

## FDM e TDM con cenni di telefonia

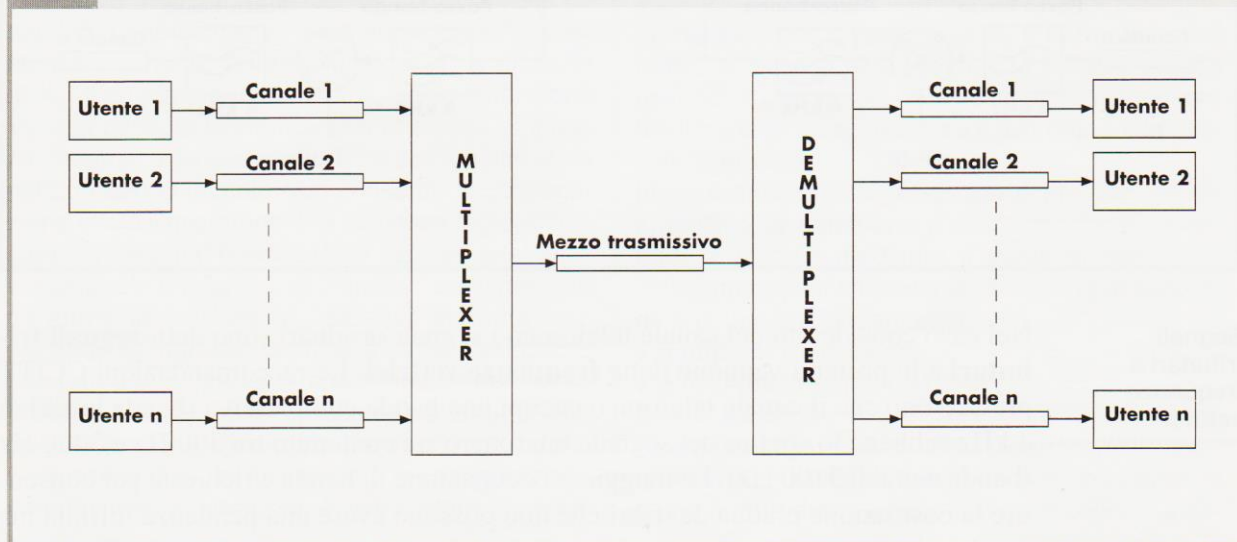
### Obiettivi

- ✓ Conoscere i principi e l'utilità delle tecniche FDM e TDM.
- ✓ Comprendere lo stretto legame esistente tra PCM e TDM.
- ✓ Conoscere nelle linee generali le modalità di applicazione di queste tecniche nella telefonia.

### 1 Frequency Division Multiplexing (FDM)

La tecnica di **multiplexing** (o **multiplazione**) nasce dall'esigenza di utilizzare al massimo le possibilità fisiche che si rendono disponibili con le operazioni tecniche di codifica di canale. Il costo di installazione di un collegamento a grande distanza è estremamente elevato e quindi si cerca di ripartire tali costi su un numero elevato di possibili utenti. Basta infatti pensare a un cavo sottomarino oppure alla messa in orbita di un satellite per telecomunicazioni per comprendere come tali mezzi tecnici non possano essere utilizzati, se non in ambiti molto speciali, da un solo utente. In linea di principio si tratta di **convogliare** un elevato numero di **canali di trasmissione** in un **unico mezzo trasmissivo** e di **smistare** poi tali canali all'arrivo verso altre postazioni terminali. I dispositivi che consentono l'operazione di **concentrazione** vengono chiamati **multiplexer** e i dispositivi di **smistamento** vengono chiamati **demultiplexer** (fig. 1).

