Analisi delle prestazioni dei sistemi produttivi

Per analisi delle prestazioni di un sistema produttivo si intende lo studio dei legami delle variabili di prestazione di un sistema produttivo avendo imposto determinate condizioni al contorno. Particolare rilevanza ha a tal proposito la legge di Little. Esistono per far ciò diversi metodi: alcuni molto semplici, ma approssimati; altri molto precisi e dettagliati, ma onerosi da applicare. Tra i più semplici e sintetici metodi di interpretazione del funzionamento dei sistemi di produzione vi sono la legge di Little e l'analisi di carico.

La legge di Little

La legge di Little afferma che per un qualsiasi sistema produttivo, purché in stato stazionario (cioè in regime cosiddetto time-indipendent), vale la seguente relazione:

TH=Wip/LT [pz/h]

dove:

- **TH** è il **throughput medio**, cioè il numero di pezzi che mediamente escono dal sistema produttivo nell'unità di tempo,
- **Wip** è il numero medio di pezzi presenti nel sistema, cioè il **work in process** medio,
- **LT** è il **lead time** medio, definito come il tempo che un pezzo impiega ad attraversare il sistema produttivo (viene anche chiamato flow-time o cycle time in alcune fonti).

La legge di Little è valida indipendentemente dal tipo di sistema produttivo, dalle distribuzioni dei tempi di interarrivo dei pezzi nel sistema, dalla distribuzione dei tempi di lavorazione, dalla disciplina di processamento (processing) dei pezzi e da qualsiasi interdipendenza all'interno del sistema.

Si supponga di controllare, in un sistema produttivo, la quantità di pezzi presenti al suo interno, cioè il suo Wip (Constant WIP, CONWIP). Tale valore si può controllare agevolmente regolando il flusso di pezzi in ingresso al sistema.
Quando il Wip è unitario (cioè vi è un solo pezzo all'interno del sistema) la situazione è tale per cui, in ogni istante, una macchina è occupata e tutte le altre sono libere. All'aggiunta di nuovi pezzi (incremento del WIP) aumenterà il numero di macchine occupate allo stesso tempo, ma il tempo di attraversamento del sistema rimarrà costante fintanto che i pezzi non interferiranno l'uno con l'altro, ostacolandosi reciprocamente nel libero accesso alle macchine.
Se quindi prescindiamo, in prima approssimazione, dai fenomeni di interferenza fra pezzi e macchine all'interno del sistema (che derivano dalle esigenze dei cicli tecnologici di produzione dei singoli pezzi rispetto alla disponibilità delle macchine) si può dire che, man mano che il sistema

viene caricato con un numero maggiore di pezzi, tutte le macchine del sistema tenderanno a essere cariche. Ad un certo punto tutte le macchine avranno un pezzo a bordo ed un carico ulteriore di pezzi nel sistema darà luogo alla generazione di tempi di attesa in coda dei pezzi. Da questo punto in poi il lead time LT crescerà in maniera lineare al crescere del work in process WIP. Allo stesso modo, una volta che la massima capacità del sistema produttivo sarà raggiunta, cioè quando tutte le macchine saranno occupate con un pezzo in lavorazione, il throughput TH non crescerà più.

La figura 1 permette di analizzare in dettaglio la legge di Little e di derivare i suoi punti caratteristici, in essa sono riportate due curve (anche se l'intersezione è puramente qualitativa, dato che le unità di misura LT e TH sono diverse):

- il legame Lead Time – Wip
- il legame Throughput – Wip.

