

Costruzione del grafo di stato

Per una rete di Petri N con marcatura iniziale M_0 si definisce il grafo di stato (o grafo di raggiungibilità) come il grafo in cui:

- I nodi rappresentano le possibili marcature della rete.
- Gli archi rappresentano le transizioni che portano da una marcatura all'altra.

Le principali caratteristiche di un grafo di stato sono:

- Il grafo di stato è un automa
- Può avere un numero infinito di stati
- L'automata può essere non deterministico in quanto sono possibili più archi uscenti da un nodo.

Grazie al grafo di stato è possibile verificare facilmente le proprietà di una rete di Petri:

- limitatezza (boundedness) = numero di stati finito
- sicurezza (safeness) = nessuno stato con più di un gettone per posto
- vivezza (liveness) = a partire da ciascun nodo del grafo esiste un cammino contenente un arco associato ad ogni transizione
- marcature morte (deadlock) = esiste un nodo senza archi uscenti
- reversibilità (reversibility) = da ogni nodo esiste un cammino che lo connette con il nodo iniziale

Costruzione del grafo di stato

1. Si crea il nodo corrispondente alla marcatura iniziale M_0 e si imposta questo nodo come nodo corrente.
2. Definendo M_k la marcatura corrispondente al nodo corrente, se non ci sono transizioni attivabili partendo da M_k allora si imposta M_{k-1} come nodo corrente e si calcolano le transizioni attivabili da M_{k-1} . Se $k=0$ l'algoritmo termina.
3. Se esistono transizioni ancora attivabili in M_k si esegue la prima delle transizioni attivabili, non considerate in precedenza, e si calcola la nuova marcatura. Se tale marcatura non è presente nell'insieme delle marcature precedenti, allora si crea una

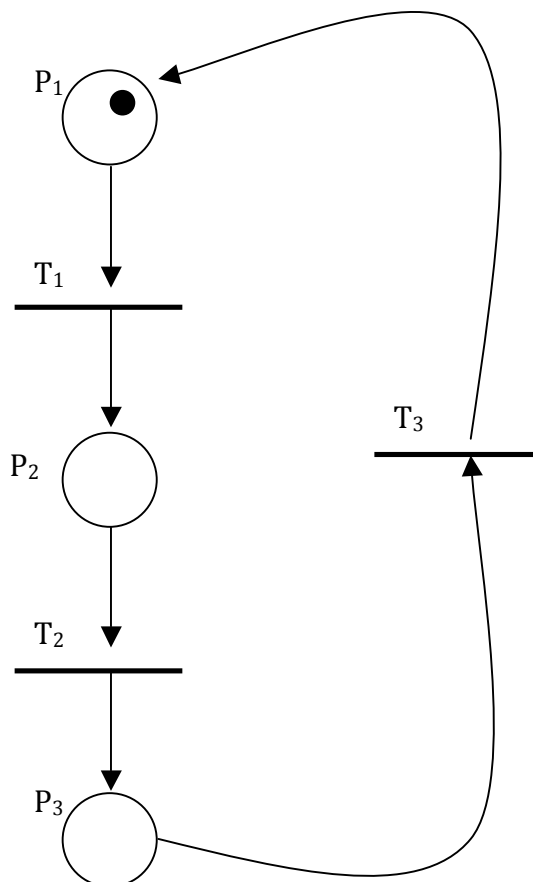
nuova marcatura M_{k+1} e il relativo nodo che diventerà il nodo corrente. Inoltre si crea un arco tra i nodi M_k e M_{k+1} e si denomina con il nome della transizione ad esso associata. Se invece la marcatura già appartiene all'insieme delle marcature esistenti, si crea un arco tra M_k e la marcatura trovata. Il nodo attivo rimane M_k .

4. Si ripete l'algoritmo dal passo 2.

Nota: in caso di reti non limitate, l'algoritmo può non terminare mai portando ad un grafo infinito. Per ovviare a questo si introduce il simbolo ω a rappresentare un posto che può assumere un numero intero non limitato di gettoni, permettendo di ottenere grafi finiti anche in caso di reti non limitate.

