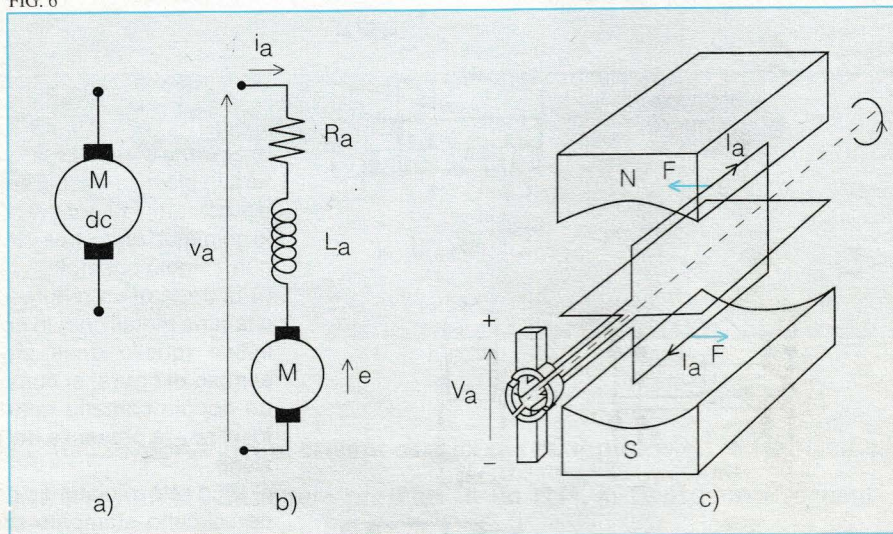


### 3 MOTORI IN CORRENTE CONTINUA A MAGNETE PERMANENTE

I motori in dc presentano una primaria importanza nei *servomeccanismi* e nei sistemi di controllo in genere.

✶ In particolare, per potenze fino ad alcune centinaia di watt, sono molto usati i motori in dc a magnete permanente.

FIG. 6



#### Caratteristiche peculiari

Le caratteristiche, che rendono questi motori particolarmente comodi nei servomeccanismi, sono l'*elevata potenza in rapporto al volume*, l'*elevata coppia allo spunto* e la *facilità di regolazione della velocità*.

La fig. 6 riporta il simbolo grafico (6a), il circuito equivalente (6b) e la struttura semplificata (6c) di questi motori.

#### Principio di funzionamento

Il motore si compone essenzialmente di un *magnete permanente*, che costituisce la parte fissa del motore, detta **statore**, e da una *mobile*, detta **rotore**, che porta gli avvolgimenti (schematizzati per semplicità da due spire e detti **armatura**). Il rotore viene normalmente realizzato in materiale *ferromagnetico*, o anche, per piccole potenze, in *plastica*.

Il collegamento elettrico tra l'alimentazione e l'avvolgimento viene ottenuto tramite *contatti striscianti* tra le **spazzole** e il **collettore**, che in pratica si comporta da *commutatore meccanico*, alimentando, in relazione alla posizione del rotore, una delle due spire elettriche.

Il magnete permanente crea il *campo magnetico induttore*: alimentando il rotore in modo da creare negli avvolgimenti una corrente di armatura  $I_a$ , si produce nel singolo conduttore una forza normale al conduttore stesso e alle linee di campo (*forze elettromagnetiche*). Poiché



i singoli lati attivi della spira (quelli più lunghi tagliati trasversalmente dalle linee di campo) sono attraversati da correnti di verso opposto, anche le forze risultano tali, producendo una coppia meccanica. La **coppia motrice** assume il suo valore massimo quando la spira si trova nella posizione indicata, e si riduce fino ad annullarsi dopo una rotazione di  $90^\circ$ . A questo punto entra però in conduzione l'altra spira, e quindi la coppia motrice viene mantenuta.

Le relazioni che esprimono il funzionamento di questo motore sono le seguenti:

### Studio analitico

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e \quad (2a)$$

$$e = K\omega \quad (3a)$$

$$C_m = K' i_a \quad (4a)$$

dove:

$v_a$  = tensione di armatura

$R_a$  = resistenza di armatura

$L_a$  = induttanza di armatura

$i_a$  = corrente di armatura

$e$  = forza contro elettromotrice che si crea sull'armatura durante la rotazione opponendosi alla  $i_a$

$\omega$  = velocità angolare di rotazione

$C_m$  = coppia motrice

Poiché questi motori sono alimentati in continua, a regime l'effetto della  $L_a$  è nullo e le precedenti relazioni diventano:

$$V_a = R_a i_a + E \quad (2b)$$

$$E = K\omega \quad (3b)$$

$$C_m = K' i_a \quad (4b)$$

Combinando queste tre relazioni si ottiene:

$$C_m = (V_a - K\omega) \frac{K'}{R_a} \quad (5)$$

Quest'ultima relazione lega la coppia motrice alla tensione di alimentazione e alla velocità angolare.

