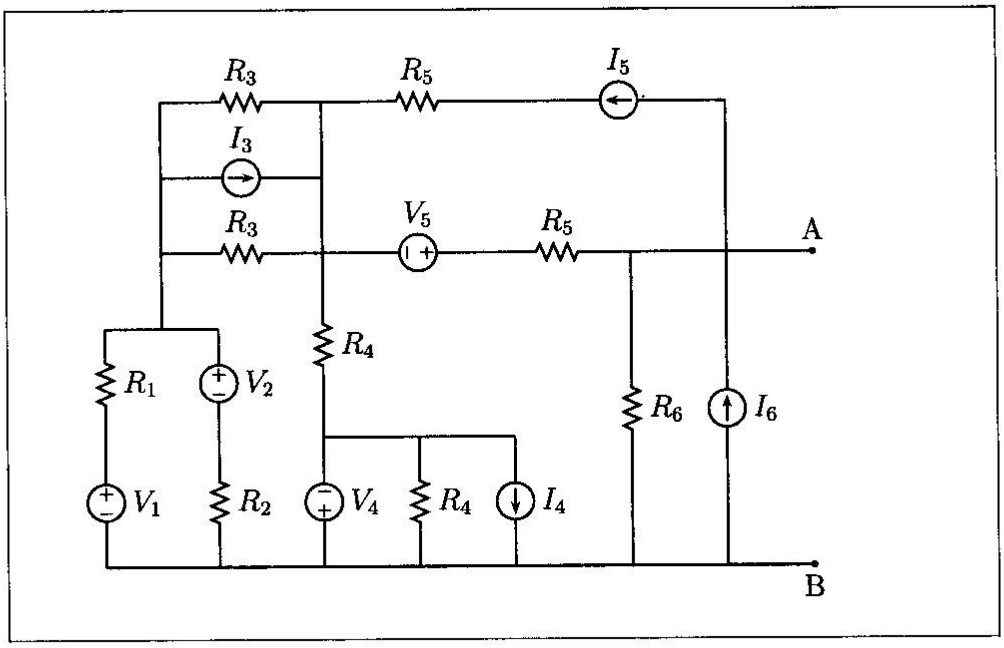
I 4 esercizi proposti che seguono sono entrambi accompagnati da alcune note utili alla loro risoluzione e da un esercizio guida simile per ciascuno di questi.

1)

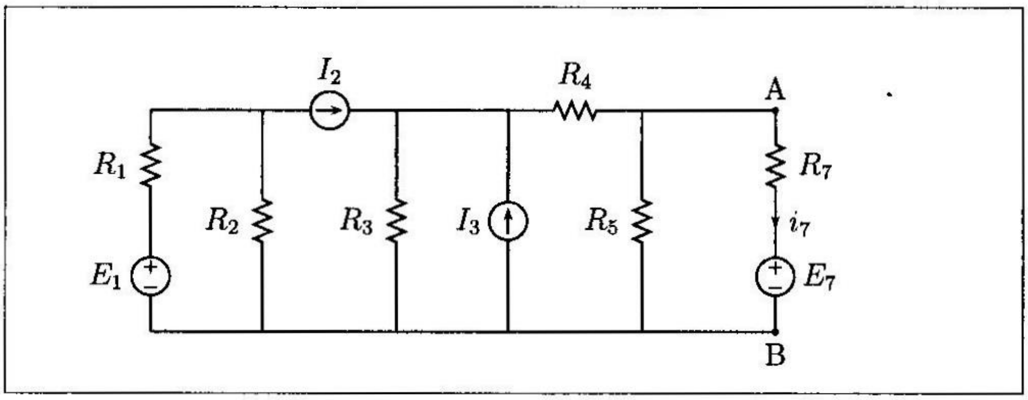
Semplificare il circuito componendo e trasformando ripetutamente i generatori reali (generatori ideali e resistori) fino ad ottenere un equivalente ai nodi A e B composto da un solo generatore ideale e un solo resistore.
Ricavare sia il modello Thévénin sia il modello Norton.
$R_1 = 6\Omega$; $R_2 = 3\Omega$; $R_3 = 2\Omega$; $R_4 = 6\Omega$; $R_5 = 1\Omega$; $R_6 = 3\Omega$;
$V_1 = 6V$; $V_2 = 9V$; $I_3 = 1A$; $V_4 = 6V$; $I_4 = 6A$;
$V_5 = 5V$; $I_5 = 3A$; $I_6 = 2A$.



2)

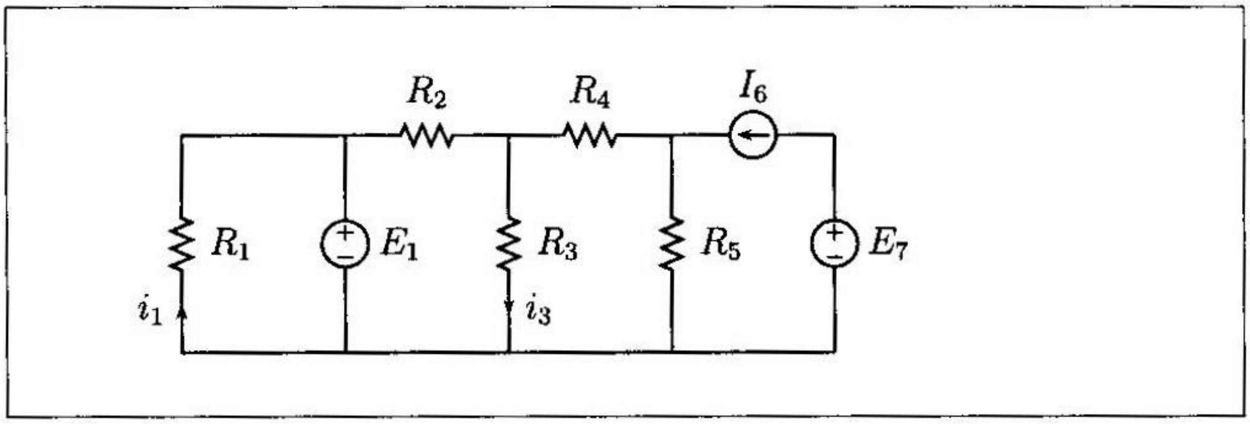
Calcolare la tensione V_{AB} dopo aver determinato l'equivalente Thévenin della rete a sinistra dei morsetti A-B collegata al bipolo costituito da E_7 ed R_7.

$R_1 = 5\Omega$; $R_2 = 3\Omega$; $R_3 = 4\Omega$; $R_4 = 6\Omega$; $R_5 = 2,5\Omega$; $E_1 = 1V$;
$I_2 = 2A$; $I_3 = 3A$; $R_7 = 3\Omega$; $E_7 = 2V$.



3)

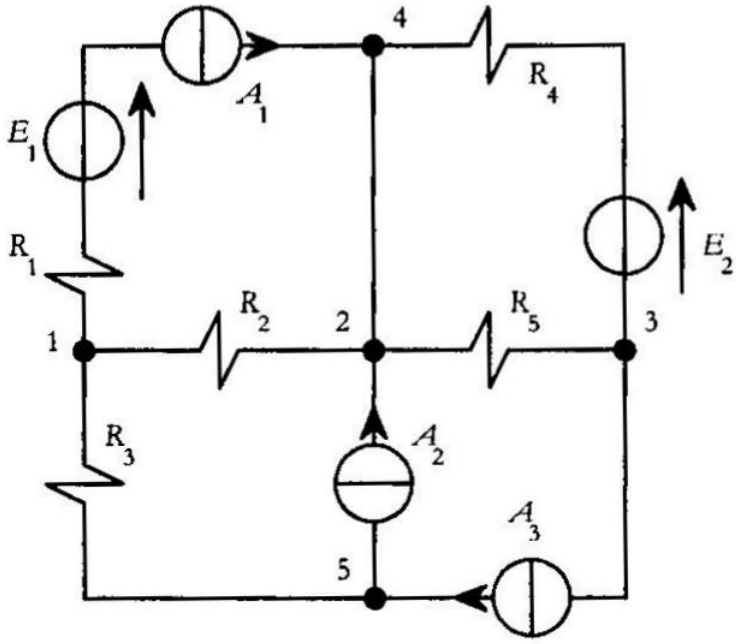
Calcolare le correnti i_1 e i_3 indicate sul circuito utilizzando il *teorema di sovrapposizione degli effetti.*
$R_1 = 6\Omega$; $R_2 = 2\Omega$; $R_3 = 6\Omega$; $R_4 = 1\Omega$; $R_5 = 2\Omega$;
$I_6 = 9A$; $E_1 = 18V$; $E_7 = 27V$.



4)

Verificare il bilancio energetico della rete in corrente continua rappresentata in figura.

Dati: $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=10\ \Omega$; $E_1=100$ V; $E_2=300$ V; $A_1=A_2=A_3=10$ A.



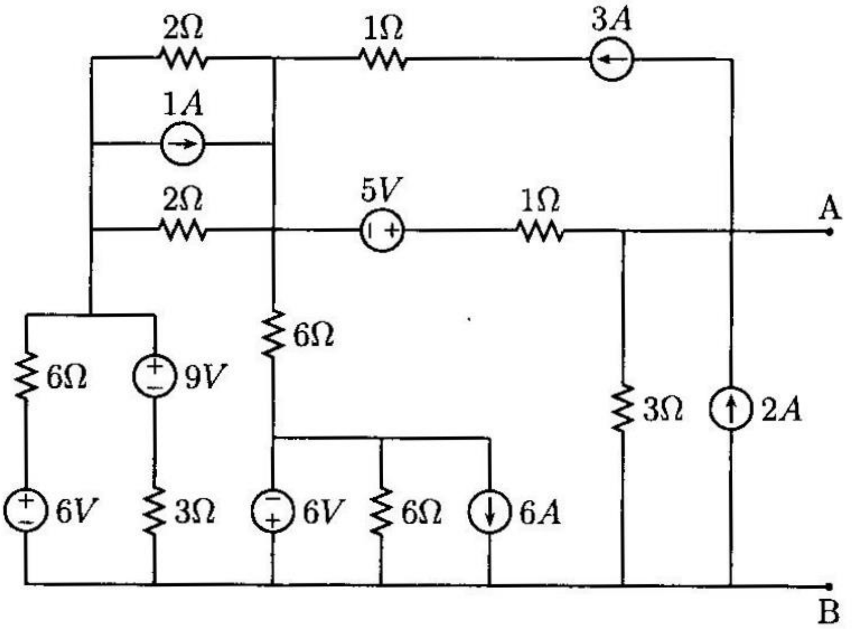
Note per la soluzione degli esercizi proposti

Es1

procedura di risoluzione:

partendo dai rami più lontani dai nodi A e B componiamo i generatori reali trasformando in Thévénin, ove necessario, i generatori in serie e trasformando in Norton, ove necessario, i generatori in parallelo.