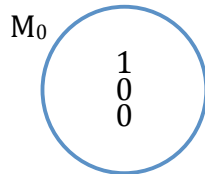
Esempi di grafi di stato

Data la Rete di Petri (N, M_0) :

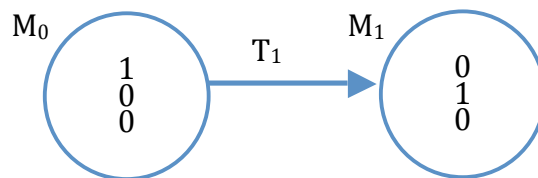


Creare il corrispondente grafo di stato:

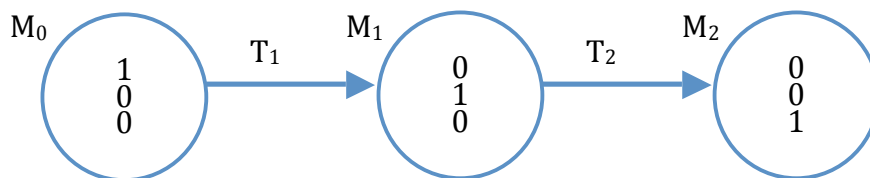
1. Creare il nodo relativo alla marcatura iniziale M_0 e impostarlo come nodo corrente



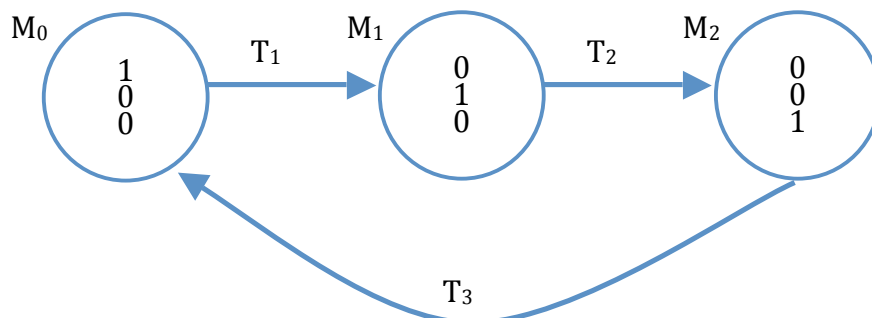
2. Selezionare la prima transizione attiva, non considerata in precedenza, e calcolare la nuova marcatura M_k ($M_1=010$). Se M_k non appartiene alle marcature create in precedenza, creare un nuovo nodo associato ad M_k e creare un arco da M_{k-1} a M_k . Impostare M_k come nodo corrente.



3. Continuare affinché non ci sono transizioni attivabili



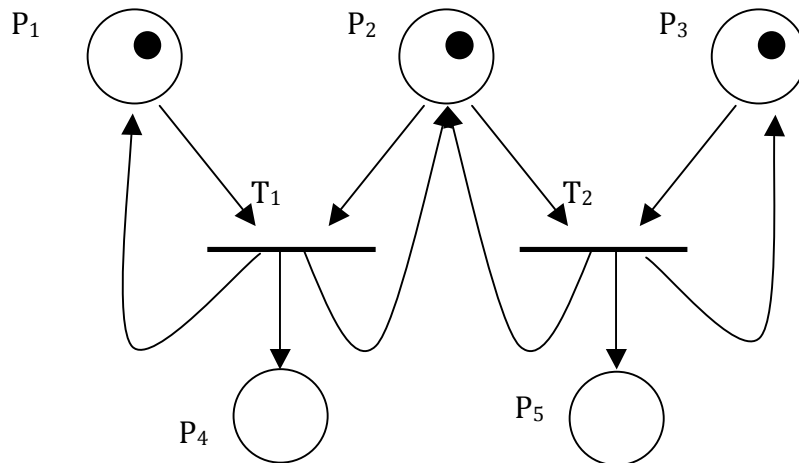
4. Se lo scatto di una transizione porta ad una marcatura già calcolata in precedenza $M_{j < k}$, si crea un arco da M_k ad M_j ed M_k rimane il nodo corrente.



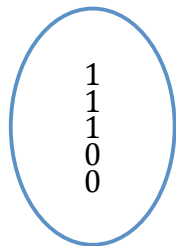
5. Algoritmo termina quando non ci sono più transizioni attivabili in tutte le marcature raggiunte.