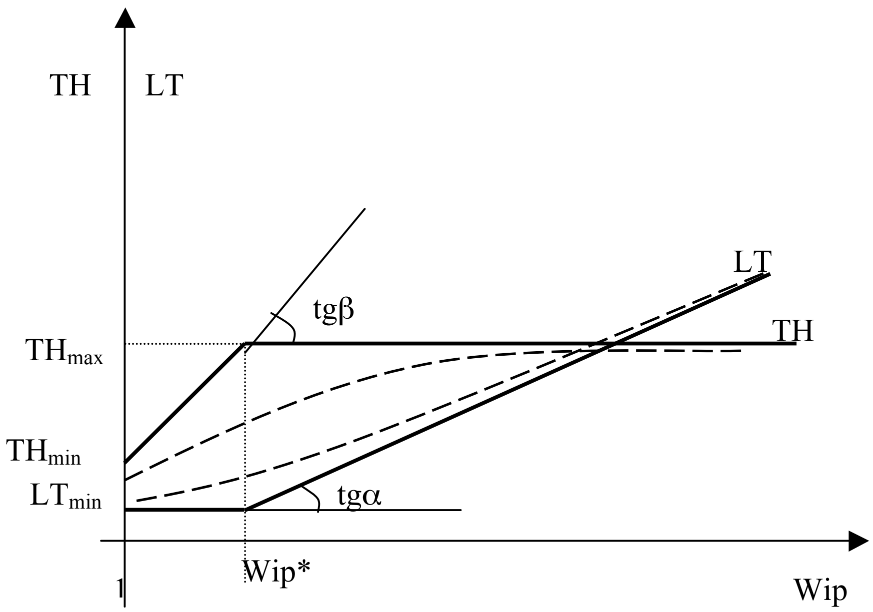

Figura 1 – Curve TH-Wip e LT-Wip

L'identificazione delle curve si attua attraverso la definizione dei seguenti parametri:

- LTmin (Lead Time minimo),
- THmax (valore max del throughput),
- THmin (valore minimo del throughput),
- Wip* (Wip critico, corrispondente al max throughput),
- tgα (pendenza linea del lead time),
- tgβ (pendenza linea del throughput).

Per la loro derivazione vale quanto segue. Il tempo necessario a processare un pezzo senza ritardi (code) uguaglia la semplice somma dei tempi di lavorazione del pezzo. Il tempo di ciclo minimo (che senz'altro si realizza con un solo pezzo caricato nel sistema, cioè con Wip=1) sarà quindi pari a:

$$\mathbf{LT_{min}=\Sigma_{\iota=1..\nu}Tp_i} \quad \mathbf{(2)} \ [h]$$

Dove Tp_i é il tempo di lavorazione del pezzo su ciascuna macchina i del sistema e n è il numero di macchine presenti nel sistema.

Dalla legge di Little si può ricavare il throughput minimo (THmin), cioè quello che si ha in questa situazione (un solo pezzo presente nel sistema):

$$\mathbf{TH_{min}=1/LT_{min}} \ [pz/h]$$

In questa situazione quindi il LT è anch'esso minimo in quanto non vi può essere attesa da parte del pezzo all'interno del sistema.

Il throughput massimo THmax si può invece ricavare dalla considerazione che il suo massimo valore si raggiungerà in corrispondenza del collo di bottiglia del sistema, cioè dalla macchina con il più alto tempo di processo. Quindi definendo T_{cb} il tempo di processo sulla macchina collo di bottiglia (cb), si avrà:

$$\mathbf{TH_{max}=1/T_{cb}} \ [pz/h]$$

Il calcolo numerico di Wip* (corrispondente al valor minimo di Wip per cui si raggiunge THmax e al valor massimo di Wip per cui si ha LT = LTmin) si può fare considerando che tale valore coincide con la situazione per cui le macchine sono saturate, ma non vi sono ancora tempi di attesa, caso in cui il throughput coincide con quello massimo (THmax), mentre il lead time è quello senza code (LTmin).

Quindi in base alla legge di Little si ricava:

$$\mathbf{Wip^{*}= LT_{min} \times TH_{max}} \ [pz]$$

Per Wip <= Wip* non vi è alcun tempo di attesa, per cui LT = LTmin e il throughput è pari a:

$$\textbf{TH = Wip x 1/LTmin} \text{ [pz/h]}$$

Per Wip >= WIP* il throughput è pari al max, rimane perciò costante, mentre il lead time cresce in maniera lineare con una componente costante e una crescente

$$\mathbf{LT=LT_{min}+T_{att}} \text{ [h]}$$

Sempre dalla legge di Little si possono ricavare i coefficienti angolari della linea del LT e del TH.