Per semplificare l'esposizione della soluzione operiamo numericamente direttamente sul grafico del circuito e, passo per passo, rappresentiamo il circuito con le trasformazioni effettuate.

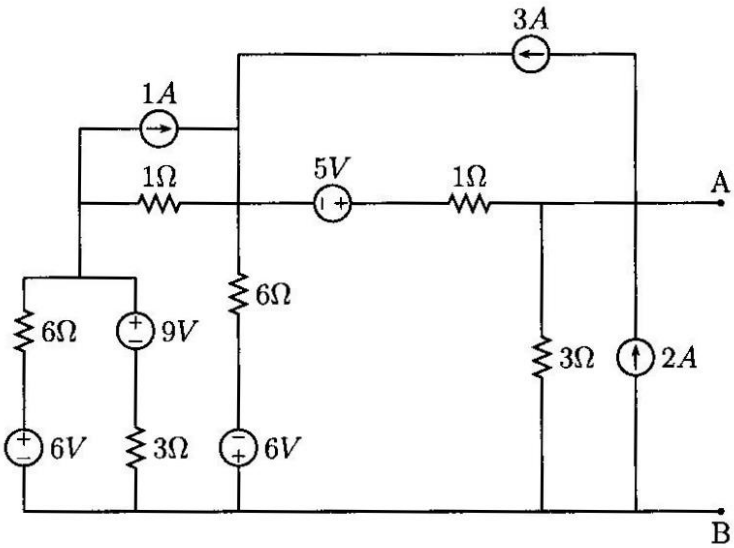


Prima di cominciare a testa bassa ad eseguire l'esercizio, è conveniente dedicare almeno uno sguardo ai vari elementi che compongono il circuito ed ai loro collegamenti.

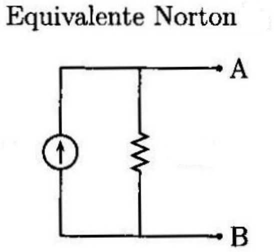
Salta subito all'occhio la presenza del resistore R_5 in serie alla sorgente ideale di corrente I_5: questo resistore non avrà alcun effetto sul resto del circuito e può essere trascurato.

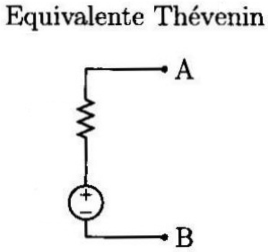
In modo analogo riconosciamo la presenza del parallelo di V_4-R_4-I_4: anche gli elementi R_4-I_4 non hanno alcun effetto sul resto del circuito e possono essere trascurati.

I due resistori R_3 sono in parallelo fra loro: possiamo quindi sostituirli con un unico resistore di resistenza pari a $R_3/2$ prima di effettuare la trasformazione del generatore reale G_3.



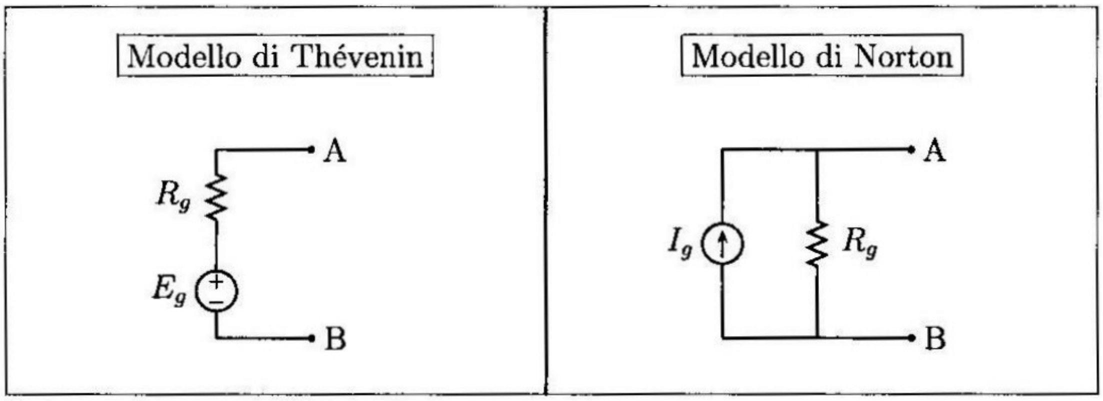
A questo punto, procedere con la trasformazione dei generatori, comporre e semplificare finchè si arriva ai seguenti circuiti equivalenti





Determinare il valore dei generatori e della resistenza equivalente.

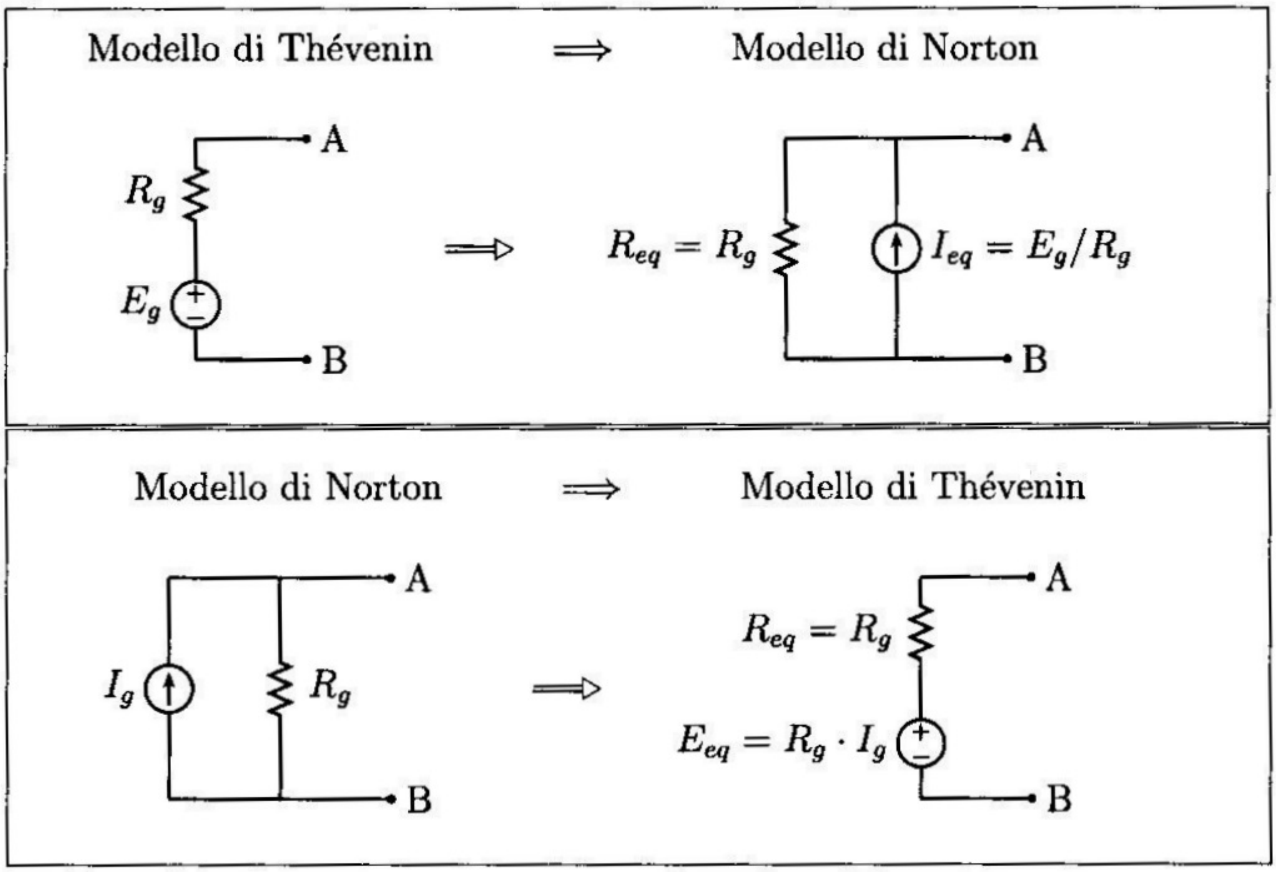
Si veda anche l’esempio guida seguente.



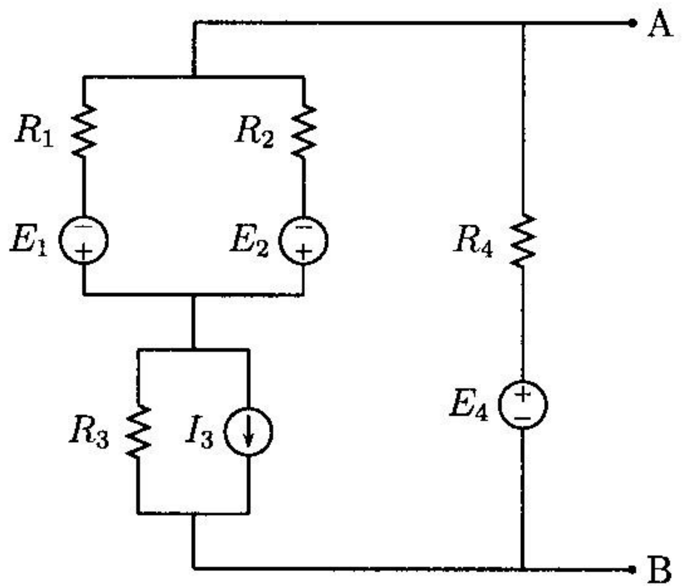
É possibile passare da una rappresentazione all'altra, da un modello al suo equivalente, effettuando le trasformazioni come segue:

∗ per passare dal modello di Thévenin al modello di Norton il resistore mantiene resistenza invariata R_g e la sorgente di corrente assume valore pari a $I_{eq} = E_g/R_g$.

