Reti Elettriche con un solo Generatore

Molto spesso si presenta il problema di determinare la corrente nei vari rami di una rete alimentata da un solo generatore di tensione o di corrente; la rete si dice risolta quando tutte le correnti sono state calcolate; a questo punto diventa immediato determinare anche tutte le tensioni fra i vari punti.

Un primo metodo per risolvere una rete con un solo generatore consiste nel calcolare la resistenza equivalente vista dai morsetti del generatore stesso; si determina poi la corrente erogata dal generatore di tensione, oppure la tensione ai capi del generatore di corrente. Si procede quindi nel determinare successivamente le varie tensioni tra due punti, e le correnti nei vari rami.

Esempio: Nel circuito di figura calcolare la corrente in ogni ramo e la tensione V_{AD}.
Dati: R_1 = 80 Ω; R_2 =16 Ω; R_3 = 40 Ω; R_4 = 30 Ω; R_5 = 30 Ω; I_0 = 3 A

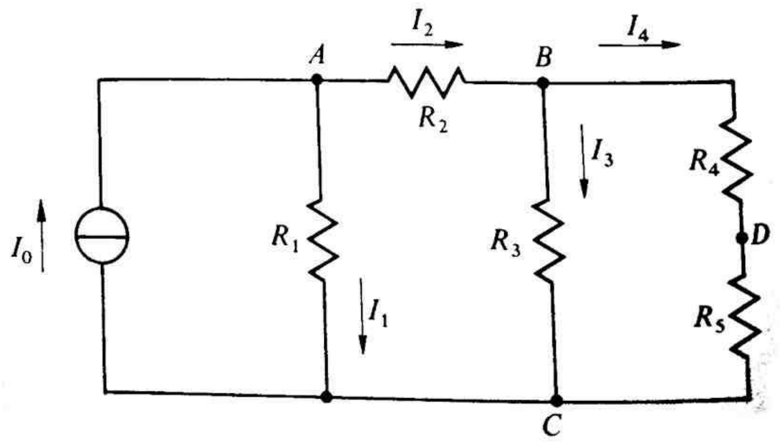


Fig. 1

La resistenza equivalente al gruppo R_2, R_3, R_4, R_5 risulta

R_k=(R_4+R_5)//R_3+R_2=40 Ω

Il circuito può essere semplificato come in figura 2

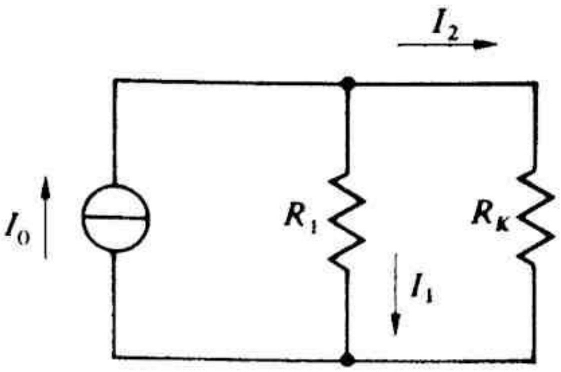


Fig. 2 - Maglia a un solo generatore

Applicando la regola del partitore di corrente

$$I_1 = I_0 \frac{R_K}{R_k + R_1} = 1A; \qquad I_2 = I_0 \frac{R_1}{R_k + R_1} = 2A$$

(Allo stesso valore di I_2 si poteva pervenire applicando il primo principio di Kirchhoff al nodo A: $I_2 = I_o - I_1$).

Tornando al circuito iniziale, e noto il valore di I_2, applicando ancora la regola del partitore di corrente al nodo B si ottiene

$$\mathbf{I_3 = I_2 \frac{R_4 + R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = 1,2A}$$

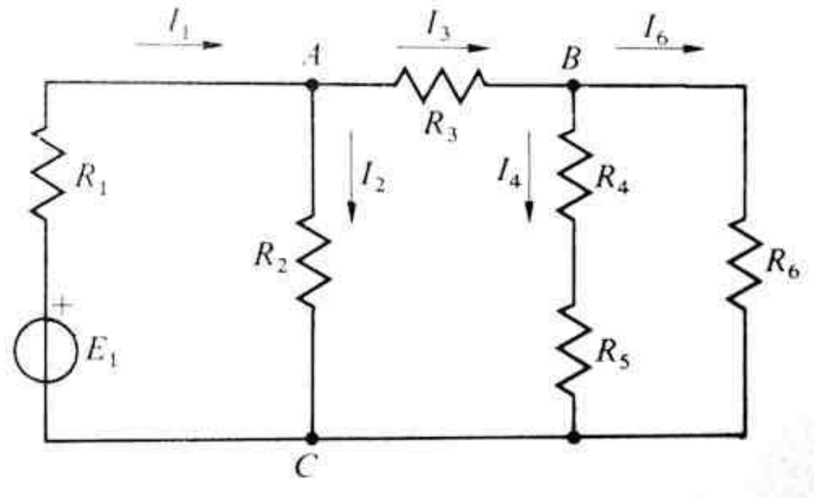
e quindi

$$\mathbf{I_4 = I_2 - I_3 = 2 - 1,2 = 0,8A}$$

la tensione V_{AD}

$$\mathbf{V_{AD} = R_2 I_2 + R_4 I_4 = 32 + 24 = 56V}$$

Nel circuito di fig. 3 ricavare la corrente in ogni ramo.