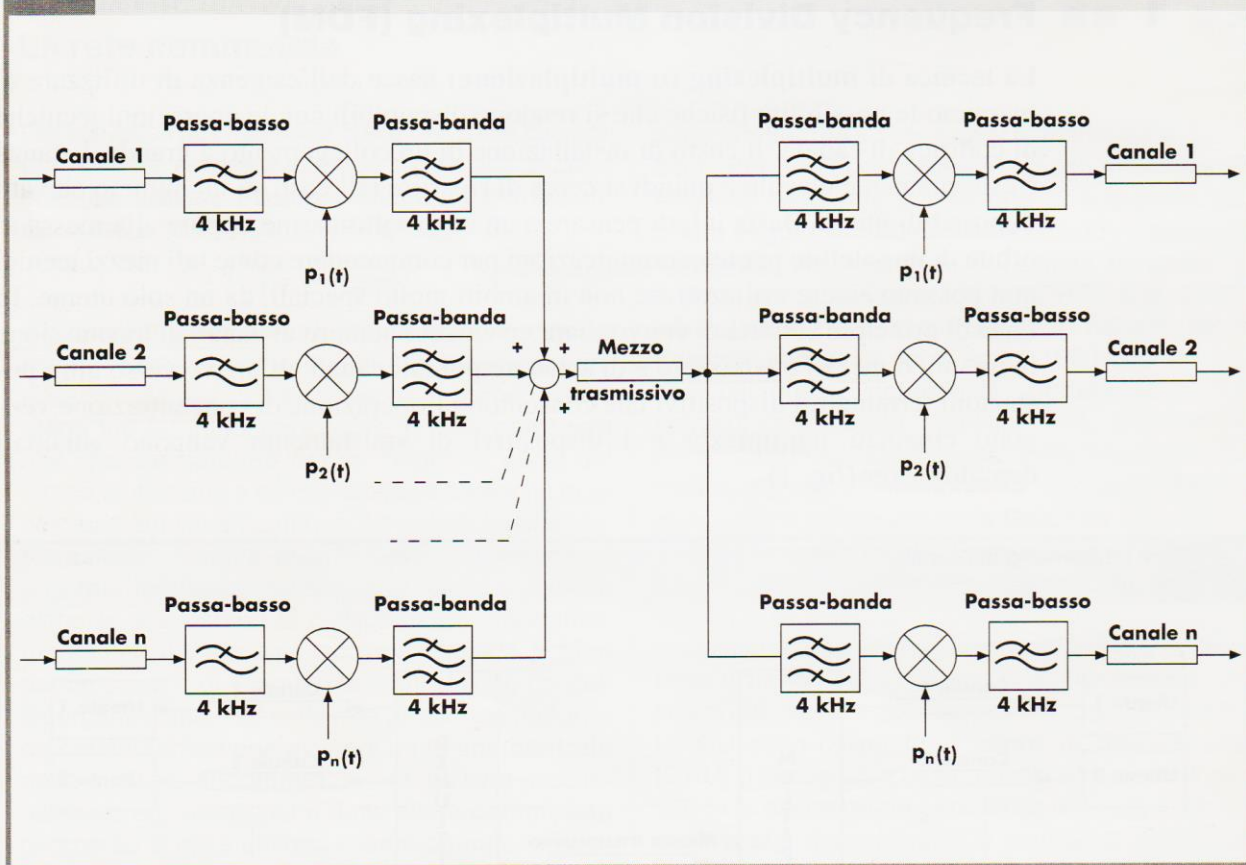
FIG. 1 Il multiplexing dei canali.



### La modulazione diretta

La tecnica utilizzata nell'ambito FDM per la concentrazione dei canali sfrutta l'operazione di modulazione, mediante la quale è possibile traslare lo spettro del segnale modulante al di sopra e al di sotto della frequenza di una portante. Sebbene la FDM trovi applicazione in ogni campo in cui possa risultare utile (si pensi per esempio allo spazio dove devono coesistere più onde elettromagnetiche), in pratica quando si usa tale denominazione ci si riferisce all'ambito telefonico e al relativo canale. Visto che lo scopo della FDM è quello di utilizzare al massimo le risorse offerte da un mezzo trasmissivo, è lecito pensare di modulare secondo la SSB-SC che consente di limitare lo spettro del segnale modulato e di concentrare tutta la potenza nell'unica banda laterale rimasta senza inutile dispersione di potenza nella portante. Il procedimento più semplice per ottenere un segnale FDM consiste nella **tecnica di modulazione diretta** la quale, mediante un numero di portanti a frequenza diversa pari ai canali da concentrare, trasla in uno spettro più ampio l'insieme degli spettri dei canali originari. Alla fine la larghezza di banda del canale finale risulta divisa tra i vari canali originari e questo spiega la ragione della denominazione **a divisione di frequenza** per questo tipo di multiplexing (Frequency Division Multiplexing: *ripartizione a suddivisione di frequenza*). Ogni singola "fetta" della banda finale viene assegnata al singolo canale originario per un tempo infinito e quindi viene ripartita la risorsa frequenziale del mezzo trasmissivo ma non la sua risorsa temporale. Lo schema di principio per la modulazione diretta è riportato in figura 2.

FIG. 2 Schema di principio per attuare tramite modulazione diretta la tecnica FDM.