∗ per passare dal modello di Norton al modello di Thévenin il resistore mantiene resistenza invariata R_g e la sorgente di tensione assume valore pari a $E_{eq} = R_g \cdot I_g$.



Semplificare il circuito, effettuando trasformazioni di generatori reali, fino ad ottenere un equivalente composto da un solo generatore e un solo resistore.
$R_1 = 2\Omega$; $E_1 = 2V$; $R_2 = 2\Omega$; $E_2 = 3V$;
$R_3 = 3\Omega$; $I_3 = 1A$; $R_4 = 4\Omega$; $E_4 = 3V$.



Soluzione

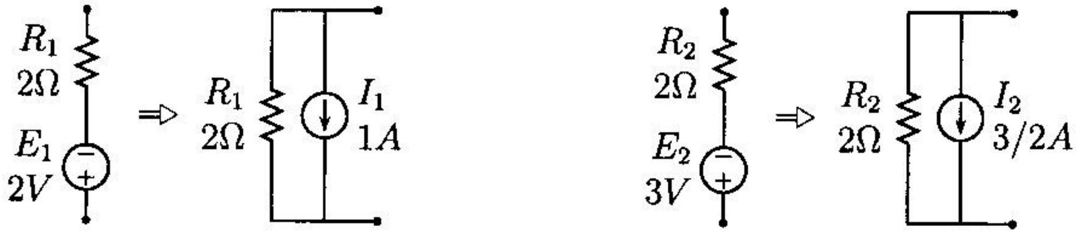
Dovendo calcolare il componente equivalente visto ai nodi A e B è importante non effettuare trasformazioni che facciano perdere i due nodi indicati.
Com'era per le resistenze equivalenti, "afferro" i due nodi, li stringo forte e non li lascio più!
Iniziamo dai lati più lontani dai nodi A e B e componiamo in serie e parallelo i generatori reali.
Passo per passo rappresentiamo i circuiti con le trasformazioni effettuate.

★ Nota:

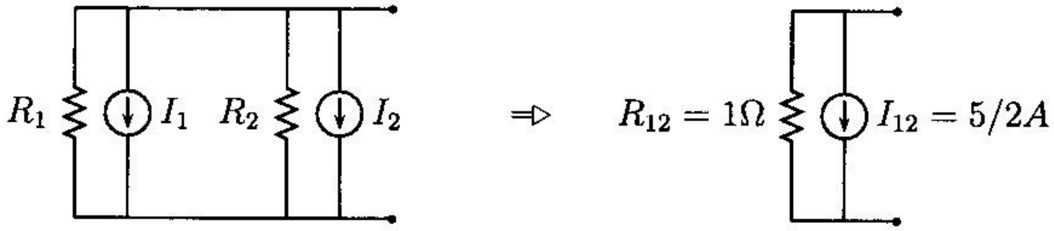
Nel seguito, per semplificare l'esposizione, indicheremo con G_i il generico generatore reale in tutto il suo insieme, cioè intendendo sia la sorgente e sia il resistore che lo compongono, qualunque sia il modello. G_i=$\{E_i$-$R_i\}$ oppure G_i=$\{I_i$-$R_i\}$. Anche la parola *reale* verrà omessa per semplicità d'espressione.

I generatori G_1 e G_2 sono in parallelo, ma sono generatori di Thévenin. Per poterli comporre in un generatore equivalente è necessario trasformarli in generatori di Norton.

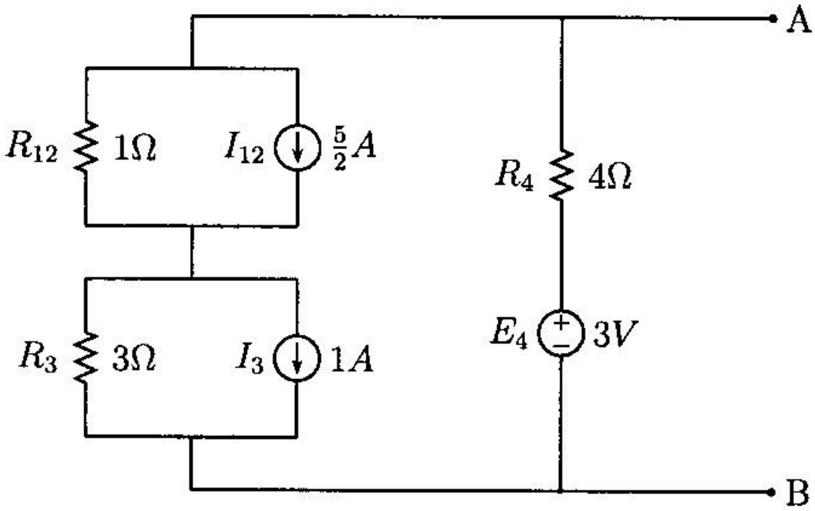
G_1: serie E_1 R_1 $\Rightarrow$ parallelo $I_1 = E_1/R_1$ R_1
G_2: serie E_2 R_2 $\Rightarrow$ parallelo $I_2 = E_2/R_2$ R_2



G_{12}: parallelo $I_{12} = I_1 + I_2$ $R_{12} = R_1 /\!/ R_2$

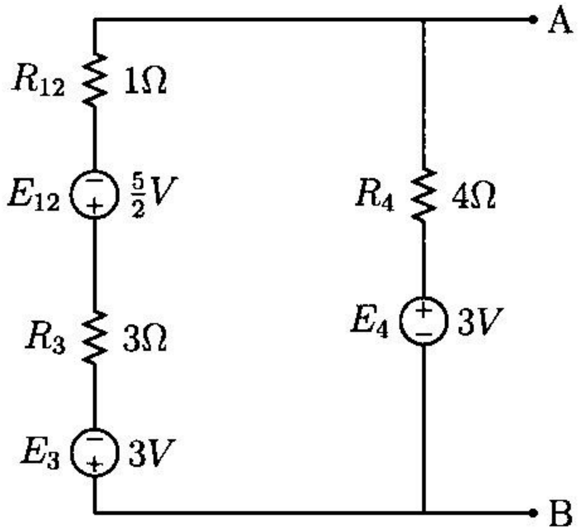


Il circuito così trasformato risulta:

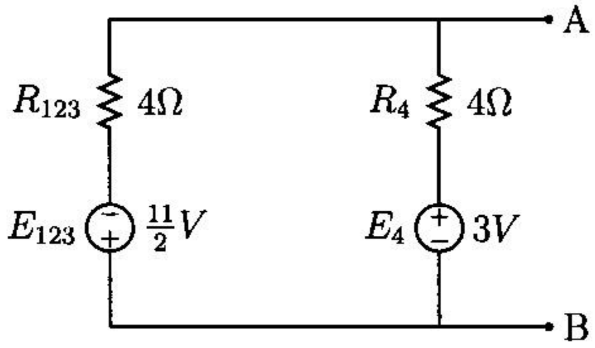


I generatori G_{12} e G_3 sono in serie, ma sono generatori di Norton. Per poterli comporre in un generatore equivalente è necessario trasformarli in generatori di Thévenin.

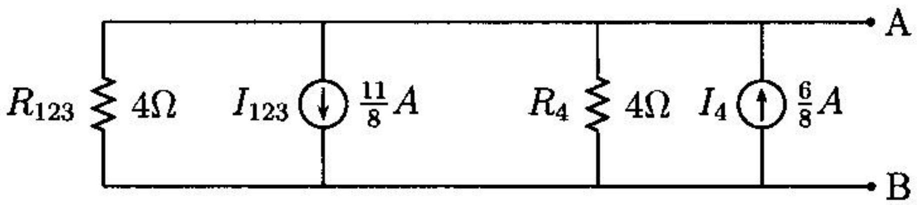
G_{12}: parallelo I_{12} R_{12} $\Rightarrow$ serie $E_{12} = R_{12} \cdot I_{12}$ R_{12}
G_3: parallelo I_3 R_3 $\Rightarrow$ serie $E_3 = R_3 \cdot I_3$ R_3



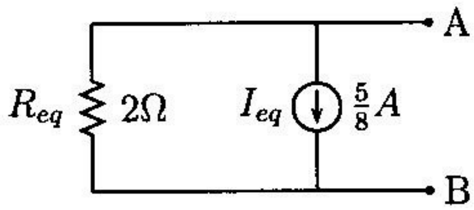
Ora i generatori G_{12} e G_3 sono in serie e sono generatori di Thévenin.
G_{123}: serie $E_{123} = E_{12}+E_3$ $R_{123} = R_{12}+R_3$



I generatori G_{123} e G_4 sono in parallelo, ma sono generatori di Thévenin, quindi li trasformiamo in generatori di Norton.
G_{123}: serie E_{123} R_{123} $\Rightarrow$ parallelo $I_{123} = E_{123}/R_{123}$ R_{123}
G_4: serie E_4 R_4 $\Rightarrow$ parallelo $I_4 = E_4/R_4$ R_4



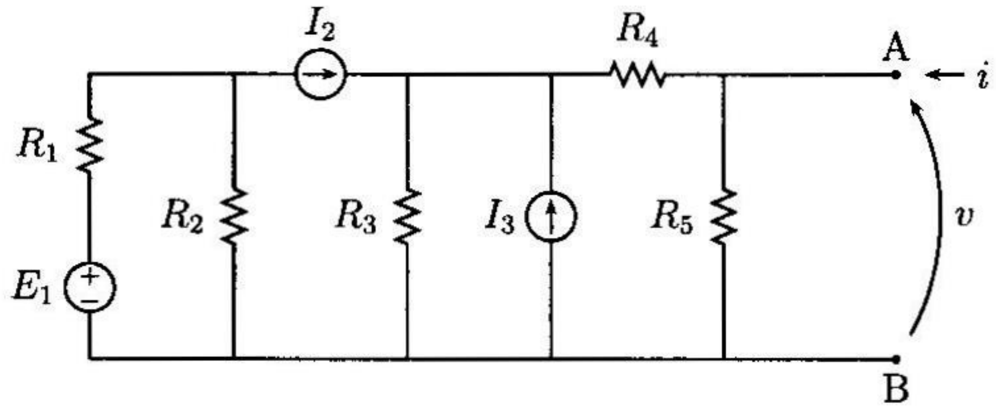
Ora i generatori G_{123} e G_4 sono in parallelo e sono generatori di Norton. Siamo quindi giunti ad un elemento equivalente formato da un solo generatore ideale e un solo resistore, come richiesto dall'esercizio.
G_{eq}: parallelo $I_{eq} = I_{123}-I_4$ $R_{eq} = R_{123} /\!\!/ R_4$



Es2

La tensione V_{AB} da calcolare è posta ai capi del bipolo costituito da E_7 ed R_7.