Esempio:

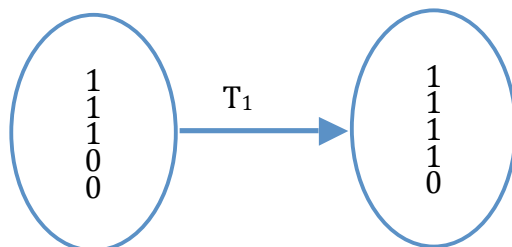
Calcolare il grafo di stato della rete di Petri (N, M_0) :



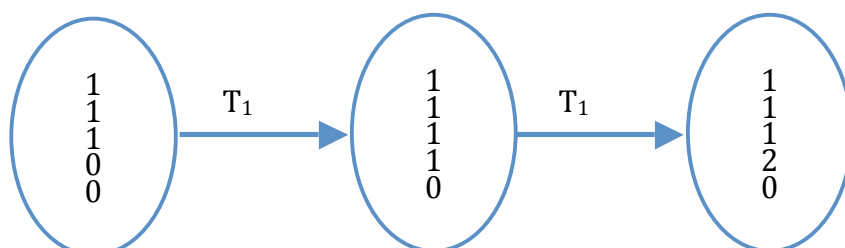
1. $M_0 = 11100$



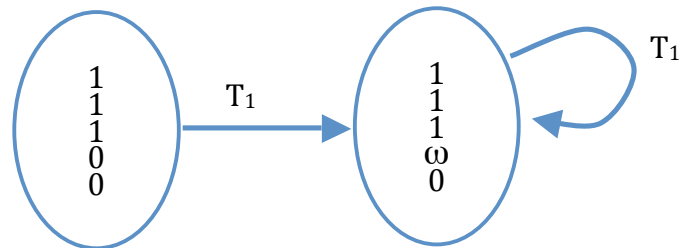
2. $M_1 = 11110$



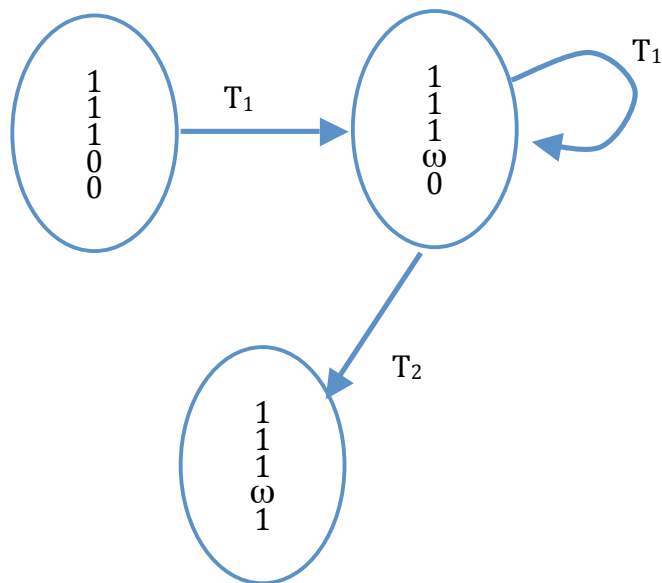
3. $M_2 = 11120$



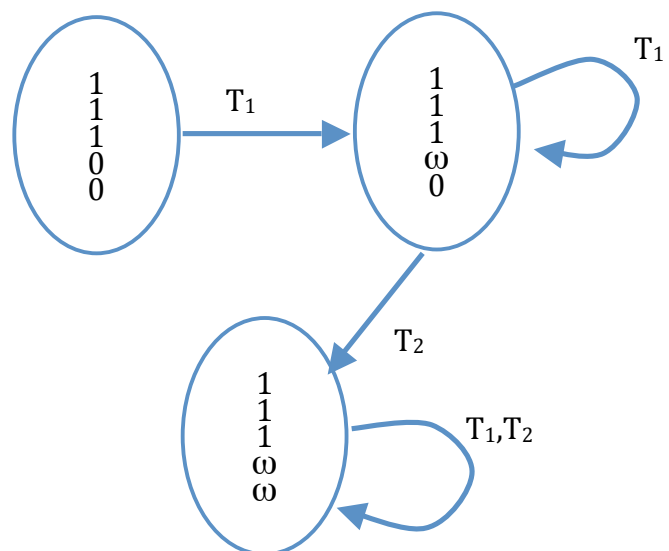
4. Ulteriori esecuzioni di T_1 porterebbero ad un grafo infinito con un numero illimitato di marche in P_4 , per questo si utilizza il simbolo ω