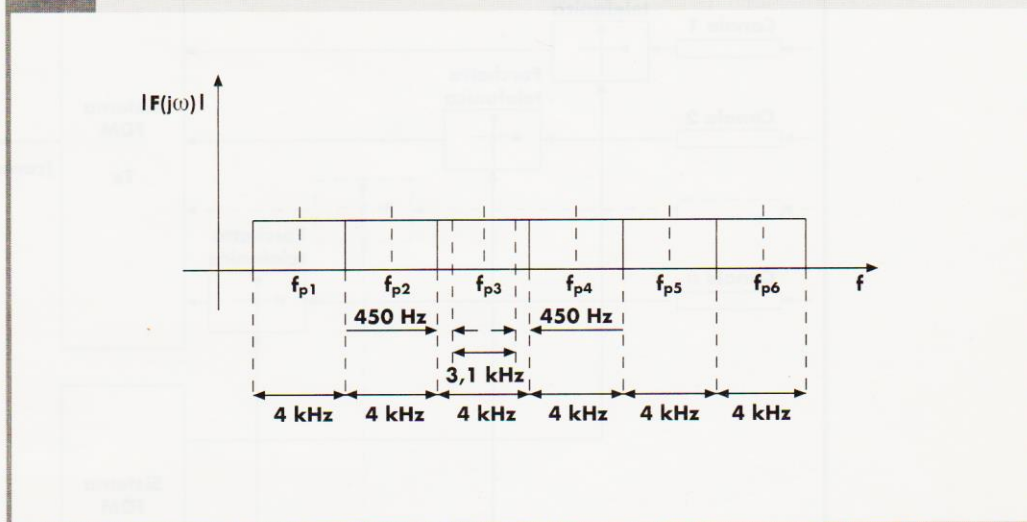


### Segnali tributari e frequenze vettrici

Nel caso considerato del canale telefonico i segnali originari sono detti **segnali tributari** e le portanti vengono dette **frequenze vettrici**. Le raccomandazioni CCITT prescrivono che il canale telefonico occupi una banda complessiva (banda lorda) di 4 kHz sebbene lo spettro del segnale telefonico sia contenuto tra 300 Hz e 3400 Hz (banda netta di 3100 Hz). La maggiore occupazione di banda è richiesta per consentire la costruzione pratica dei filtri che non possono avere una pendenza infinita ma una banda di transizione di ampiezza finita. Con una banda lorda di 4 kHz le due

bande di transizione alla fine della banda passante sono di 450 Hz e questo consente la realizzazione pratica dei filtri (fig. 3).

FIG. 3 Struttura di un sistema FDM per telefonia.



#### Limiti della modulazione diretta

La modulazione diretta, sebbene significativa dal punto di vista della comprensione della FDM, non viene mai realizzata in pratica poiché la complessità tecnica e il costo della sua applicazione crescono in modo notevole con l'aumentare dei canali. Infatti per ogni canale è necessario, oltre a eventuali amplificatori, utilizzare filtri passa-banda e mixer tutti diversi tra loro (i filtri passa-basso sono invece tutti uguali tra loro). Inoltre se aumenta il numero dei canali cresce anche il valore dell'ultima frequenza vettrice a parità di larghezza di banda di 4 kHz richiesta: il fattore di qualità del filtro diventa così elevato che la sua realizzazione pratica risulta impossibile (si ricordi che  $Q = f_0/B$ ). Comunque, se si osserva la figura 2 si scopre che per realizzare la FDM è necessario un perfetto coordinamento tra le frequenze delle portanti utilizzate e la larghezza di banda del canale originario. Le frequenze vettrici devono essere spaziate esattamente di 4 kHz tra loro e i segnali tributari devono avere una larghezza di banda massima esattamente uguale.