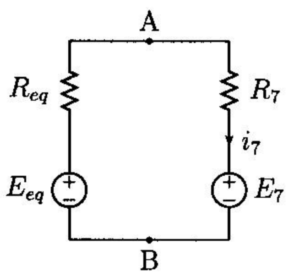
La soluzione con Thévenin / Norton richiede di determinare il circuito equivalente del resto della rete collegato a questo ramo; pertanto si scollega il ramo in questione e si calcola il circuito equivalente ai morsetti del collegamento.



Prima di cominciare a risolvere l'esercizio e magari applicare la sovrapposizione degli effetti, guardiamo bene i collegamenti del nostro circuito. Ci si accorge subito che il generatore I_2 si trova in serie a tutta la parte sinistra del circuito, ovvero E_1-R_1-R_2. Non interessandoci variabili di questa parte è possibile trascurarla in quanto, per effetto della serie con I_2, non ha alcun effetto sulla parte destra.

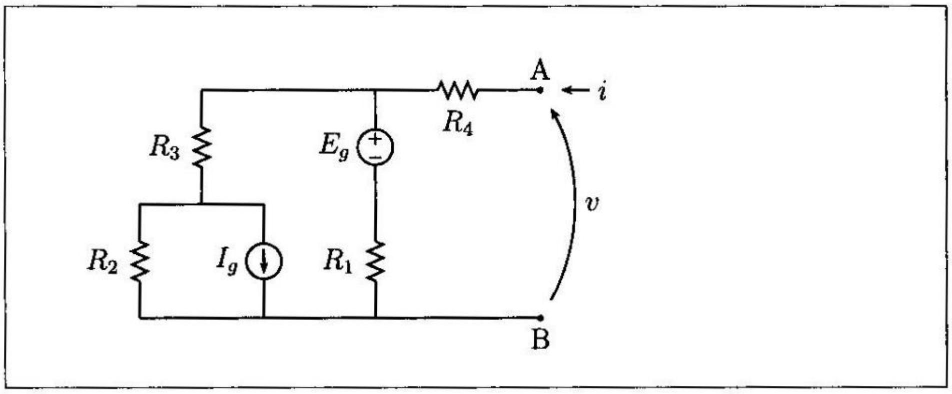
. . . .

Una volta determinato il circuito equivalente, si collega a questo il ramo precedentemente scollegato e si determina la grandezza richiesta.



Es 2G esercizio guida con calcolo dell'equivalente Thévenin

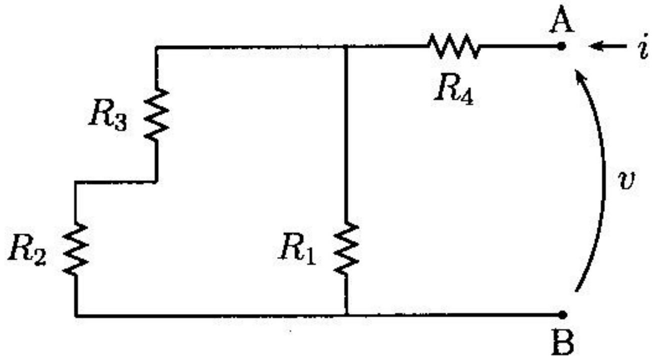
Calcolare e rappresentare l'equivalente Thévenin ai morsetti A e B.
$R_1 = 20\Omega$; $R_2 = 4\Omega$; $R_3 = 6\Omega$; $R_4 = 10\Omega$; $E_g = 70V$; $I_g = 5A$.



Soluzione

- Il calcolo di R_{eq}

Spegniamo le sorgenti indipendenti e calcoliamo il valore della R_{eq} vista dai nodi A e B come composizione serie e parallelo delle resistenze del circuito.

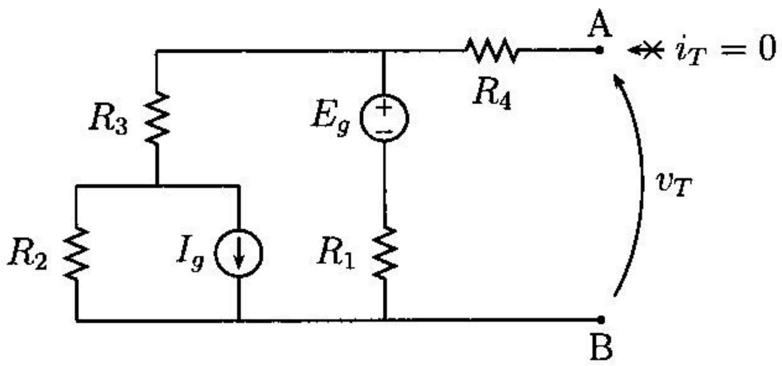


Guardando dai nodi A e B vedo che: R_2 ed R_3 sono in serie, la loro serie è in parallelo ad R_1, il tutto in serie con R_4.

$$R_{eq} = (R_2 + R_3) /\!/ R_1 + R_4 = \frac{50}{3}\Omega$$

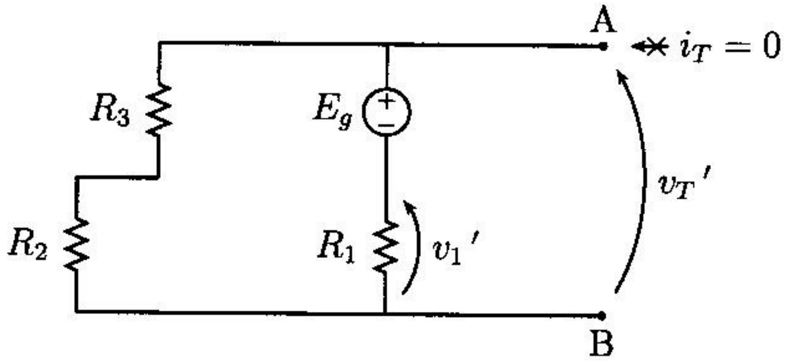
- Il calcolo di V_{eq}

Consideriamo il circuito *a vuoto*, ovvero $i_T = 0$ ai nodi A e B, e calcoliamo la tensione *a vuoto* v_T fra i nodi A e B.



R_4 non ha effetto sul nostro circuito in quanto attraversata da corrente nulla e quindi soggetta a tensione nulla: posso quindi trascurarla.
Abbiamo due sorgenti: calcoliamo la tensione v_T procedendo con la sovrapposizione degli effetti.

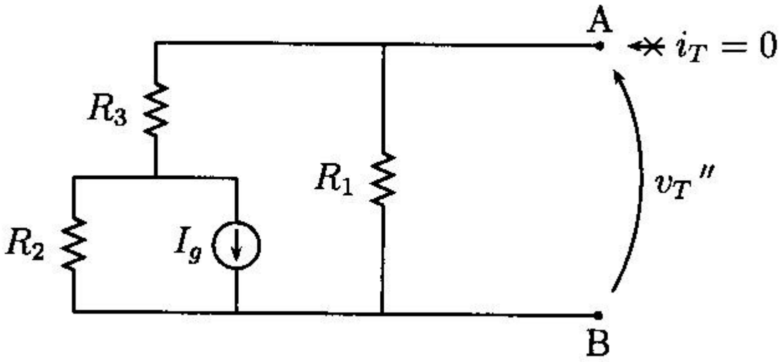
Consideriamo la sola sorgente E_g: spegniamo I_g sostituendola con un circuito aperto e indichiamo le variabili del circuito con l'apice ($'$).



Dalla legge di Kirchhoff alla maglia di destra posso calcolare $v_T{}'$ come somma di $v_1{}'$ ed E_g. Dobbiamo quindi calcolare $v_1{}'$: viste dal generatore le tre resistenze sono in serie e posso usare il partitore di tensione di E_g. Attenzione ai versi delle grandezze.
In alternativa posso anche vedere $v_T{}'$ come tensione sulla serie R_2-R_3 e calcolare il partitore di E_g fra R_1 e la serie R_2-R_3.

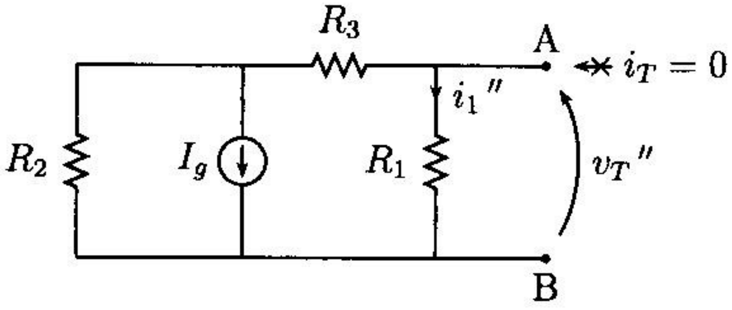
$$\begin{aligned} V_{eq}{}' = v_T{}' = E_g + v_1{}' &= E_g - \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}E_g = \\ &= \frac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3}E_g = \frac{4\Omega+6\Omega}{20\Omega+4\Omega+6\Omega}70V = \frac{70}{3}V \end{aligned}$$

Consideriamo la sola sorgente I_g: spegniamo E_g sostituendola con un cortocircuito e indichiamo le variabili del circuito con il doppio apice ($''$).