In particolare, nella parte sinistra della figura il LT rimane costante quindi dalla

$$\mathbf{TH=Wip/LT_{min}}$$

si ricava che

$$\mathbf{tg\beta=1/LT_{min}}$$

Con considerazioni analoghe si ricava che

$$\mathbf{tg\alpha=1/TH_{max}}$$

Nella realtà, tranne che per casi particolari, l'ipotesi di non interferenza fra i pezzi caricati in un sistema, anche per bassi livelli di Wip, non si realizza, per cui il reale andamento delle curve di LT e TH in funzione di Wip si discosta dall'andamento teorico (finora discusso e rappresentato in figura 1 con la linea continua) ed assume invece un andamento del tipo indicato dalle linee a tratteggio.

Un caso particolare è costituito da una linea di produzione con tempi perfettamente bilanciati e deterministici, come quello della Penny Fab. In tal caso il Wip* è pari al numero di stazioni e il TH cresce fino al valore max a parità di LT = LTmin; da questo valore in poi LT cresce linearmente, ma senza alcun beneficio.

Per linee non perfettamente bilanciate il valore limite Wip* risulta invece inferiore al numero di macchine presenti (come è il caso di Penny Fab Two).

Inoltre bisogna ricordare che le considerazioni fatte sono valide nel caso i pezzi nel sistema produttivo non interferiscano tra di loro. Se, per esempio, i tempi di lavorazione sono aleatori, anche in una linea perfettamente bilanciata, un pezzo potrebbe rimanere in attesa perché il pezzo sulla macchina a valle ha richiesto un tempo di lavorazione superiore alla media.

Quindi, in tutti i casi diversi dalla situazione teorica definita, l'andamento delle leggi è simile a quello delle curve tratteggiate (ma diverso da sistema a sistema) e deve essere ricavato sperimentalmente (ad esempio mediante simulazione).

Una considerazione generale che si può fare è che, in base alla legge di Little, la riduzione del lead time di un sistema produttivo richiede necessariamente che venga ridotto il valore del Wip, se si vuole che il throughput rimanga costante; di conseguenza, la presenza di grandi code in un sistema è un indicatore della possibilità di riduzione del lead time (attraverso opportuni interventi da identificare), così come del WIP.

Applicazione della legge di Little al caso Piccini

Esiste una specifica difficoltà nell'applicazione della legge di Little all'esercitazione, dovuta al fatto che nel sistema in esame esistono diverse tipologie di prodotti ciascuno con un ciclo tecnologico (routing e tempi di lavorazione diversi), mentre la trattazione della legge di Little fa riferimento ad una situazione di flusso monoprodotto.

A questa difficoltà si può ovviare ipotizzando di lavorare un pezzo medio virtuale, definito dalla media pesata del mix effettivamente presente.

Tale pezzo presenta tempi di lavorazione su ciascuna tipologia di macchine dati dalla media dei tempi di lavorazione dei singoli pezzi, pesata sulle quantità di produzione annua di ciascun pezzo.

Si avrà quindi che il tempo di lavorazione di tale pezzo medio virtuale sulla macchina j vale:

$$Tp_j = \left(\Sigma_{i=1..v} Tij * Pi \right) / \Sigma_{i=1..v} P_i$$

Dove si è indicato con P_i la quantità di pezzi di tipo i da produrre annualmente e T_{ij} il tempo di lavorazione del pezzo i sulla macchina j.

Dalla conoscenza dei tempi di lavorazione del pezzo medio virtuale su ciascuna macchina si possono ricavare tutte le grandezze caratteristiche della legge di Little.

Per quanto riguarda la determinazione della macchina (gruppo di macchine) collo di bottiglia ci si può basare sul coefficiente di saturazione effettivo delle stesse, cioè il coefficiente di saturazione calcolato una volta che siano noti il numero di turni e il numero di macchine per ciascun tipo.

In particolare, poiché il tipo di macchina a saturazione maggiore è il n. 3, si può calcolare il THmax come:

$$TH_{max} = 1/Tcb = 1/Tp_3$$

Il lead time minimo si ottiene dalla somma dei tempi di processo sulle macchine in quanto nella situazione ideale i tempi di attesa sono nulli. Si avrà quindi:

$$LT_{min} = \Sigma_{j=1..v} Tp_j$$

Da questi valori si può ricavare Wip*

$$Wip^* = LT_{min} \, TH_{max}$$