#### Come ottenere il full-duplex

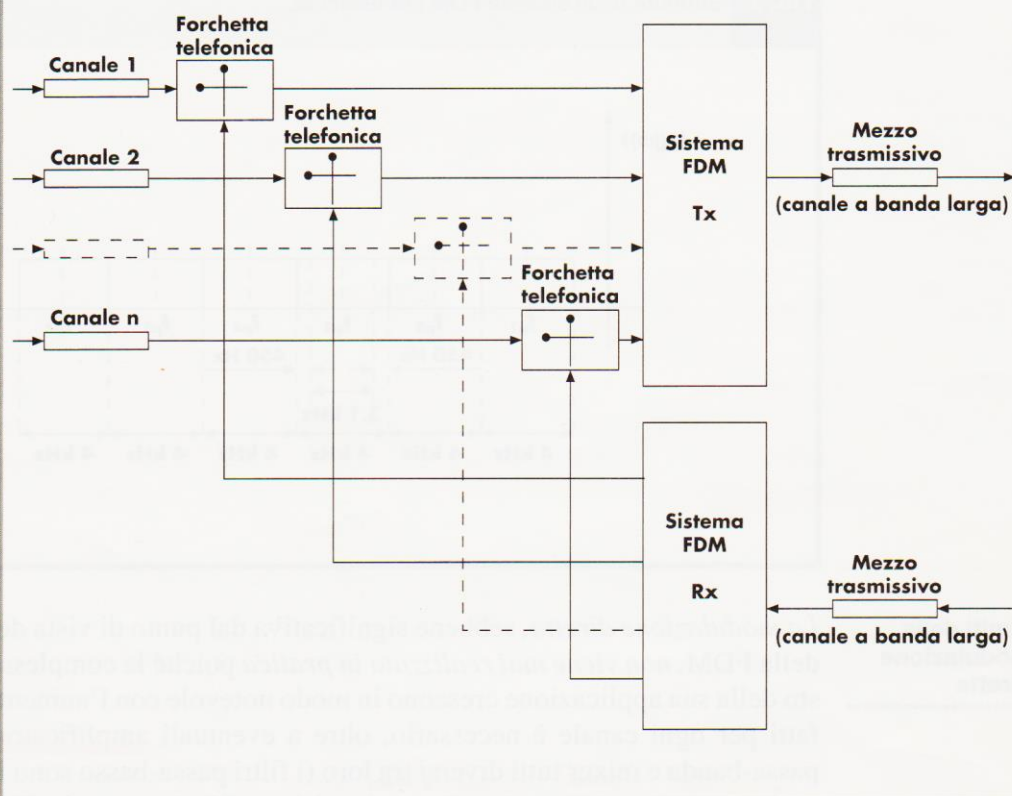
Occorre anche tenere presente che lo schema per la FDM indicato nella figura 2 si riferisce solo a un collegamento simplex ossia in una sola direzione. Per ottenere un collegamento full-duplex sarà necessario raddoppiare tutte le apparecchiature presenti e utilizzare poi due mezzi trasmissivi, dove si abbia tale disponibilità, oppure due bande di frequenze non sovrapposte dove è possibile usare un solo mezzo trasmissivo (oppure non è economicamente conveniente come nei cavi sottomarini). Il tutto è sintetizzato in figura 4: le forchette telefoniche consentono di passare dal sistema simplex tipico della FDM a un canale full-duplex richiesto per il canale telefonico.

### La realizzazione della FDM secondo il CCITT

Per rendere tecnicamente possibile la realizzazione di un sistema FDM, senza operare la modulazione diretta dei segnali tributari, è necessario procedere con più modulazioni SSB-SC in cascata raggruppando in modo opportuno i canali e i segnali modulati. Il CCITT ha stabilito come devono essere raggruppati i segnali tributari e quali devono essere i valori delle frequenze vettrici. Si parte con la costruzione, mediante modulazione diretta SSB-SC, di quello che viene detto gruppo primario formato con 12 segnali tributari a 4 kHz allocati in rigorosa sequenza a partire da una ben determinata frequenza. Il CCITT ha stabilito due modi diversi di procedere alla formazione del gruppo primario detti rispettivamente di tipo A e di tipo B.

#### Gruppo primario

FIG. 4 Come realizzare in FDM un collegamento full-duplex.



Nel tipo A si modula in USB-SC (banda laterale superiore) con dodici frequenze vettrici a partire dalla frequenza di 12 kHz fino alla frequenza di 60 kHz per passi di 4 kHz (banda complessiva  $12 \cdot 4 \text{ kHz} = 48 \text{ kHz}$ ). Nel tipo B si modula in LSB-SC (banda laterale inferiore) con dodici frequenze vettrici a partire dalla frequenza di 60 kHz fino alla frequenza di 108 kHz sempre per passi di 4 kHz. Nella realtà però, nel sistema italiano viene utilizzato il gruppo primario tipo B e quindi si avrà una situazione del tipo indicato nella figura 5 di pagina seguente.