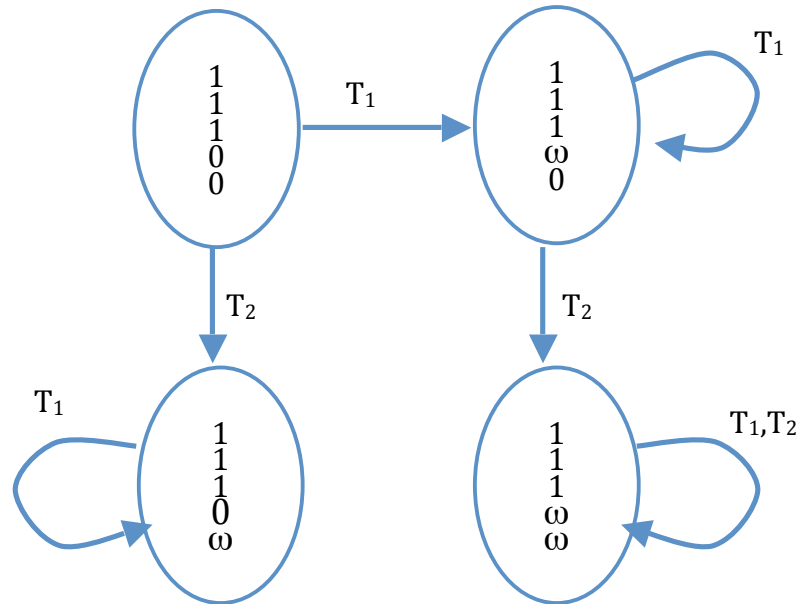
5. $M_k = 111\omega 1$



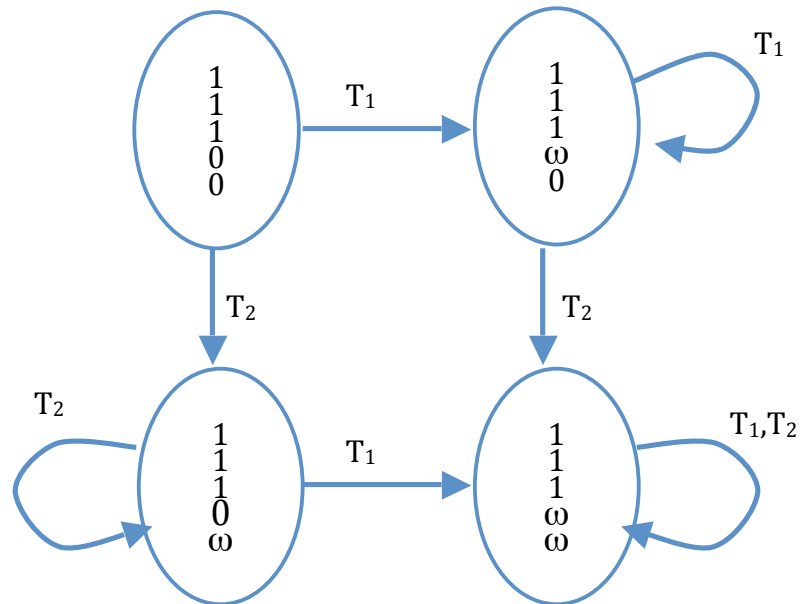
6. Anche l'esecuzione di T_2 provoca l'aggiunta di un numero infinito di marche in P_5



7. Una volta terminate esplorate tutte le possibili transizioni in $M=111\omega 0$ e $M=111\omega\omega$ il nodo attuale diventa M_0