A questo punto si rendono utili alcune osservazioni:

- La costante  $K$  nel sistema internazionale è espressa in  $V \cdot s / rad.$ , ma spesso, poiché alla velocità angolare si preferisce la velocità in giri al minuto, anche  $K$  può risultare espressa in  $V / \text{giri al minuto}$ .

- Nel sistema internazionale  $K$  e  $K'$  sono uguali e risultano esprimibili anche in  $Nm/A$ ; con altre unità di misura risultano comunque tra loro proporzionali.

- Dalla (5) si vede che la **coppia motrice**, a tensione di alimentazione costante, è **linearmente crescente al diminuire della velocità di rotazione**. In particolare, all'avviamento, essendo nulla  $\omega$ , la coppia detta

$V_a = \text{cost.}$

La  $C_m$  cresce  
al diminuire  
di  $\omega$

linearmente

$\omega = 0$



**coppia di spunto** assume il valore massimo ( $1,5 \div 2$  volte la coppia motrice nominale).

• Dalla (2b), se si ritiene trascurabile la c.d.t. su  $R_a$ , si può porre  $V_a = E$  e, quindi, per la (3b), a tensione di alimentazione costante è costante anche la velocità di rotazione del motore.

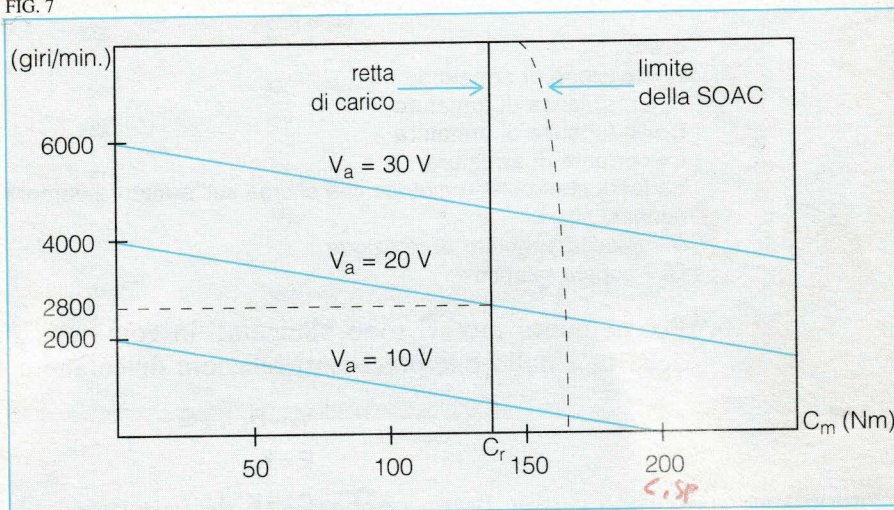
Variando  $V_a$   
varia  
la velocità

Più correttamente, si può dire che al crescere di  $V_a$  e, quindi, di  $E$  cresce anche la velocità di rotazione, e viceversa; di conseguenza, è possibile variare la velocità variando la tensione di armatura.

A chiarimento di quanto esposto nell'ultimo punto si analizzi la fig. 7, che riporta un esempio di **caratteristica coppia-velocità**.

Caratteristica  
coppia-velocità

FIG. 7



Come si vede, a tensione di armatura costante, si ha una coppia motrice linearmente crescente al diminuire della velocità (la pendenza è però minima e, quindi, la velocità è quasi costante).

Si vede anche che, a coppia costante, la velocità cresce al crescere della tensione.

Si osservi anche che per ogni retta caratteristica sull'asse y viene individuata una massima velocità di rotazione, in corrispondenza di una coppia motrice nulla, ovvero in assenza di carico meccanico (in pratica esiste una coppia motrice minima necessaria per vincere la coppia resistente dovuta agli attriti).

La **retta di carico** indica la coppia resistente, supposta per semplicità costante: a equilibrio dinamico raggiunto, risulta  $C_m = C_r$  e quindi in relazione alla tensione di alimentazione fissata (nell'esempio 20 V) la velocità del motore raggiunge un ben definito valore (nell'esempio 2800 giri/min.).

La curva tratteggiata delimita l'area di funzionamento sicuro in modo

AVVIAMENTO  $\omega = 0 \rightarrow C_m = V_a k' / R_a$  coppia d'spunto  
 $C_m = 0 \rightarrow \omega = V_a / k$  max veloc. di rot.