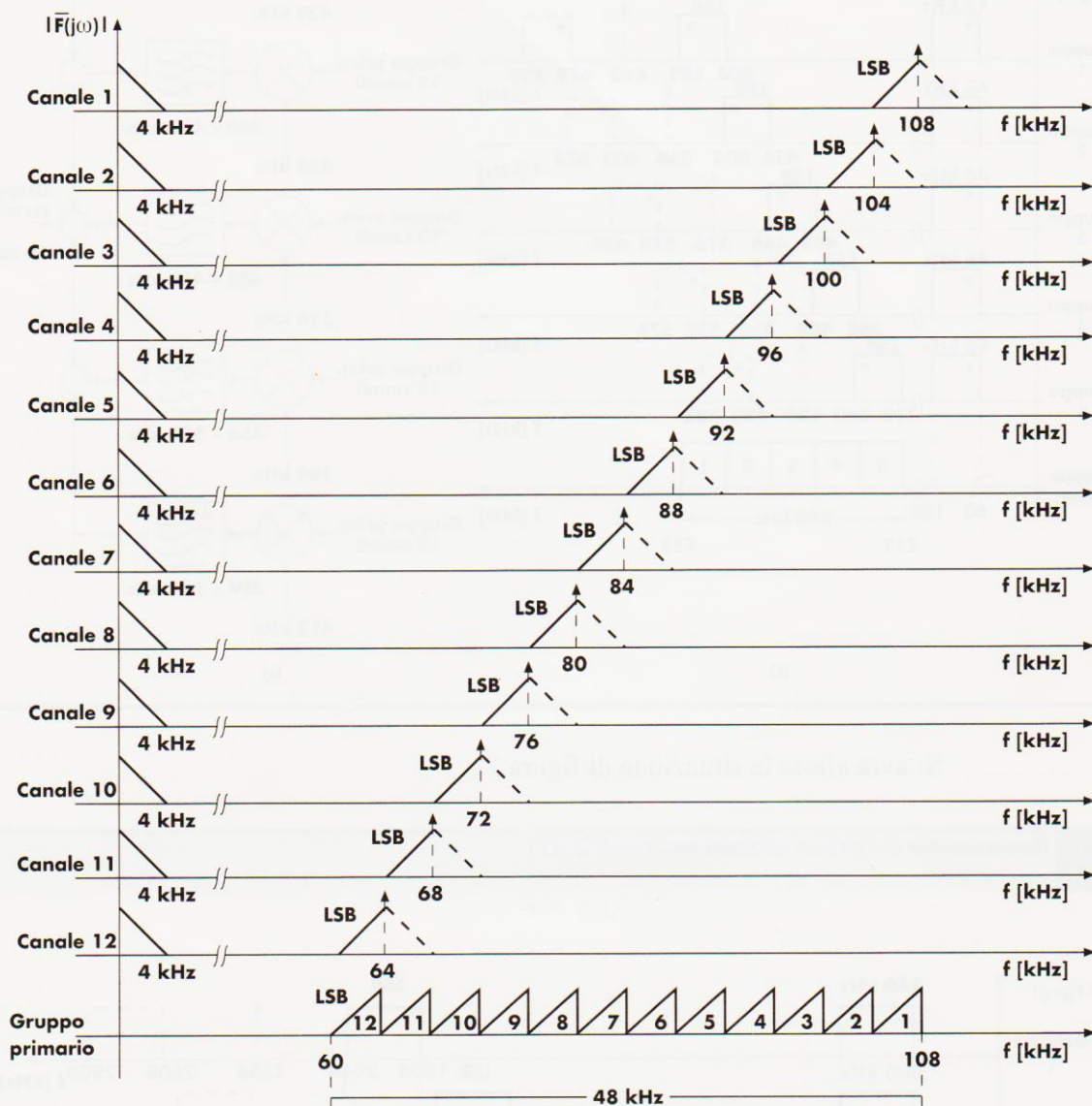
Il gruppo primario comincerà a presentare uno spettro quasi uniforme se viene considerata la sua occupazione in modo statistico. In effetti, visto che la tecnica FDM viene utilizzata per collegare un gran numero di utenti, è statisticamente lecito affermare che i canali multiplexati siano sempre impegnati da un canale telefonico. Inoltre l'ampiezza delle armoniche dello spettro non decresce più all'aumentare della frequenza perché alle alte frequenze esiste un canale telefonico esattamente identico a quello che si trova a bassa frequenza.

Costituito il gruppo primario con una larghezza di banda totale di 48 kHz, si attua una ulteriore modulazione di ogni gruppo primario nella sua globalità utilizzando cinque portanti di frequenza 420 kHz, 468 kHz, 516 kHz, 564 kHz e 612 kHz, distanziate di 48 kHz. Visto che l'armonica più bassa del gruppo primario si trova a 60 kHz le bande laterali si formeranno a una distanza di 60 kHz dalla portante soppressa e occuperanno una banda di 48 kHz (fig. 6a).