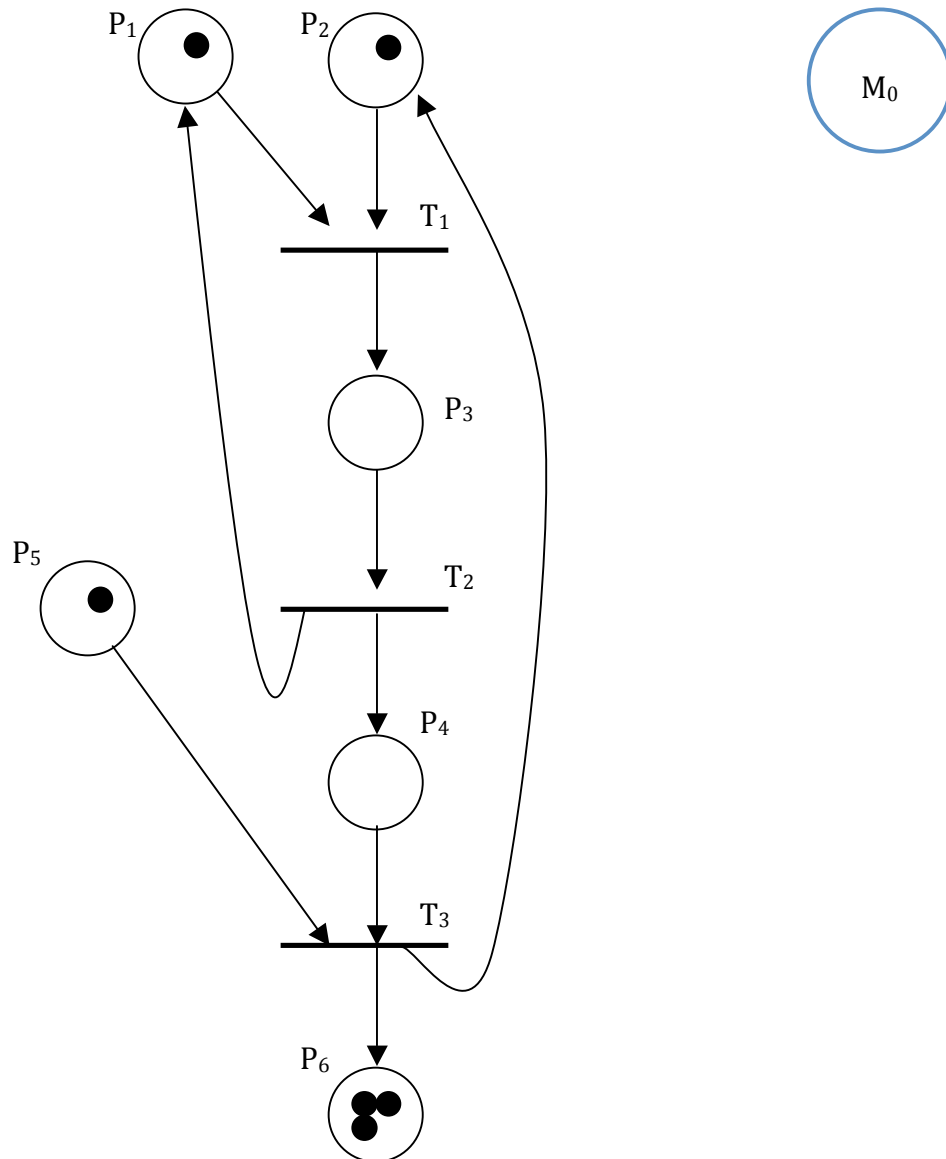
8. $M_k=111\omega\omega$



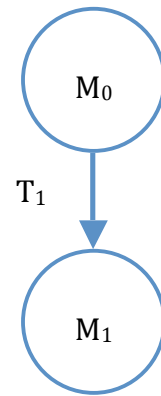
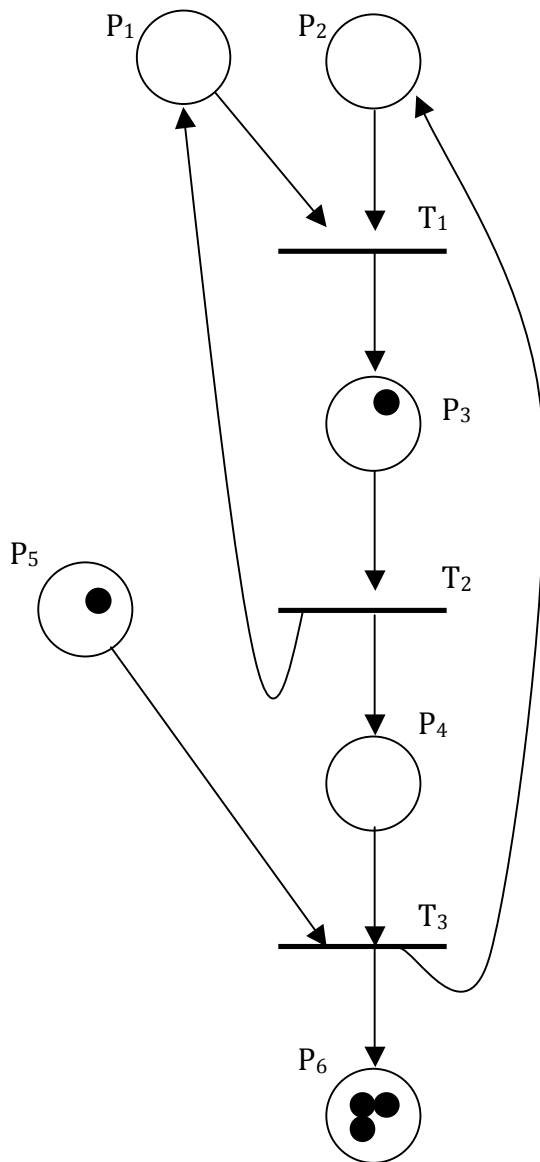
Esempio:

