

Problema 1

Per la rete in figura determinare il numero di nodi. Successivamente calcolare la tensione ai capi del generatore di corrente e la corrente che percorre la resistenza R_7 specificandone il verso.

Dati: $I_1 = 1 \text{ A}$; $R_1 = R_2 = R_5 = R_6 = 10 \text{ } \Omega$; $R_3 = R_4 = 20 \text{ } \Omega$; $R_7 = R_8 = 15 \text{ } \Omega$; $R_9 = 7.5 \text{ } \Omega$.

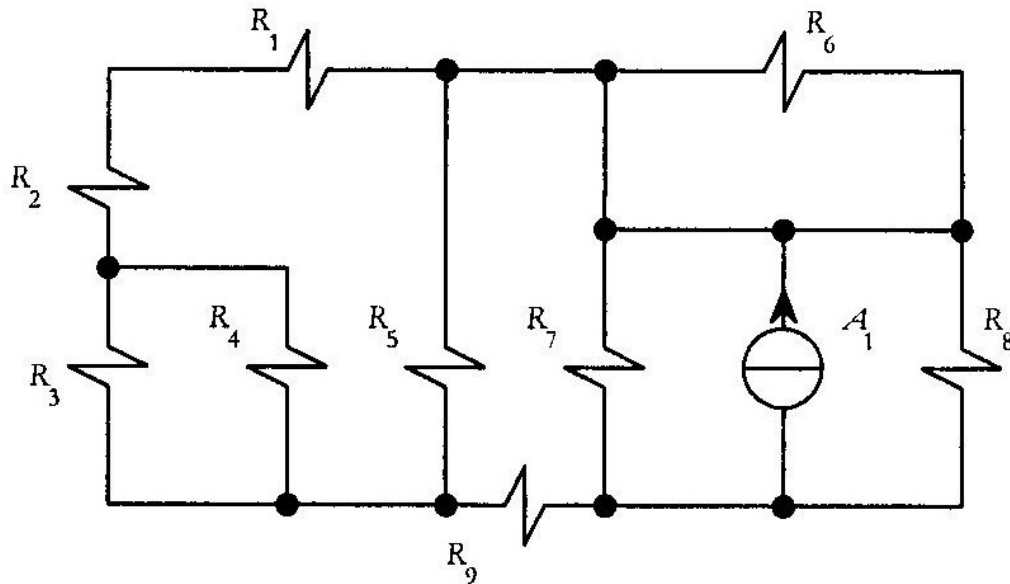
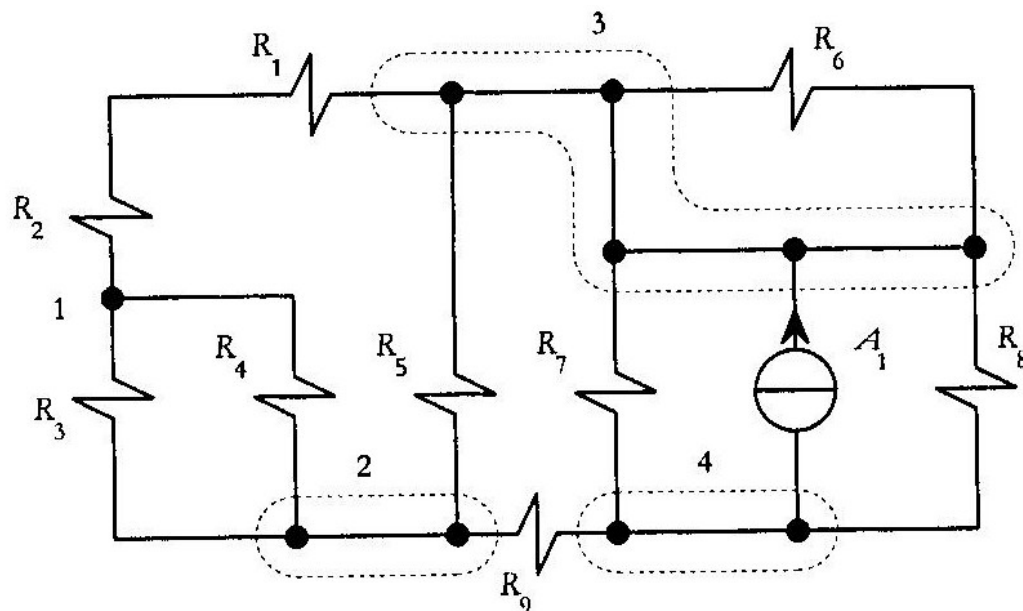


