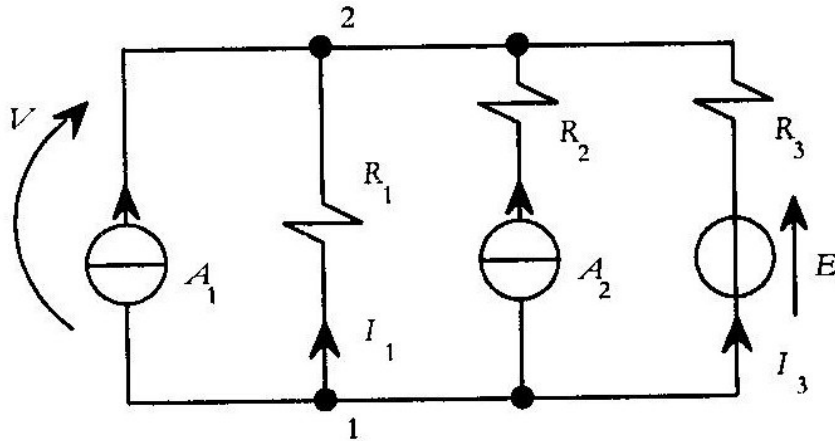


Problema 2

Calcolare la tensione V ai capi dei bipoli in parallelo nel circuito rappresentato in figura.

Dati: $E=10\text{ V}$; $A_1=2\text{ A}$; $A_2=1\text{ A}$; $R_1=R_2=10\ \Omega$; $R_3=5\ \Omega$.



Soluzione

I problemi nei quali è necessario calcolare la tensione ai capi di un circuito costituito dal parallelo di più bipoli si risolvono agevolmente mediante l'applicazione del teorema di Millman il quale è una conseguenza pressoché immediata della LKC applicata ad uno dei due nodi del circuito. Imponiamo infatti che sia nulla la somma delle correnti entranti nel nodo 2,

$$A_1 + I_1 + A_2 + I_3 = 0.$$

La legge di Ohm permette di calcolare $I_1 = -V/R_1$ e $I_3 = (E - V)/R_3$ per cui la relazione precedente diventa:

$$A_1 - \frac{V}{R_1} + A_2 + \frac{E - V}{R_3} = 0$$

Da questa equazione è possibile ricavare la tensione incognita V ,

$$V = \frac{A_1 + A_2 + \frac{E}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}}$$

Tale relazione è detta teorema di Millman ed esprime il fatto che la tensione ai capi di un insieme di bipoli in parallelo si ottiene come rapporto fra un numeratore dato dalla somma

- dei generatori di corrente presi con segno positivo o negativo secondo che abbiano lo stesso verso o verso opposto rispetto alla tensione V da calcolare;
- dei rapporti fra i generatori di tensione e le loro resistenze serie, presi con segno positivo o negativo secondo che abbiano lo stesso verso o verso opposto rispetto a V ;

ed un denominatore dato dalla somma di tutte le conduttanze fatta eccezione per quelle che compaiono in serie ai generatori di corrente.

L'applicazione del teorema di Millman al caso in esame dà

$$V = \frac{2 + 1 + \frac{10}{5}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{5}} = \frac{50}{3} \text{ V.}$$

Allo stesso risultato si perviene sostituendo con rami equivalenti quelli che comprendono i generatori A_2 ed E .

Il primo ramo è equivalente al generatore di corrente A_2 .

Il secondo è equivalente ad un generatore di corrente di valore E/R_3 in parallelo ad un resistore di valore R_3 .

In definitiva, la rete assegnata è equivalente al parallelo dei 3 generatori di corrente (A_1 , A_2 , E/R_3) in parallelo ai due resistori (R_1 ed R_3)

I 3 generatori di corrente in parallelo sono equivalenti ad uno di valore pari alla somma dei 3.

La tensione V si ottiene moltiplicando la corrente complessiva per la resistenza equivalente al parallelo delle 2, ottenendo l'espressione sopra riportata.