Data la seguente rete di petri (N, M_0) , calcolare il corrispondente grafo di stato

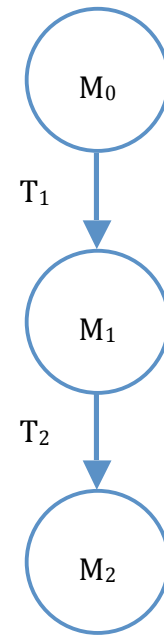
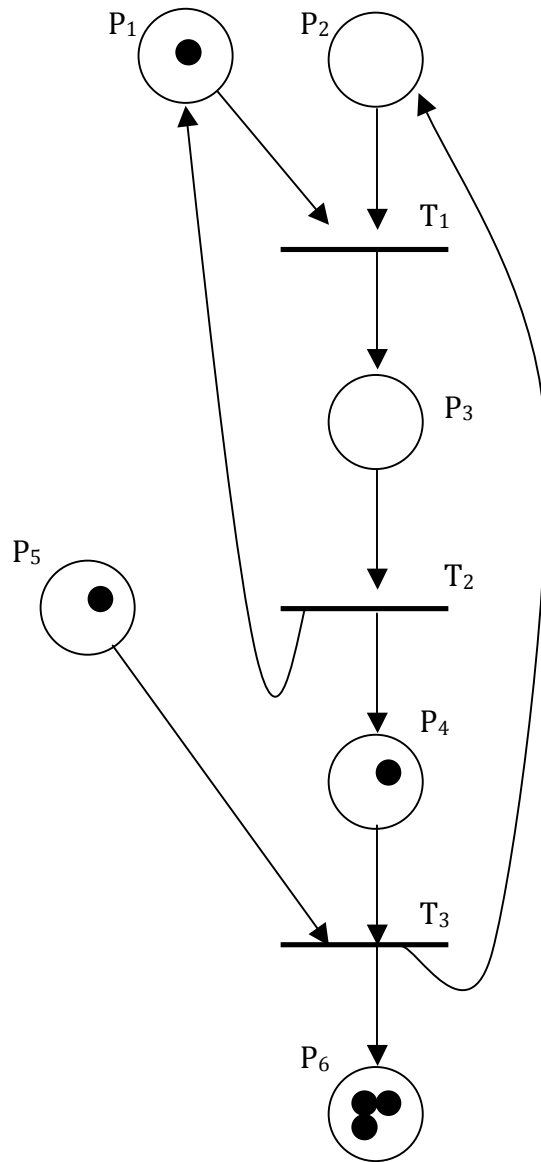
1. $M_0 = 110013$