Figura 1

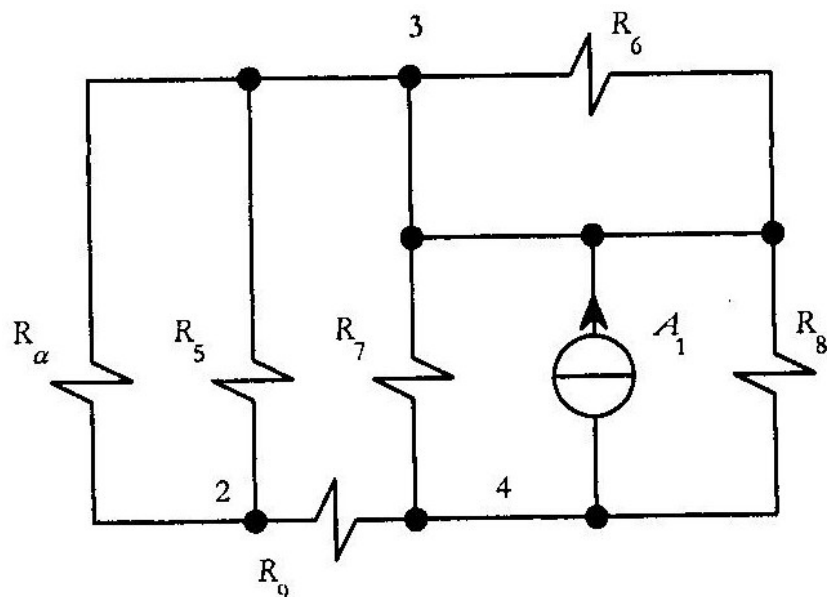
Soluzione

I nodi della rete si determinano ricordando che per nodo si intende un punto in cui insistono tre o più lati e che si devono considerare come equivalenti nodi fra loro cortocircuitati. Ne consegue che la rete data possiede, nonostante l'apparente complessità, solo 4 nodi. Inoltre se non si è interessati alle correnti che fluiscono in R_3 ed R_4 , i nodi 1 e 2 si possono facilmente eliminare sostituendo R_3 ed R_4 con la loro resistenza equivalente.

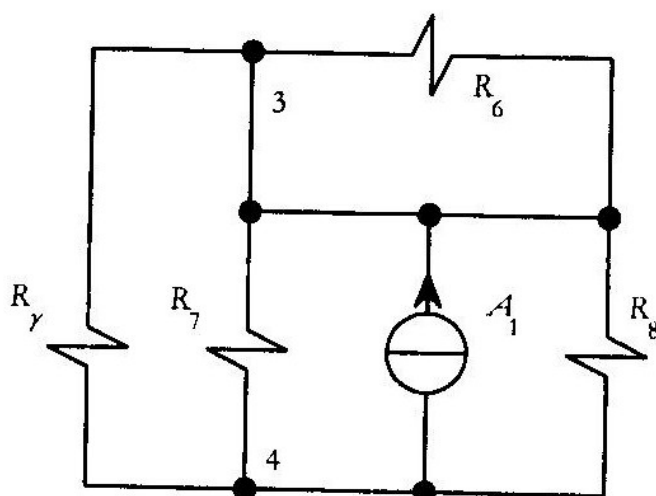
La figura seguente evidenzia i nodi presenti nella rete.



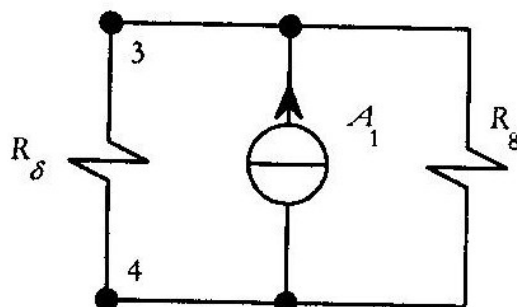
Per determinare la caduta di tensione ai capi del generatore di corrente è necessario calcolare il valore della resistenza ai capi del generatore stesso. A questo scopo è sufficiente ridurre successivamente la rete mettendo in serie e/o in parallelo i singoli resistori. Come anticipato i resistori R_3 ed R_4 sono in parallelo e, essendo uguali, danno luogo ad una resistenza equivalente che è pari alla metà di ciascuno di essi $R_{34}=R_3/2=R_4/2=10\ \Omega$. A questo punto R_{34} si trova in serie con R_1 ed R_2 . Questi tre resistori sono quindi equivalenti ad un'unica resistenza $R_\alpha=R_{34} + R_1 + R_2=30\ \Omega$. La rete assume dunque la seguente configurazione.



Mettiamo ora in parallelo le resistenze R_α ed R_5 ottenendo $R_\beta = R_\alpha R_5 / (R_\alpha + R_5) = 7.5 \, \Omega$, che a sua volta è in serie ad R_9 , dando luogo a $R_\gamma = R_\beta + R_9 = 15 \, \Omega$. La rete ottenuta è la seguente.



Effettuiamo il parallelo fra R_γ ed R_7 ottenendo $R_\delta = R_\gamma / 2 = R_7 / 2 = 7.5 \, \Omega$. Si può inoltre osservare che la resistenza R_6 è corto-circuitata. Ai suoi capi non vi è caduta di tensione e quindi, per la legge di Ohm, in essa non circola corrente. Possiamo dunque eliminare dal circuito la resistenza senza alterare né la LKT¹ in nessuna maglia né la LKC in nessun nodo. Il circuito diventa dunque come segue.



I resistori R_δ ed R_8 sono in parallelo e perciò equivalenti a $R_e = R_\delta R_8 / (R_\delta + R_8) = 5 \, \Omega$. La caduta di tensione sul generatore di corrente è quindi $V_{34} = V_{A1} = R_e A_1 = 5 \, \text{V}$. Tale tensione cade anche su R_7 (cfr. Figura 1) e dunque in essa scorre, dal nodo 3 verso il nodo 4, una corrente pari a $V_{34} / R_7 = 1/3 \, \text{A}$.

¹ LKT ed LKC sono gli acronimi rispettivamente per "Legge di Kirchhoff delle tensioni" e per "Legge di Kirchhoff delle correnti"