La corrente i_T è nulla e quindi le resistenze R_1 ed R_3 sono in serie. Guardando dai morsetti del generatore vedo il parallelo della serie di R_3-R_1 con la resistenza R_2: Applico il partitore di corrente per calcolare i_1'' e la legge di Ohm per determinare v_T''. Attenzione ai versi delle grandezze.

Per vedere meglio la connessione serie possiamo "girare" il resistore R_3 e disegnarlo in orizzontale: in questo modo il collegamento appare evidente.

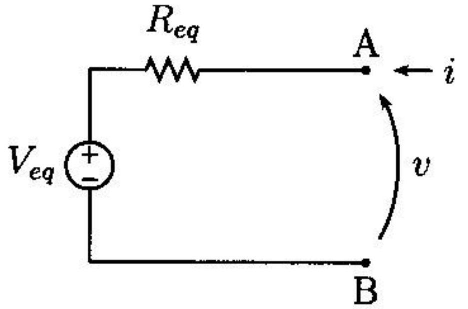


$$V_{eq}'' = -R_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} I_g = -20\Omega \frac{4\Omega}{20\Omega + 4\Omega + 6\Omega} 5A = -\frac{40}{3} V$$

Sovrapponiamo ora gli effetti e calcoliamo la corrente V_{eq} come somma dei due contributi appena trovati:

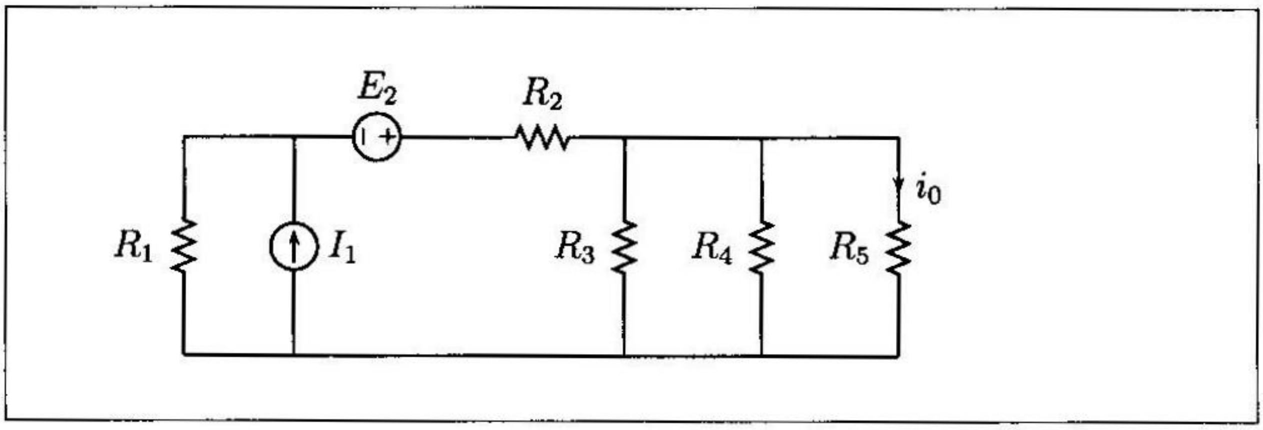
$$V_{eq} = V_{eq}' + V_{eq}'' = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} E_g - R_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} I_g =$$

$$= \frac{4\Omega + 6\Omega}{20\Omega + 4\Omega + 6\Omega} 70V - 20\Omega \frac{4\Omega}{20\Omega + 4\Omega + 6\Omega} 5A = 10V$$



Es 3G

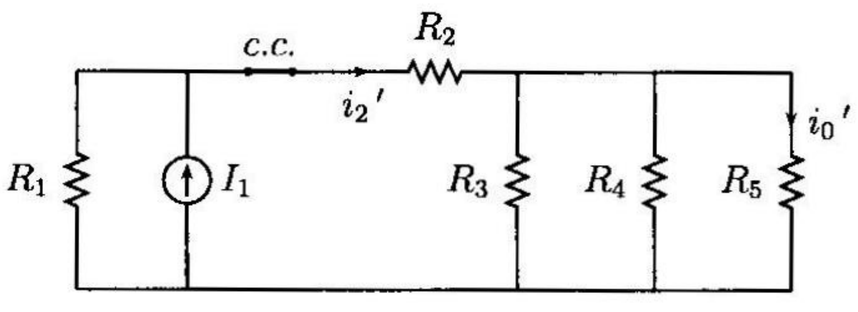
Calcolare la corrente i_0 indicata sul circuito mediante l'uso del *teorema di sovrapposizione degli effetti.*
$R_1 = 5\Omega$; $R_2 = 4\Omega$; $R_3 = 3\Omega$; $R_4 = 6\Omega$; $R_5 = 2\Omega$; $I_1 = 4A$; $E_2 = 40V$



Soluzione

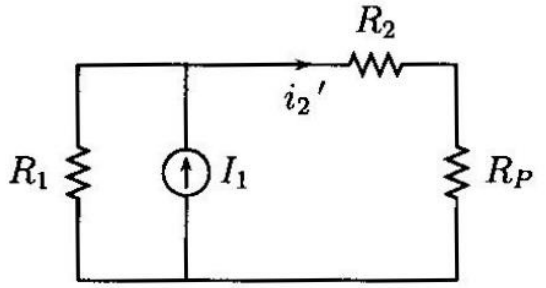
Per applicare il principio di sovrapposizione degli effetti è necessario considerare una sola sorgente alla volta: l'altra sorgente verrà momentaneamente spenta.

Consideriamo la sorgente I_1 e quindi spegniamo E_2 sostituendola con un corto-circuito. Le variabili del circuito verranno indicate con l'apice ($'$) per indicare che si tratta del primo contributo alle variabili totali.



Dal circuito riconosciamo il parallelo dei tre resistori R_3-R_4-R_5 alimentato dalla corrente $i_2{}'$. Questa corrente possiamo calcolarla con il partitore della corrente del generatore I_1 fra la resistenza R_1 alla sua sinistra e la resistenza equivalente R_D che vede alla sua destra. Poi torniamo indietro e calcoliamo $i_0{}'$ come partitore della $i_2{}'$ sul parallelo di R_3-R_4-R_5.

$$R_P = R_3 /\!/ R_4 /\!/ R_5 = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{2\Omega}\right)^{-1} = 1\Omega$$

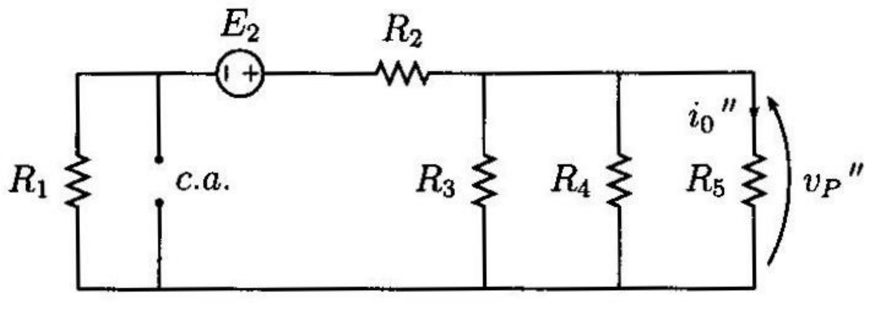


$$R_D = R_2 + R_P = R_2 + (R_3 /\!/ R_4 /\!/ R_5) = 4\Omega + 1\Omega = 5\Omega$$
$$i_2{}' = \frac{R_1}{R_1 + R_D}\, I_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + (R_3 /\!/ R_4 /\!/ R_5)}\, I_1 = \frac{5\Omega}{5\Omega + 5\Omega} \cdot 4A = 2A$$

Ora torniamo indietro allo schema precedente e calcoliamo $i_0{}'$, il primo contributo della corrente i_0, come partitore della $i_2{}'$ sul parallelo di R_3-R_4-R_5.

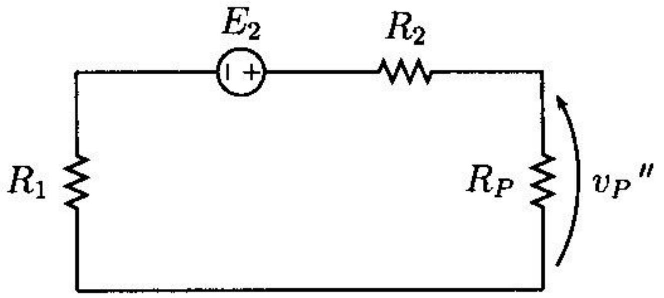
$$i_0{}' = \frac{R_3 /\!/ R_4}{(R_3 /\!/ R_4) + R_5}\, i_2{}' = \frac{R_3 /\!/ R_4}{(R_3 /\!/ R_4) + R_5}\, \frac{R_1}{R_1 + R_2 + (R_3 /\!/ R_4 /\!/ R_5)}\, I_1 =$$
$$= \frac{2\Omega}{2\Omega + 2\Omega} \cdot 2A = 1A$$

Consideriamo la sorgente E_2 e quindi spegniamo I_1 sostituendola con un circuito aperto. Le variabili del circuito verranno indicate con il doppio apice ($''$) per indicare che si tratta del secondo contributo alle variabili totali.