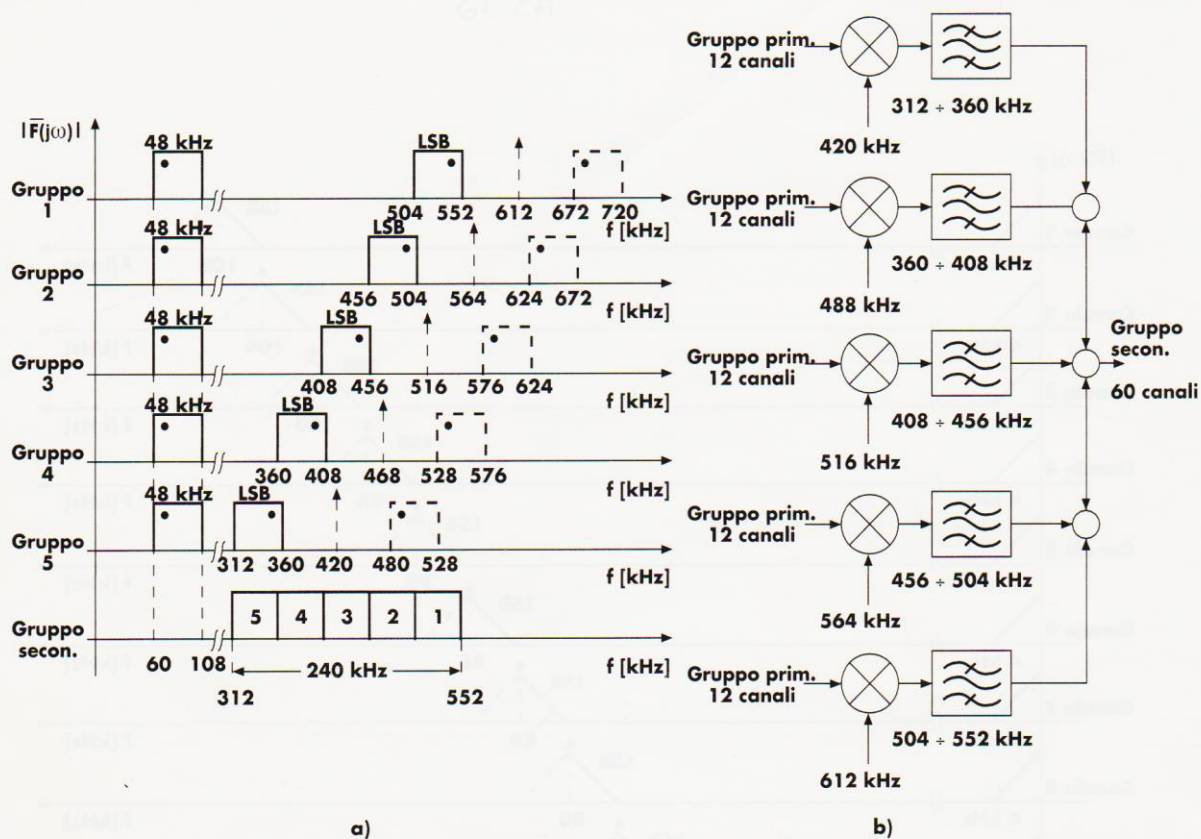
#### Gruppo secondario

Il risultato della modulazione LSB-SC è un **gruppo secondario** (o **supergruppo**) in cui sono contenuti 60 canali telefonici ( $12 \cdot 5 = 60$ ) che occuperanno una larghezza di banda di 240 kHz ( $60 \cdot 4 \text{ kHz} = 240 \text{ kHz}$ ) a partire dalla frequenza di 312 kHz fino alla frequenza di 552 kHz. Il **gruppo secondario** è costituito quindi da **cinque gruppi primari** ( $240 \text{ kHz} = 5 \cdot 48 \text{ kHz}$ ). Lo schema di principio per la formazione del gruppo secondario è riportato in figura 6b.

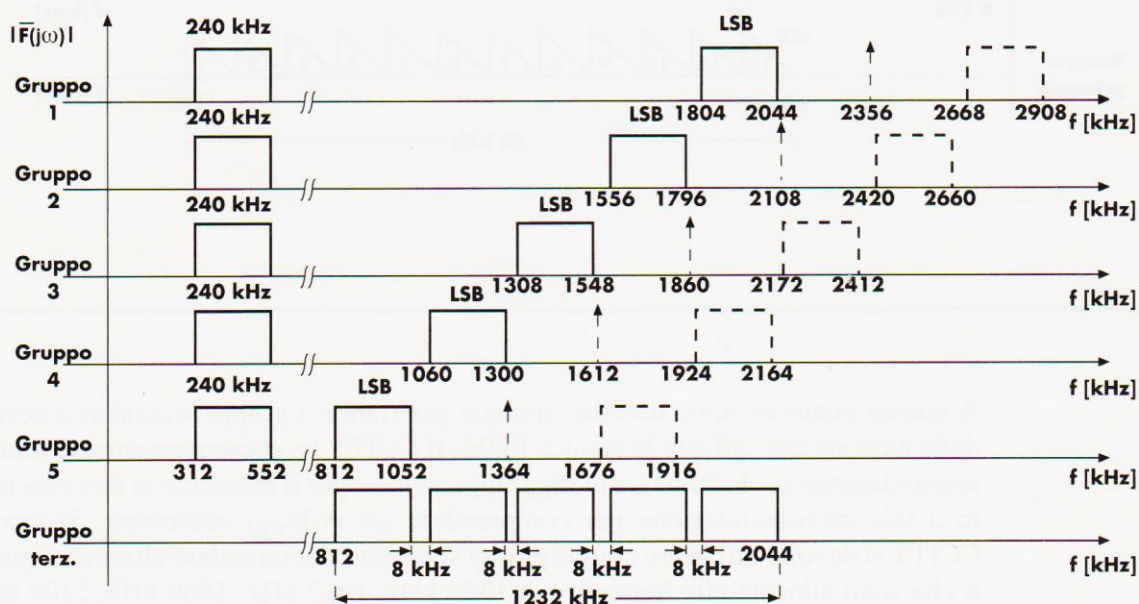
FIG. 5 Il gruppo primario (tipo B) nel sistema telefonico in FDM.