*continuativo* (SOAC = *safe operating area continuous*). Operando all'interno di quest'area, la potenza dissipata dal motore assume valori non dannosi per la macchina stessa.

La *potenza meccanica resa all'albero* risulta:

$$P_r = \omega C_m = P_u + P_m \quad (6)$$

Poiché però la potenza resa all'albero viene in parte persa per *attriti e ventilazione*, l'effettiva *potenza resa al carico o potenza utile*  $P_u$  risulta inferiore a  $P_r$ .

Tenuto conto anche della potenza  $P_J$  persa per *effetto Joule* negli avvolgimenti, e dette  $P_a$  la *potenza assorbita* e  $P_m$  la *potenza meccanica persa per attriti e ventilazione*, il rendimento complessivo del motore risulta:

**Rendimento**

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + P_J + P_m} \quad (7)$$

con ovviamente:

$$P_r = P_a - P_J = P_u + P_m \quad (8)$$

### Funzione di trasferimento

Per lo studio della funzione di trasferimento, si deve tenere presente che *a equilibrio dinamico raggiunto la coppia motrice eguaglia quella resistente*.

La *coppia resistente*  $C_r$  è somma di più termini:

$$\begin{aligned} \text{termini dovuti al motore} & \begin{cases} \text{coppia di attrito} & \Delta_m \\ \text{coppia di inerzia} & J_m \end{cases} \\ \text{termini dovuti al carico} & \begin{cases} \text{coppia di attrito} & \Delta_L \\ \text{coppia di inerzia} & J_L \\ \text{coppia resistente} & C_{rL} \end{cases} \end{aligned}$$

Detto  $J$  il *momento di inerzia complessivo del motore e del carico*,  $A$  il *coefficiente di attrito viscoso complessivo del motore e del carico*, e  $C_{rL}$  la *coppia resistente del carico*, si può quindi scrivere:

$$C_m = J \frac{d\omega}{dt} + A\omega + C_{rL} \quad (9)$$

Trasformando secondo Laplace le (2a), (3a), (4a) e la (9) si ottiene:

$$V_a(s) = I_a(s) (R_a + sL_a) + E(s) \quad (10)$$

$$E(s) = K \omega(s) \quad (11)$$

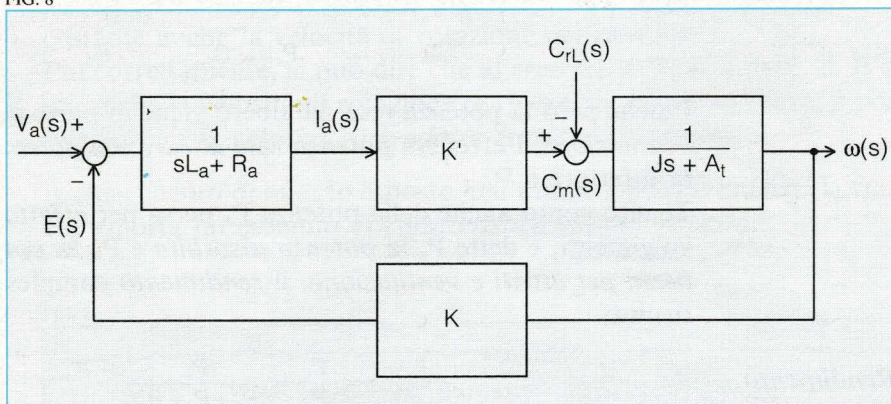
$$C_m(s) = K' I_a(s) \quad (12)$$

$$C_m(s) = sJ\omega(s) + A\omega(s) + C_{rL}(s) \quad (13)$$



Da queste equazioni è facile ottenere lo schema a blocchi del motore di fig. 8.

FIG. 8



### Schema a blocchi del motore

In questo schema a blocchi sono considerate come entrate la tensione di armatura e la coppia resistente del carico, e come uscita la velocità angolare: si tratta di un sistema a retroazione negativa, pertanto *il motore tende ad autocompensarsi, ovvero a mantenere costante la sua velocità* (con  $V_a$  costante).

Se si suppone che la coppia motrice del motore debba vincere solo la coppia di inerzia, ovvero che siano trascurabili gli attriti e nulla la coppia resistente del carico, la funzione di trasferimento del motore risulta:

$$\frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{G}{1 + GH} = \frac{K'}{s^2 J L_a + s J R_a + K K'} \quad (14)$$

### La funzione di trasferi- mento è del 2° ordine

Si tratta di una funzione di trasferimento con due poli, questo motore è quindi un *sistema del secondo ordine*.