Riconosciamo ancora sul circuito il parallelo dei tre resistori R_3-R_4-R_5 soggetto alla caduta di tensione $v_P{}''$ (ripetiamo il conto anche se è lo stesso parallelo in quanto il circuito formalmente è diverso: in questo caso non è strettamente necessario farlo, ma in altri contesti può aiutare a non sbagliare. Sfruttiamo l'occasione per cambiare punto di vista e calcoliamo il parallelo di

tre resistori usando due volte il parallelo fra due). Calcoliamo la tensione v_P'' con il partitore della tensione del generatore E_2 sulla serie delle resistenze R_1-R_2-R_P. Poi torniamo indietro e calcoliamo i_0'' grazie alla legge di Ohm sul resistore R_5.



$$R_P = (R_3 /\!\!/ R_4) /\!\!/ R_5 = (3\Omega /\!\!/ 6\Omega) /\!\!/ 2\Omega = 2\Omega /\!\!/ 2\Omega = 1\Omega$$

$$v_P'' = \frac{R_P}{R_1 + R_2 + R_P}\, E_2 = \frac{R_3 /\!\!/ R_4 /\!\!/ R_5}{R_1 + R_2 + (R_3 /\!\!/ R_4 /\!\!/ R_5)}\, E_2 = $$
$$= \frac{1\Omega}{5\Omega + 4\Omega + 1\Omega} \cdot 40V = 4V$$

Ora torniamo indietro allo schema precedente e calcoliamo i_0'', il secondo contributo della corrente i_0, con la legge di Ohm sul resistore R_5.

$$i_0'' = \frac{v_P''}{R_5} = \frac{R_P}{R_1 + R_2 + R_P}\, E_2\, \frac{1}{R_5} = \frac{1\Omega}{5\Omega + 4\Omega + 1\Omega} \cdot 40V \cdot \frac{1}{2\Omega} = 2A$$

Sovrapponiamo ora gli effetti e calcoliamo la corrente i_0 come somma dei due contributi appena trovati:

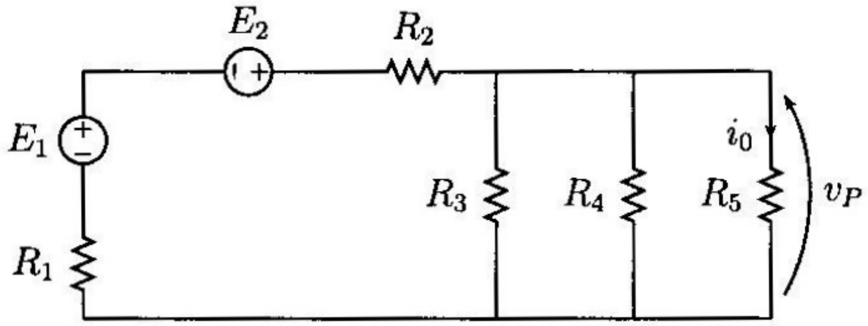
$$i_0 = i_0' + i_0''$$

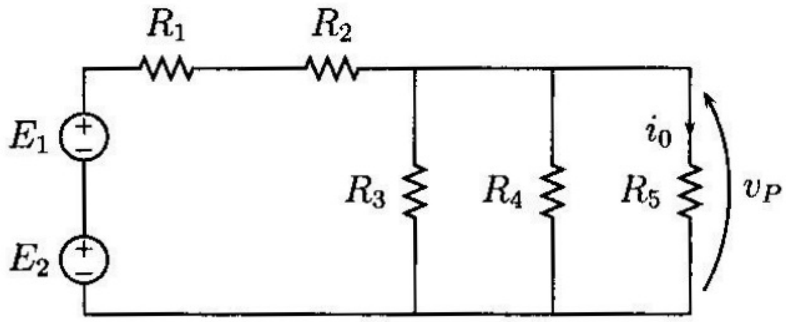
$$i_0 = \frac{R_3 /\!\!/ R_4}{(R_3 /\!\!/ R_4) + R_5}\, \frac{R_1 \cdot I_1}{R_1 + R_2 + (R_3 /\!\!/ R_4 /\!\!/ R_5)} + \frac{R_3 /\!\!/ R_4 /\!\!/ R_5}{R_1 + R_2 + (R_3 /\!\!/ R_4 /\!\!/ R_5)}\, \frac{E_2}{R_5} =$$

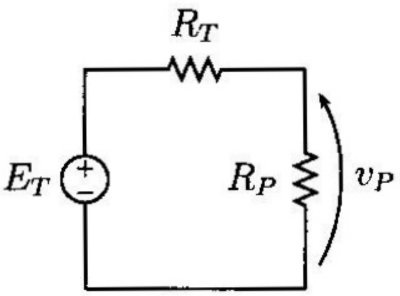
$$= 3A$$

★ **Nota:**

Se l'esercizio non avesse richiesto espressamente l'uso del principio di sovrapposizione degli effetti avremmo potuto applicare la trasformazione dei generatori reali (vedi cap. 4) riconoscendo in $G_1 = \{I_1\text{-}R_1\}$ e $G_2 = \{E_2\text{-}R_2\}$ la serie di due generatori, uno di Norton e l'altro di Thévenin.
Trasformiamo G_1 di Norton in un Thévenin e poi lo sommiamo al G_2 di Thévenin.
A questo punto abbiamo una sola sorgente di tensione e possiamo calcolare il valore della corrente i_0 in modo analogo a quanto fatto per calcolare i_0'':
- partitore di tensione per calcolare v_P
- legge di Ohm sulla R_5 per calcolare i_0.







$$E_1 = R_1 \cdot I_1 = 5\Omega \cdot 4A = 20V$$

$$E_T = E_1 + E_2 = 20V + 40V = 60V$$
$$R_T = R_1 + R_2 = 5\Omega + 4\Omega = 9\Omega$$

$$R_P = R_3 /\!\!/ R_4 /\!\!/ R_5 = 3 /\!\!/ 6 /\!\!/ 2 = 1\Omega$$

$$v_P = \frac{R_P}{R_T + R_P}\, E_T = \frac{R_3 /\!\!/ R_4 /\!\!/ R_5}{R_1 + R_2 + R_3 /\!\!/ R_4 /\!\!/ R_5}\,(E_1 + E_2) =$$
$$= \frac{1\Omega}{9\Omega + 1\Omega} \cdot 60V = 6V$$

$$i_0 = \frac{v_P}{R_5} = \frac{6V}{2\Omega} = 3A$$

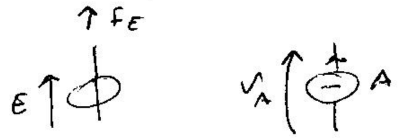
Es 4

è richiesta la verifica del bilancio energetico:
dobbiamo verificare che

$$\sum P_{ASS} = \sum P_{ER}$$ (somma potenze assorbite = somma potenze erogate)

Le potenze erogate sono quelle dei generatori (sia di tensione che di corrente) ciò richiede il calcolo delle correnti dei gen. di tensione e delle tensioni ai capi dei gen. di corrente.

Le potenze sono erogate se, adottata per essi la convenzione di segno dei generatori il prodotto tensione corrente risulta positivo, altrimenti si tratta di potenza assorbita.



$P_E = E \cdot I_E$

$P_A = A \cdot V_A$

$P > 0 \rightarrow$ POT. EROG.
$P < 0 \rightarrow$ POT. ASS.

[se ad es P_E oppure P_A risulta pari a $-100W$, si dice che il generatore eroga una potenza di $-100W$ oppure che assorbe una potenza di $100W$ (positiva)].

I resistori non possono erogare potenza: si tratta di potenza assorbita (che viene dissipata) — per il calcolo è sufficiente conoscere le correnti o le tensioni (le due grandezze elettriche sono legate dalla legge di Ohm).

In ogni caso, quando è richiesta la verifica del bilancio energetico, bisogna calcolare <u>tutte</u> le correnti e <u>tutte</u> le tensioni nel circuito.

Quando bisogna calcolare tutto, la prima cosa che si potrebbe pensare di fare è scrivere tutte le relazioni di Kirchhoff alle maglie e ai nodi e le relazioni costitutive (legge di Ohm) x i resistori e risolvere il sistema che ne risulta. In questo modo però, si finisce per scrivere un sistema di equazioni con un numero consistente di incognite (le correnti di tutti i rami e le tensioni ai capi di ciascun elemento circuitale). Qualcuno potrebbe essere indotto a pensare che sta facendo la cosa giusta: dopotutto deve calcolarle <u>tutte</u> queste grandezze!

Fare le cose giusto non significa adottare UN procedimento EFFICACE, ma scegliere tra più procedimenti efficaci quello più EFFICIENTE _

Seguire un procedimento efficace, consente di raggiungere l'obiettivo, scegliere, tra + procedimenti efficaci, quello + efficiente, consente di raggiungere l'obiettivo in minor tempo _

ma EFFICIENZA presuppone EFFICACIA

Non si può essere efficienti a prescindere dall'efficacia della propria azione, essere veloci e raggiungere UN risultato in tempi minori (o in poco tempo), se non si centra l'obiettivo ... altro che efficienza! si è perso tempo _

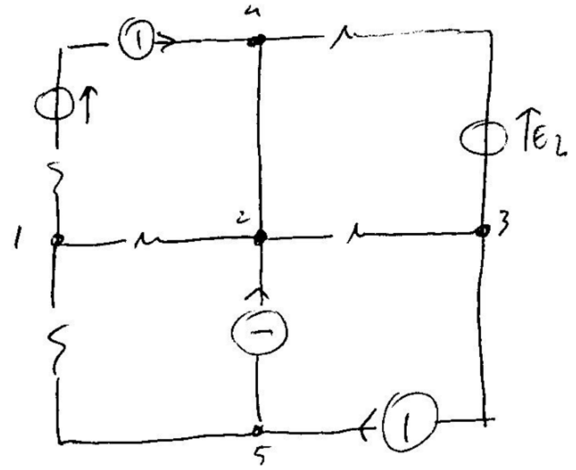
Dunque, non aver fretta! prima scegliere la strada migliore, quella + veloce.

quella più veloce, non è quella che si intraprende più velocemente, ma quella che consente di raggiungere l'obiettivo più velocemente _

spesso è anche la più breve, ma non sempre _

Poi, certi automatismi arriveranno con la pratica e l'esperienza.