A questo punto esistono diverse strategie per riunire i gruppi secondari a seconda della nazione che utilizza la tecnica FDM. Il CCITT ha comunque emesso una raccomandazione per la strategia di raggruppamento e per il momento si farà riferimento a tale raccomandazione per comprendere gli sviluppi successivi. Secondo il CCITT si devono utilizzare cinque gruppi secondari per modulare altrettante portanti che sono allocate alle frequenze di 1364 kHz, 1612 kHz, 1860 kHz, 2108 kHz e 2356 kHz, distanziate di 248 kHz, il che determina una interbanda di 8 kHz. Visto che l'armonica più bassa del gruppo primario si trova a 312 kHz, le bande laterali si formeranno alla distanza di 312 kHz dalla portante soppressa e occuperanno una banda di 240 kHz.

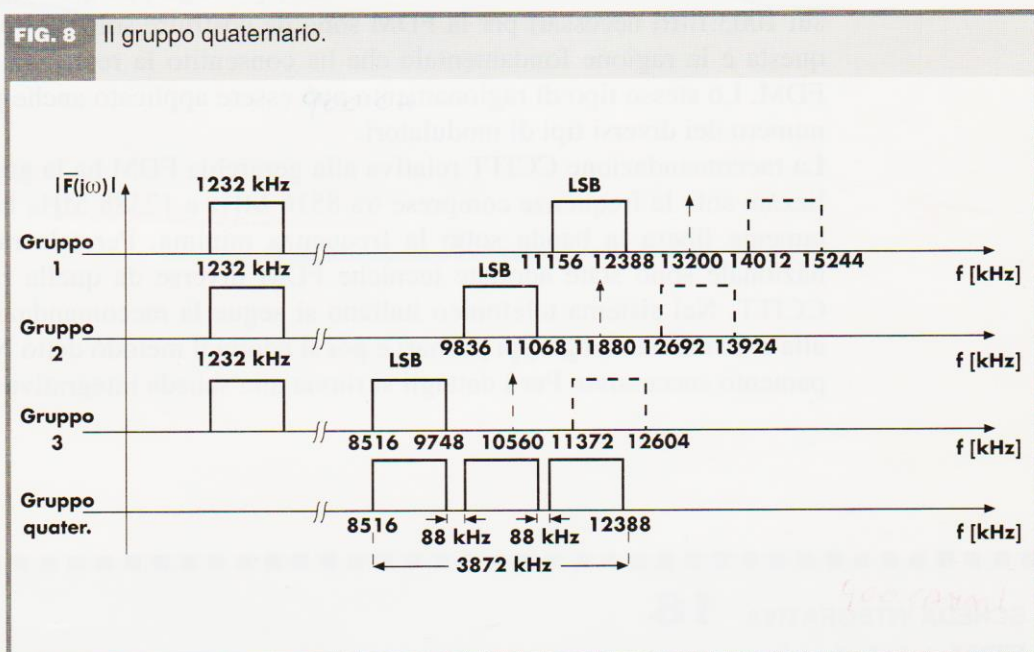
**FIG. 6** Il gruppo secondario è ottenuto da cinque gruppi primari.

Si avrà allora la situazione di figura 7.