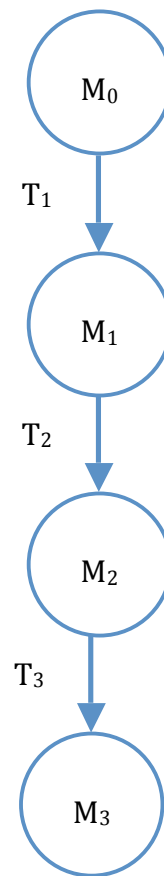
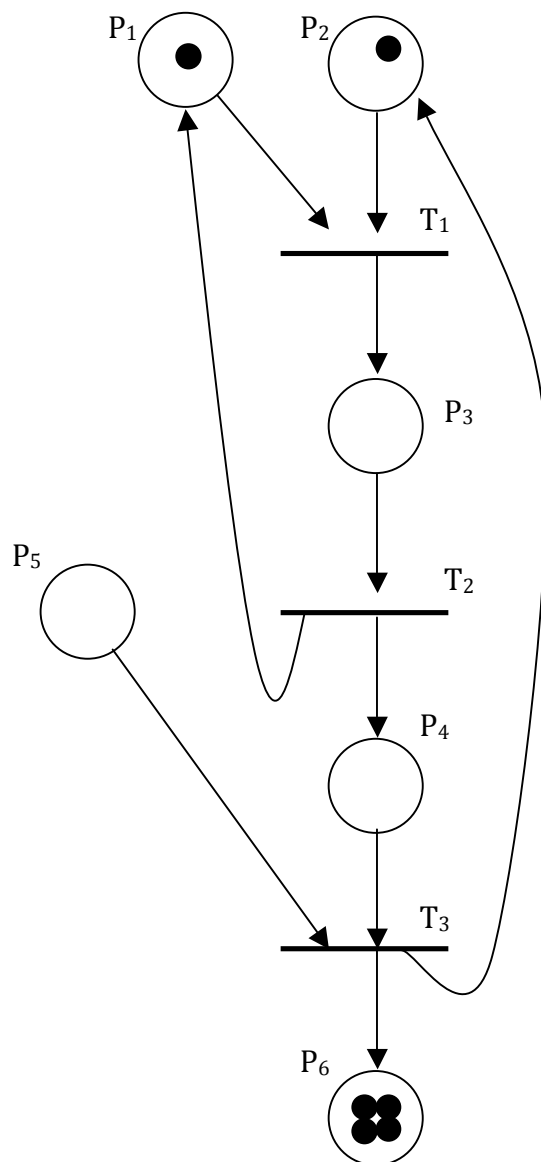
2. $M_1=001013$



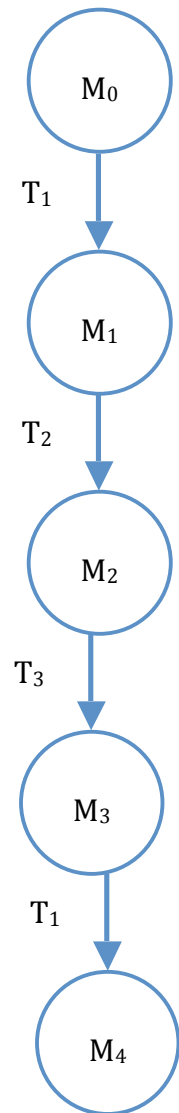
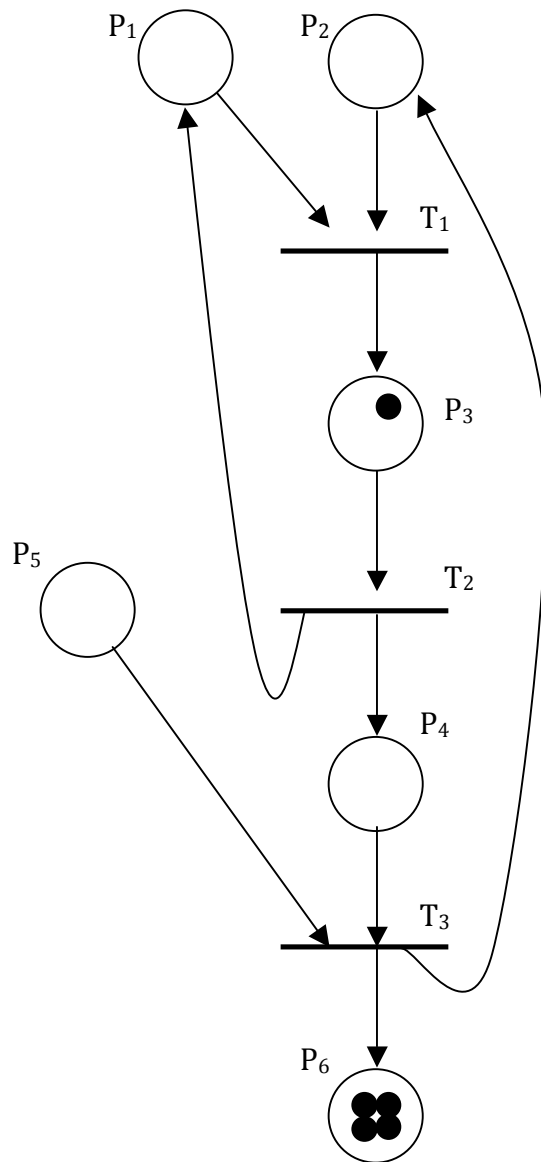
3. $M_2=100113$



4. $M_3=110004$



5. $M_4=001004$



6. $M_5=100104$, sistema bloccato