Torniamo al problema -
Io vi traccio la strada; le equazioni e i calcoli sono roba vostra -

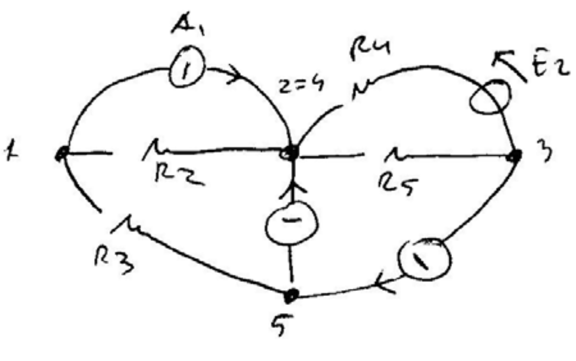


PRIMA DI TUTTO: per essere + veloci bisogna semplificare.

a) Non è richiesta la corrente nel ramo costituito dal C.TO C.TO che unisce i punti 2 e 4 (i due punti sono un unico nodo)

b) nel ramo 1-4 c'è un gen. di corrente in serie a "qualche cosa" - la corrente in quel ramo è nota. Per il resto del circuito questo ramo è equivalente al solo gen. di corrente.

Tenendo conto dei 2 punti precedenti, il circ. può essere così semplificato -



c) nel nodo 5 convergono 2 gen. di corrente e il resistore R_3 le correnti dei 3 rami sono legate dalle LKC, di queste una sola è incognita e quindi può essere immediatamente determinata.

d) la corrente che fluisce attraverso R_3 finisce nel nodo 1 insieme alla corrente A_1 e quella che attraversa R_2 - la corrente A_1 è nota, quella che attraversa R_3 è determinata al punto c l'unica incognita è quella che attraversa R_2 che si calcola con la LKC scritta x il nodo 1 -

e) determinata la corrente I_{R3} al punto c, e la corrente I_{R2} al punto d, rimane da calcolare le correnti attraverso i 2 resistori R_4 ed R_5

se si scrive la LKC al nodo 2≡4 nella fig del punto b) compaiono 5 correnti legate tra loro da una relazione -
se una sola fosse incognita, allora sarebbe immediatamente determinata - Purtroppo sono incognite 2 correnti (infiniti valori delle 2 correnti soddisfano tale relazione)
e per determinarle in modo univoco
è necessario individuare un altro legame tra le 2 incognite -

A prima vista, si potrebbe pensare di sfruttare il legame tra le correnti I_{R4}, I_{R5} e A_3 stabilito dalla LKC al nodo 3 -

MA, C'È UN PROBLEMA !

se si osserva il circuito disegnato al punto b), ci sono 4 NODI -
al punto c) si è utilizzata la LKC al nodo 5 per determinare I_{R3}
al punto d) si è utilizzata la LKC al nodo 1 per determinare I_{R2},
al punto e) si è poi utilizzata la LKC al nodo 2≡4 e si è trovato un legame tra I_{R4} e I_{R5} -
Rimane il NODO 3; ULTIMO NODO - purtroppo quest'ultimo nodo, essendo connesso al resto della rete, non consente di scrivere un legame indipendente da quelli precedenti: così se si scrive la LKC a questo nodo si trova la stessa identica relazione già scritta in precedenza, e quindi non aggiunge NULLA di utile alla soluzione del problema -
l'altro legame (tra le 2 correnti) che ci manca, dobbiamo cercarlo da un'altra parte -
quest legame si trova scrivendo la LKT per la maglia costituita da E_2, R_4 e R_5 -

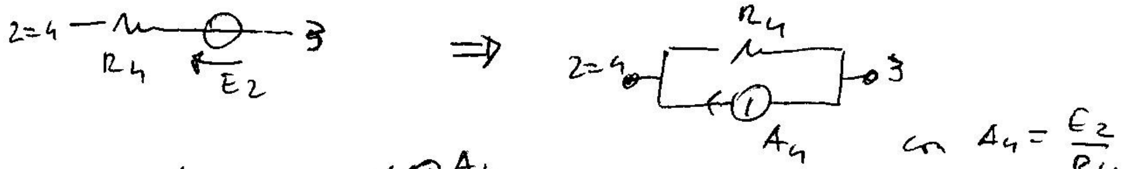
A questo punto, 2 eq. / 2 incognite: sistemino da primo anno delle superiori - determinato I_{R4} e I_{R5} il problema non è finito... però abbiamo tutte le correnti - mancano ancora le tensioni ai capi dei generatori di corrente.

UN ATTIMO DI PAZIENZA !

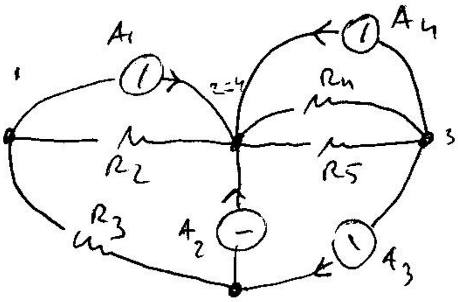
---

fino a qui abbiamo seguito strada migliore ?
fino al punto d) SÌ! abbiamo determinato le correnti I_{R3} e I_{R2};
per le correnti I_{R4} e I_{R5} è stato + macchinoso d

Vediamo un'altra strada
riprendiamo il circuito in fig al punto 6
e osserviamo il ramo costituito dal gen E_2 e R_4
trasformiamo questo generatore nel suo equivalente parallelo
e poi sostituiamolo nella rete del punto 6



con $A_4 = \frac{E_2}{R_4}$



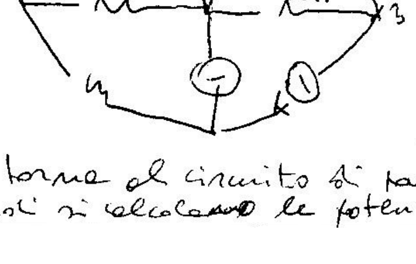
CIRC. TRASFORMATO

(da notare che, a questo punto le correnti I_{R2} e I_{R3} sono note!)
R_5 è sempre collegata tra gli stessi nodi, perciò la corrente che la attraversa in questo circuito è la stessa che attraversa R_5 nel circuito originario (di partenza) –
R_4, nel circuito originario era collegata tra il nodo 2=4 e il gen. E_2, ora, dopo la trasf. del generatore da serie a //, si trova inserita tra il nodo 2=4 e il nodo 3 – (la corrente che attraversa R_4 nel circ. originario è diversa da quella che attraversa R_4 in questo circuito trasformato, ma per il resto del circuito, il gen. A_4 e R_4 producono gli stessi effetti (è equivalente) al gen. E_2 ed R_4 del circ. di partenza.)

nel circ. trasformato R_4 ed R_5 sono in //
si può calcolare la Resistenza equivalente alle 2

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$$

e sostituita nel circuito, si ha

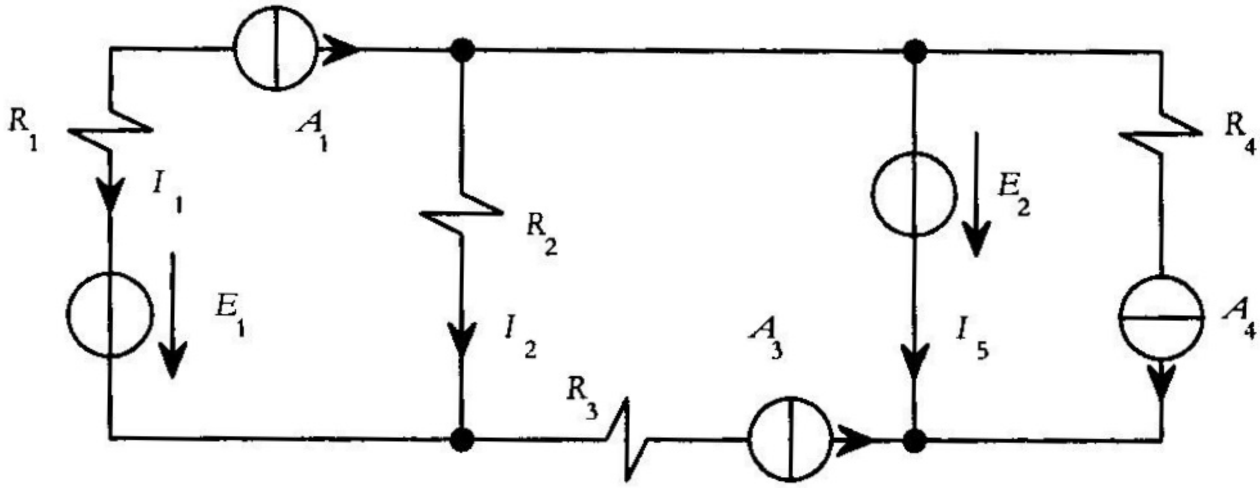


scritta la LKC al nodo 3 è immediato
calcolare la corrente attraverso R_{45}
poi la tensione tra i nodi 3 e 2
e quindi la corrente attraverso la R_5
nota I_{R5}, si torna al circuito del punto 6
e si calcola la corrente I_{R4}: ULTIMA CORRENTE
Poi si torna al circuito di partenza e si calcola la tensione dei gen. di corrente.
Quindi si calcolano le potenze e si verifica il bilancio –

Es 4G

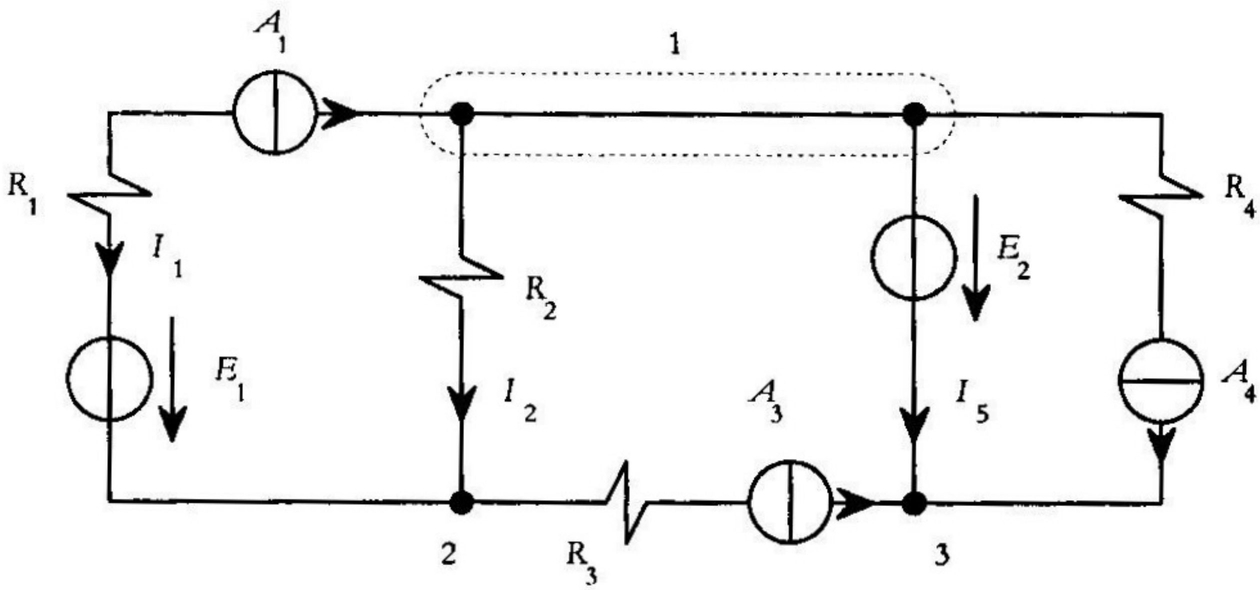
Verificare che la potenza erogata dai generatori eguaglia la potenza dissipata dai resistori.