I poli si ricavano dalle radici del denominatore:

$$p_{1-2} = \frac{-J R_a \pm \sqrt{(J R_a)^2 - 4 J L_a K K'}}{2 J L_a} \quad (15)$$

### Il motore è stabile

I poli possono risultare *reali negativi* (distinti o coincidenti), o *complessi coniugati* a parte reale negativa.

In ogni caso, quindi, il *sistema è stabile*; ricordando quanto detto nel vol. 2°, appendice n. 1, si può pertanto dire che, in presenza di una sollecitazione a gradino della tensione di ingresso, *se i poli sono reali, la velocità del motore raggiunge il valore a regime in modo aperiodico*, mentre *con poli complessi la raggiunge tramite un'oscillazione smorzata* (si osservi il grafico di fig. 3 della appendice già citata).

Due parametri caratteristici del motore sono la **costante di tempo elettrica**  $\tau_e$  e la **costante di tempo meccanica**  $\tau_m$ :



$$\tau_e = \frac{L_a}{R_a} \quad \tau_m = \frac{J R_a}{K K'} \quad (16)$$

**Comportamento  
in relazione  
alle costanti  
di tempo**

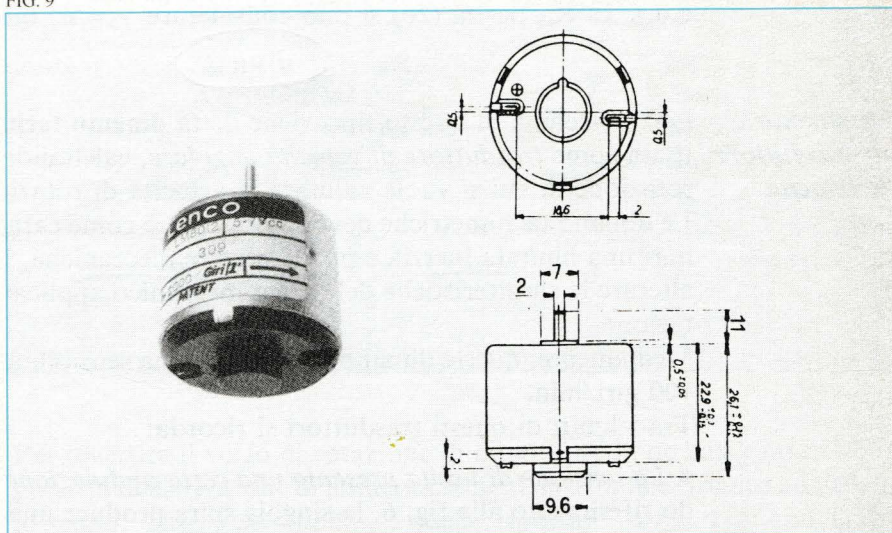
Si potrebbe facilmente verificare che qualora risulti  $\tau_m \geq 4\tau_e$  i poli risultano reali (risposta aperiodica), qualora poi risulti  $\tau_m \geq 10\tau_e$  i due poli coincidono, a meno del segno, con l'inverso delle due costanti di tempo e ovviamente esiste un polo dominante determinato da  $\tau_m$ .

**Note costruttive e caratteristiche tipiche**

Come già si è accennato, i rotori possono essere realizzati in materiale ferromagnetico o in materiale plastico; l'uso di questo secondo materiale si addice a motori di piccola potenza e offre il vantaggio di una minore inerzia meccanica, oltre a una minore componente induttiva (riduzione di entrambe le costanti di tempo).

Le parti più delicate del motore sono il collettore e le spazzole, a causa dell'usura durante la rotazione. Le spazzole, in particolare, sono normalmente realizzate in carbone e devono periodicamente essere sostituite. Per ridurre l'usura, in alcuni casi si ricorre a metalli preziosi. La fig. 9 riporta un esempio di motore di piccola potenza (alcune centinaia di mW), adatto per servomeccanismi in campo consumer (registratori, giradischi ecc.).

FIG. 9



A puro scopo orientativo, la successiva tabella 1 sintetizza i principali parametri per un tipico motore in dc, a magnete permanente, di potenza media.



Tabella 1

Tensione nominale $V_a$	30 V
Corrente allo spunto $I_{a \text{ MAX}}$	4 A
Velocità $n$ a vuoto	2500 giri/min.
Coppia allo spunto $C_a$	0,76 Nm
Resistenza di armatura $R_a$	7,5 $\Omega$
Induttanza di armatura $L_a$	12 mH
Costante di tensione $K$	0,19 V · s/rad.
Costante di coppia $K'$	0,19 V · s/rad.
Costante di tempo elettrica $\tau_e$	1,5 ms
Costante di tempo meccanica $\tau_m$	10 ms
Momento di inerzia del motore $J_m$	$0,05 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$