9.2 Potenza in Regime Sinusoidale

La *potenza* p di un generico bipolo è definita come il prodotto della sua tensione v per la sua corrente i; in regime stazionario abbiamo visto che la potenza così definita è *potenza erogata* quando per v e i utilizziamo la convenzione dei generatori (tipicamente una sorgente), è invece *potenza assorbita* quando per v e i utilizziamo la convenzione degli utilizzatori (ad esempio per un resistore).

Quando ci troviamo in regime sinusoidale $v(t)$ e $i(t)$ sono delle sinusoidi alla stessa frequenza: ne consegue allora che la potenza $p(t) = v(t)\, i(t)$ sarà composta da due termini, uno sinusolidale a frequenza doppia rispetto alla frequenza del regime e uno costante pari al valor medio della potenza.
La potenza $p(t) = v(t)\, i(t)$ sarà detta *potenza istantanea* per sottolineare il duplice fatto che ci troviamo nel dominio del tempo e che l'espressione di p è nota per ogni istante t; i suoi due termini li chiameremo rispettivamente *potenza fluttuante* e *potenza media.*

$$v(t) = V \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = I \cos(\omega t + \psi)$$

$$p(t) = v(t)\, i(t) = \frac{V\, I}{2} \cos(2\,\omega\, t + \varphi + \psi) + \frac{V\, I}{2} \cos(\varphi - \psi)$$

Il primo di questi due termini è appunto la potenza fluttuante e si riconosce subito dalla sua espressione che sta oscillando a pulsazione $2\,\omega$ doppia rispetto alla pulsazione ω di v e i. Il secondo termine è la potenza media e si riconosce essere un valore costante e pari al valor medio della potenza stessa (l'altro termine, essendo sinusoidale, ha valore medio nullo). Anche l'ampiezza $V I/2$ di questa potenza risulta significativa e le si dà il nome di *potenza apparente.*

Il fattore $1/2$ che compare in queste definizioni lascia un po' sconcertati, ma la sua presenza è dovuta al fatto di aver definito la potenza come una grandezza riferita ai valori di picco delle sinusoidi invece che rispetto i valori efficaci $= 1/\sqrt{2}$ del valore di picco. Una sinusoide sfiora il valore di picco solo per un istante: si può intuire, pertanto, che in realtà la potenza dipende dai valori efficaci di tensione e corrente e non dai loro valori massimi. Il fattore $1/2$ quindi non ci deve stupire più di tanto.

Si noti che la potenza istantanea, com'era per il regime stazionario, anche in regime sinusoidale gode della *proprietà di conservazione*: la somma delle potenze istantanee di tutti i componenti del circuito è nulla. Tale proprietà è valida anche per la sola parte media della potenza, ovvero: la somma delle potenze medie di tutti i componenti del circuito è nulla.

$$\sum_{k=1}^{N} p_k(t) = 0 \qquad\qquad \sum_{k=1}^{N} p_{m_k} = 0$$

L'analisi di un circuito in regime sinusoidale è solitamente affidata al dominio dei fasori (così da perdere la tempo-varianza delle grandezze elettriche del circuito). É bene quindi estendere al dominio dei fasori anche il concetto di potenza.
La *potenza complessa* $\overline{S}$ di un generico bipolo è definita come la metà del prodotto del fasore della sua tensione $\overline{V}$ per il fasore complesso coniugato della sua corrente $\overline{I}$. Con questa definizione ritroviamo un numero complesso di cui chiameremo *potenza attiva* P la parte reale e *potenza reattiva* Q la parte immaginaria. Tutte queste sono definite come potenze, ma il loro significato è profondamente diverso. Useremo allora delle unità di misura coerenti con la loro natura, ma diverse l'una dall'altra: la potenza complessa $\overline{S}$ si misura in Volt Ampere $[VA]$, la potenza attiva con il vero e proprio $Watt$ $[W]$ e la potenza reattiva in Volt Ampere Reattivi $[VAR]$.
Il modulo della potenza complessa $\overline{S}$ è detta *potenza apparente* e anch'essa si misura in $[VA]$.

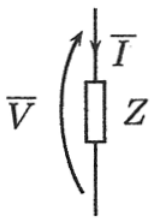
$$\overline{S} = P + jQ = \frac{1}{2}\overline{V}\,\overline{I}^*$$

Nella definizione di potenza compare ancora una volta il fattore $1/2$. Questa volta esso si presenta direttamente nella definizione di potenza complessa in quanto essa è riferita ai fasori che a loro volta sono calcolati rispetto al valore di picco della sinusoide che rappresentano e non al suo valore efficace.

Anche la potenza complessa gode della *proprietà di conservazione* (Boucherot): la somma delle potenze complesse di tutti i componenti del circuito è nulla. E non solo. Essa vale separatamente anche per le due parti di potenza attiva e reattiva:

$$\sum_{k=1}^{N} \overline{S_k} = 0 \qquad\qquad \sum_{k=1}^{N} P_k = 0 \qquad\qquad \sum_{k=1}^{N} Q_k = 0$$

Introducendo oltre ai fasori anche il concetto di impedenza del generico bipolo (che lega in modo lineare il fasore corrente e quello tensione secondo la relazione $\overline{V} = Z\,\overline{I}$) possiamo esprimere $\overline{S}$ nelle due forme semplificate:



$$\overline{S} = \frac{1}{2}\overline{V}\,\overline{I}^{\,*} = \left\langle \begin{array}{l} = \dfrac{1}{2} Z\,\overline{I}\,\overline{I}^{\,*} = \dfrac{1}{2} Z\,|\overline{I}|^2 \\[2ex] = \dfrac{1}{2}\dfrac{\overline{V}\,\overline{V}^{\,*}}{Z^*} = \dfrac{1}{2}\dfrac{|\overline{V}|^2}{Z^*} \end{array} \right.$$

Da quest'ultima considerazione possiamo dedurre una proprietà della potenza complessa. Il valore della potenza complessa è un numero dello stesso tipo del valore dell'impedenza del componente, ovvero: la potenza complessa di un resistore è reale (e positiva), la potenza complessa di un induttore è puramente immaginaria positiva e la potenza complessa di un condensatore è puramente immaginaria negativa.

$$\overline{S_R} \in \Re > 0 \qquad\qquad \overline{S_L} \in \Im > 0 \qquad\qquad \overline{S_C} \in \Im < 0$$