Dati: $E_1=E_2=10$ V; $A_1=A_3=A_4=1$ A; $R_1=R_2=R_3=R_4=10\ \Omega$.



Soluzione

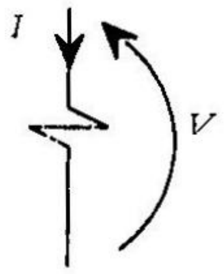
Individuiamo innanzi tutto i nodi presenti nella rete, come mostrato nella figura seguente.



Calcoliamo separatamente la potenza dissipata dai resistori e la potenza erogata dai generatori assumendo per i primi la convenzione di segno degli utilizzatori e per i secondi la convenzione di segno dei generatori. Le due convenzioni sono di seguito riportate.

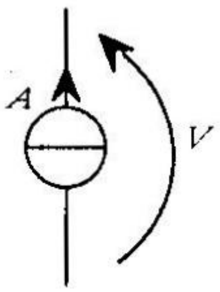
CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI

Resistore

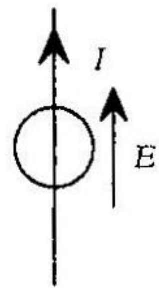


CONVENZIONE DEI GENERATORI

Generatore di Corrente



Generatore di Tensione



A) Potenza dissipata dai resistori

Il resistore R_1 è attraversato dalla corrente $I_1=-A_1$ per cui la potenza da esso dissipata è $P(R_1)=R_1A_1^2=10$ W. Analogamente $P(R_3)=R_3A_3^2=10$ W e $P(R_4)=R_4A_1^2=10$ W.

La corrente attraverso il resistore R_2 si calcola applicando la LKC al nodo 2, da cui si ottiene, con il verso mostrato in figura, $I_2=A_1+A_3=2$ A per cui la potenza dissipata dal resistore R_2 è $P(R_2)=R_2I_2^2=40$ W.

Sommando i quattro contributi si trova

$$P_{dis}=P(R_1)+P(R_2)+P(R_3)+P(R_4)=70 \text{ W}.$$

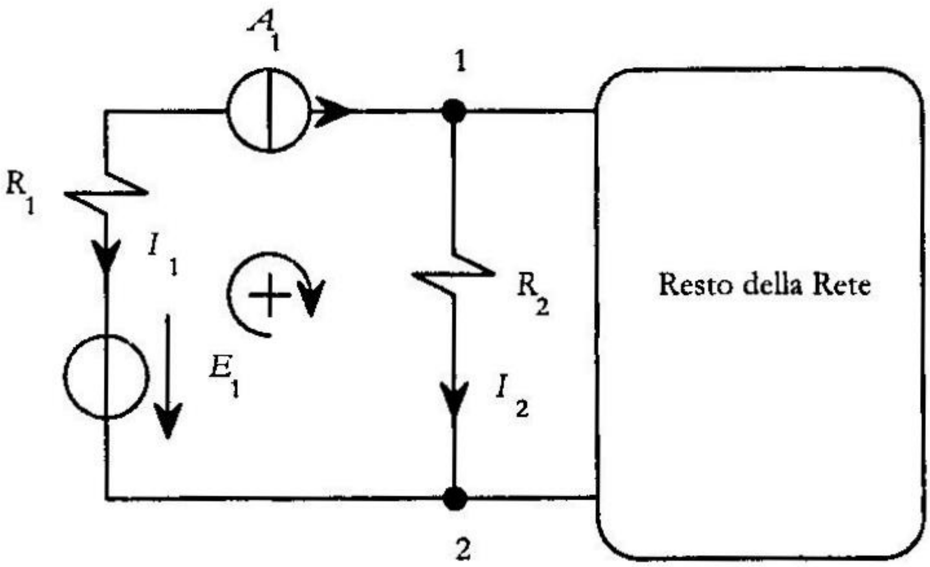
B) Potenza erogata dai generatori

La potenza generata da E_1 è immediatamente calcolabile in quanto esso è attraversato dalla corrente $I_1=-A_1$ ed è quindi data da $P(E_1)=-E_1A_1=-10$ W.

La corrente I_5 che circola in E_2, con la convenzione di segno adottata in figura, si ottiene applicando la LKC al nodo 3, $I_5=-A_3-A_4=-2$ A. Quindi $P(E_2)=E_2I_5=-20$ W.

Rimangono da calcolare le potenze erogate dai generatori di corrente. Dobbiamo per questo calcolare le cadute di tensione sui singoli generatori utilizzando le LKT a ciascuna delle tre maglie della rete.

Nella figura è rappresentata la maglia utilizzata per il calcolo della $P(A_1)$.



Considerando la prima maglia a sinistra si ottiene:

$$V_1 - R_2I_2 - E_1 + R_1I_1 = 0,$$

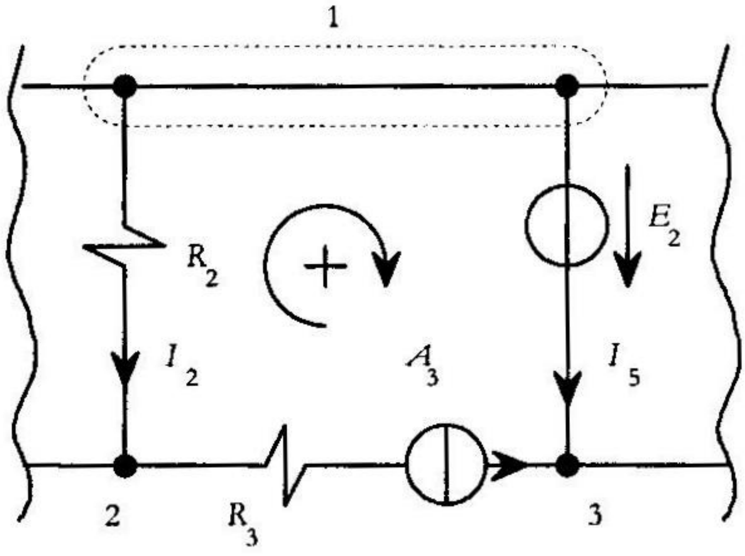
da cui

$$V_1 = R_2I_2 + E_1 - R_1I_1 = 10 \cdot 2 + 10 - 10(-1) = 40 \text{ V}.$$

La potenza erogata da A_1 risulta quindi:

$$P(A_1)=V_1A_1=40 \text{ W}.$$

Nella figura è rappresentata la maglia utilizzata per il calcolo della potenza erogata da generatore A_3.



Scriviamo la LKT alla maglia; si ottiene

$$R_2 I_2 + E_2 - V_3 + R_3 A_3 = 0\,,$$

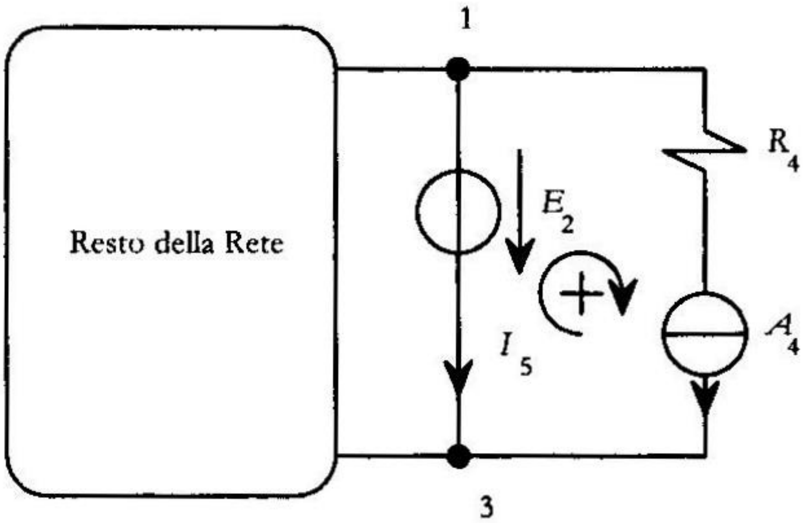
da cui

$$V_3 = R_2 I_2 + E_2 + R_3 A_3 = 40\ \text{V}.$$

La potenza erogata da A_3 risulta dunque

$$P(A_3) = V_3 A_3 = 40\ \text{W}.$$

Con analogo procedimento si calcola la potenza erogata da A_4. La maglia di destra fornisce la relazione $V_4 = E_2 + R_4 A_4 = 20$ V così che $P(A_4) = V_4 A_4 = 20$ W. La figura seguente rappresenta la maglia utilizzata per ottenere questo risultato.



Sommando i cinque contributi si ottiene finalmente che la potenza complessivamente erogata, data da

$$P_{erogata} = P(E_1) + P(E_2) + P(A_1) + P(A_3) + P(A_4) = 70 \text{ W},$$

la quale coincide, ovviamente, con quella dissipata dai resistori.