Dati:
E_1=60V
R_3=8Ω
R_6=20Ω
R_1=14Ω
R_4=20Ω
R_2=80Ω
R_5=10Ω

Fig. 3

Il circuito equivalente diventa quello di fig. 4

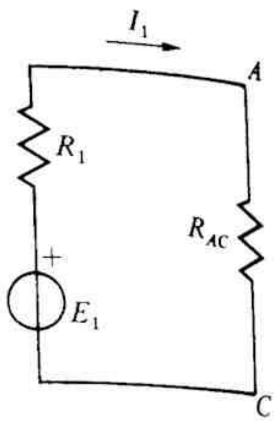


Fig. 4

La resistenza ai punti A-C risulta:

$R_{AC} = [(R_4+R_5)//R_6+R_3]//R_2 = 16Ω$

La corrente erogata dal generatore sarà

$$\mathbf{I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_{AC}} = 2A}$$

mentre la tensione V_{AC} risulta dal partitore di tensione

$$\mathbf{V_{AC} = E_1 \frac{R_{AC}}{R_{AC} + R_1} = 32V}$$

Tornando al circuito iniziale, noto V_{AC}, si calcola I_2

$$\mathbf{I_2 = \frac{V_{AC}}{R_2} = 0,4A}$$

e applicando il primo principio di Kirchhoff al nodo A

$$\mathbf{I_1 = I_2 + I_3; \qquad I_3 = I_1 - I_2 = 1,6A}$$

Applicando la regola del partitore di corrente

$$\mathbf{I_6 = I_3 \frac{R_4 + R5}{R_4 + R_5 + R_6} = 0,96A; \qquad I_4 = I_3 \frac{R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = 0,64A}$$

Un altro metodo di risoluzione è quello detto di **falsa posizione**, che è particolarmente utile quando si debba calcolare la corrente in un solo ramo della rete.

Esso consiste nell'attribuire alla corrente incognita un valore arbitrario I_n^* (normalmente 1 A); in base a tale valore si calcola il corrispondente valore fittizio della tensione E^* (o della corrente I^*) del generatore.

Il valore reale I_n della corrente incognita risulta determinato dalla proporzione fra la E^* fittizia e la E_g reale (oppure tra I^* e I_g)

$$\mathbf{I_n = I_n^* \frac{E_g}{E^*}; \qquad I_n = I_n^* \frac{I_g}{I^*}}$$

Il metodo sfrutta la proporzionalità diretta fra tensione e corrente in qualsiasi punto del circuito: si può quindi applicare solamente alle reti lineari.

Esempio: Gli stessi circuiti visti negli esempi precedenti possono essere risolti col metodo della falsa posizione.

Con riferimento al circuito di fig. 1, ponendo la corrente I_4 ad un valore fittizio

I_4^*=1A, si puo risalire a **I_0^***

Essendo noto I_4^* si ricava V_{BC}^*

$V_{BC}^*=(R_4+R_5)I_4^*$= 60V

Quindi si ricava I_3^*

$$I_3^* = \frac{V_{BC}^*}{R_3} = 1,5A;$$

Applicando il primo principio di Kirchhhoff al nodo B

$I_2^*=I_3^*+I_4^*$=2,5A

quindi si calcola la V_{AC}^*

$V_{AC}^*=R_2I_2^*+RI_3^*$=100V

La I_1^* sarà

$$I_1^* = \frac{V_{AC}^*}{R_1} = 1,25A; \qquad I_0^* = I_1^* + I_2^* = 3,75A$$

Per risalire ai valori reali delle correnti basta moltiplicare i valori fittizi trovati per il seguente rapporto ottenuto tra il valore vero (indicato nel testo dell'esempio) ed il valore fittizio appena calcolato

$$\frac{I_0}{I_0^*} = \frac{3}{3,75} = 0,8$$

si avrà quindi

$I_4=I_4^*\cdot 0,8=0,8A$

$I_3=1,5\cdot 0,8=1,2A$

$I_2=2,5\cdot 0,8=2A$

$I_1=1,25\cdot 0,8=1A$

$V_{AD}=R_2I+R_4I_4=56V$

Esempio: Si risolva con il metodo della falsa posizione il circuito di fig. 3 con i dati già posti nell'esempio visto sopra.

Ponendo I_6^*=1A si ricava I_3^* con la regola inversa del partitore di corrente.

$$\mathbf{I_3^* = I_6^* \frac{R_4 + R_5 + R_6}{R_4 + R_5} = 1,6A;} \qquad \mathbf{I_4^* = I_3^* - I_6^* = 0,\bar{6}A}$$

Quindi si calcola V_{AC}^*

$$\mathbf{V_{AC}^* = R_3 I_3^* + R_6 I_6^* = 33,\bar{3}V}$$

$$\mathbf{I_2^* = \frac{V_{AC}^*}{R_2} = 0,41\bar{6}A}$$

$$\mathbf{I_1^* = I_2^* + I_3^* = 2,08\bar{3}A}$$

$$\mathbf{E_1^* = R_1 I_1^* + V_{AC}^* = 62,5V}$$

Il rapporto tra la tensione del generatore reale stabilita dall'esercizio e quello fittizio risulta

$$\mathbf{\frac{E}{E^*} = \frac{60}{62,5} = 0,96}$$

I valori di corrente reali saranno pertanto

$$\mathbf{I_1 = I_1^* * 0,96 = 2A}$$

$$\mathbf{I_2 = I_2^* * 0,96 = 0,4A}$$

$$\mathbf{I_3 = I_3^* * 0,96 = 1,6A}$$

$$\mathbf{I_4 = I_4^* * 0,96 = 0,64A}$$

$$\mathbf{I_6 = 0,96A}$$