimento
d) determinare il guadagno a frequenze molto basse ($f \rightarrow 0$) e molto alte ($f \rightarrow \infty$)
e) OPZIONALE: rappresentare il diagramma di Bode del modulo della f.d.t.

2) Determinare la risposta $v_o(t)$ fornita da un sistema descritto dalla funzione di trasferimento F(s) sollecitato dal segnale $v_i(t)$

$$F(s) = 5 \cdot \frac{1+s}{1+5s} \qquad v_i(t) = u(t) \quad \left\{ \begin{array}{lll} 0 \;\; V & per & t<0 \\ 1 \;\; V & per & t>0 \end{array} \right\}$$

3) Determinare la risposta $v_o(t)$, in regime alternato sinusoidale, al segnale $v_i(t)$ applicato alla funzione di trasferimento F(s)

$$F(s) = 5 \cdot \frac{1+s}{1+5s} \qquad v_i(t) = sen(0,8t)$$

SOLUZIONE

1a) $$F(s)=\frac{v_0}{v_i}=\frac{Z_1+Z_2}{Z_1}$$ con $$\begin{cases} Z_2=\dfrac{R_2\cdot\dfrac{1}{sC}}{R_2+\dfrac{1}{sC}}=\dfrac{R_2}{1+sR_2C} \\ Z_1=R_1 \end{cases}$$

$$F(s)=\frac{R_1+\dfrac{R_2}{1+sR_2C}}{R_1}=\frac{R_1+R_2}{R_1}\cdot\frac{1+sR_pC}{1+sR_2C}$$ con $$R_p=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$$

Sostituendo

$$F(s)=5\cdot\frac{1+s}{1+5s}\qquad\qquad F(s)=\frac{N(s)}{D(s)}$$

1b) zeri: $N(s)=0$ $\quad 1+s=0$ $\quad s=-1$ $\quad (z_1)$

poli: $D(s)=0$ $\quad 1+5s=0$ $\quad s=-0,2$ $\quad (p_1)$

1c) $s\rightarrow \mathrm{j}\omega$ $$F(\mathrm{j}\omega)=5\cdot\frac{1+\mathrm{j}\omega}{1+\mathrm{j}5\omega}$$

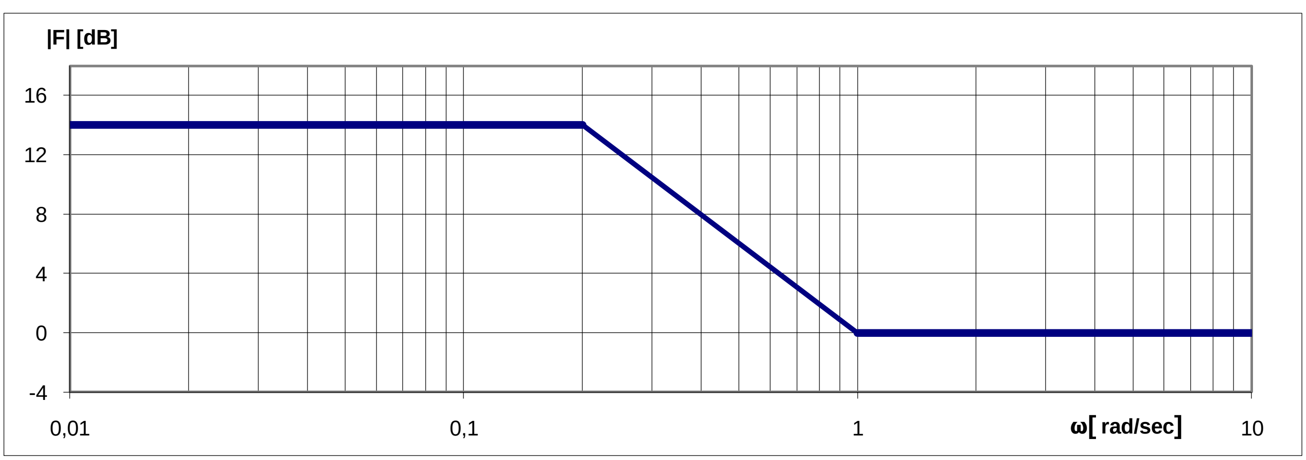
$$|F(\mathrm{j}\omega)|=5\cdot\frac{\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{1+(5\omega)^2}}$$

$$\varphi[F(\mathrm{j}\omega)]=\arctan(\omega)-\arctan(5\omega)$$

1d) alle freq. molto basse il cond. è un circuito aperto $\rightarrow$ $\left.|F(\mathrm{j}\omega)|\right|_0=5 \quad (14\ dB)$

alle freq. molto alte il cond. è un corto circuito $\rightarrow$ $v_0=v^-=v_i \rightarrow \left.|F(\mathrm{j}\omega)|\right|_\infty=1 \quad (0\ db)$

1e) OPZIONALE



2)

$$V_i(s) = \frac{1}{s} \qquad\qquad V_o(s) = V_i(s) \cdot F(s)$$

$$V_o(s) = \frac{5 \cdot (1+s)}{s \cdot (1+5s)} = \frac{s+1}{s \cdot (s+\frac{1}{5})} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+\frac{1}{5}}$$

$$A = s \cdot V_o(s)\Big|_{s=0} \quad = \frac{s+1}{(s+\frac{1}{5})}\Big|_{s=0} \quad = 5$$

$$B = (s+\frac{1}{5}) \cdot V_o(s)\Bigg|_{s=-\frac{1}{5}} \quad = \frac{s+1}{s}\Bigg|_{s=-\frac{1}{5}} \quad = -4$$

(Nota: A+B=1 perché il grado del denominatore supera quello del numeratore di una unità.)

$V_o(s)$ scomposta in fattori semplici risulta:

$$V_o(s) = \frac{5}{s} - \frac{4}{s+\frac{1}{5}}$$

Antitrasformando si ricava:

$$v_o(t) = 5 - 4\ e^{-\frac{1}{5}t} \quad \text{per } t > 0$$

3)

In regime alternato sinusoidale, la risposta ad un segnale
$v_i(t) = A \cdot sen(\varpi \cdot t + \varphi)$ applicato ad una F(ω) è
$v_o(t) = B \cdot sen(\varpi \cdot t + \psi)$: segnale sinusoidale con pulsazione uguale a quella del segnale d'ingresso.

L'ampiezza e la fase risultano:
$B = A \cdot |F(\varpi)|$
$\psi = \varphi + \varphi_{F(\varpi)}$

Per il caso assegnato, le caratteristiche del segnale applicato sono:

- Ampiezza $A = 1 \ V$
- Fase iniziale $\varphi = 0 \ rad$
- Pulsazione $\varpi = 0,8 \ rad/s$

La funzione di trasferimento presenta le seguenti caratteristiche:

$$|F(\omega)| = \frac{5 \cdot \sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{1+(5\omega)^2}} \rightarrow |F(\varpi)| = \frac{5 \cdot \sqrt{1+0,8^2}}{\sqrt{1+(5 \cdot 0,8)^2}} = 1,553$$

$$\varphi_{F(\omega)} = arctg \ \omega - arctg \ 5\omega \rightarrow \varphi_{F(\varpi)} = arctg \ 0,8 - arctg \ 5 \cdot 0,8 = -0,65 \ rad$$

$v_o(t) = 1,553 \cdot sen(0,8 \cdot t - 0,65) \ V$