**FIG. 7** Realizzazione del gruppo terziario secondo il CCITT.

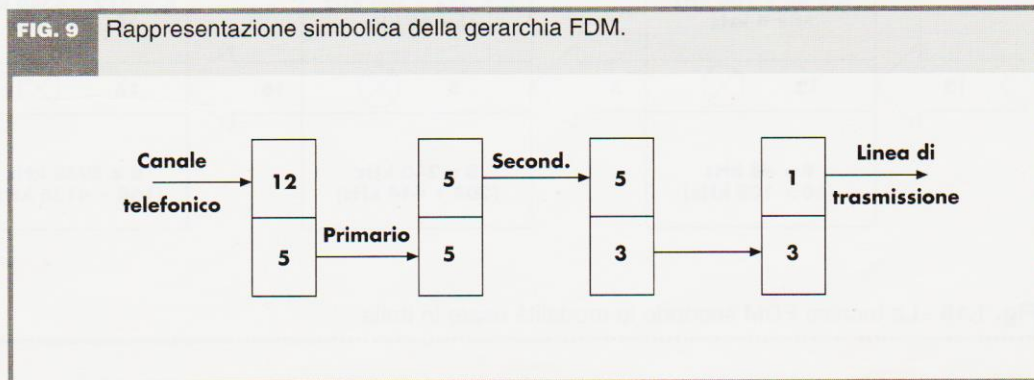
Si ottiene allora un **gruppo terziario** che contiene  $5 \cdot 60 = 300$  canali telefonici con una larghezza di banda di 1232 kHz ( $1232 \text{ kHz} = 300 \cdot 4 \text{ kHz} + 4 \cdot 8 \text{ kHz}$ ) a partire dalla frequenza di 812 kHz fino alla frequenza di 2044 kHz. L'interbanda di 8 kHz tra un supergruppo e il successivo è necessaria per consentire la pratica realizzazione dei filtri che, al crescere della frequenza e con la larghezza di banda richiesta, hanno una zona di transizione sempre meno ripida. Il gruppo terziario è formato quindi con cinque **gruppi secondari** ( $1232 \text{ kHz} = 5 \cdot 240 + 4 \cdot 8 \text{ kHz}$ ). Lo schema di principio per la modulazione LSB-SC necessaria alla formazione del gruppo terziario è identico a quello della figura 6b purché si sostituiscano i gruppi secondari ai gruppi primari, le frequenze delle portanti e la banda passante dei filtri. Infine si realizza il **gruppo quaternario** a partire da **tre gruppi terziari** prevedendo tre portanti di frequenza 10560 kHz, 11880 kHz, 13200 kHz spaziate della larghezza di banda dei gruppi terziari (1232 kHz) più una interbanda di 88 kHz. Visto che l'armonica più bassa del gruppo terziario si trova a 812 kHz, le bande laterali si formeranno a una distanza di 812 kHz (fig. 8).

**FIG. 8** Il gruppo quaternario.



In definitiva si sono raggruppati **900 canali telefonici** con una larghezza di banda di 3872 kHz ( $3872 \text{ kHz} = 900 \cdot 4 \text{ kHz} + 3 \cdot (4 \cdot 8 \text{ kHz}) + 2 \cdot 88 \text{ kHz}$ ) a partire dalla frequenza 8516 kHz fino alla frequenza di 12388 kHz. L'interbanda viene portata a 88 kHz visto che la frequenza centrale di costruzione dei filtri è aumentata. Con il raggruppamento di **900 canali telefonici** si è ottenuta una larghezza di banda complessiva di circa 4 MHz e quindi il metodo indicato viene detto **sistema a 4 MHz**. Il metodo di raggruppamento analizzato viene detto **gerarchia FDM** e può essere rappresentato con la struttura di figura 9.

**FIG. 9** Rappresentazione simbolica della gerarchia FDM.



In questa figura nella casella d'entrata viene evidenziato il numero degli elementi componenti, nella casella d'uscita il numero degli elementi successivamente utilizzati. Per individuare il numero complessivo degli elementi presenti basta moltiplicare una sola volta i numeri uniti dalla freccia di flusso a partire dalla casella col numero 1 connessa alla linea di trasmissione.

I modulatori e i filtri sono i componenti più significativi che sono necessari per realizzare praticamente la FDM secondo la raccomandazione CCITT. Il loro numero e la tipologia impongono il costo finale e l'attuabilità del progetto. Con la modulazione diretta erano necessari 900 filtri e modulatori diversi mentre ora il loro numero è aumentato ma è drasticamente diminuito il numero dei filtri diversi. In effetti è necessario realizzare 75 gruppi primari ( $3 \cdot 5 \cdot 5$ ) di 12 canali ciascuno e quindi 900 filtri complessivi ma tra loro ne esistono solo 12 tipi diversi. Sono anche da realizzare 15 gruppi secondari ( $3 \cdot 5$ ) a partire da 5 gruppi primari e quindi 75 filtri totali ma tra loro ci sono solo 5 tipi diversi. Si avranno poi 3 gruppi terziari formati dai 5 gruppi secondari e quindi 15 filtri complessivi ma tra loro ci sono solo 5 tipi diversi. Infine è necessario costruire i 3 filtri per il gruppo quaternario. In definitiva sui 1003 filtri necessari per la FDM sono da costruire solo 25 tipi diversi di filtri: questa è la ragione fondamentale che ha consentito la realizzazione pratica della FDM. Lo stesso tipo di ragionamento può essere applicato anche per individuare il numero dei diversi tipi di modulatori.

La raccomandazione CCITT relativa alla gerarchia FDM ha la grave lacuna di utilizzare solo le frequenze comprese tra 8516 MHz e 12388 MHz lasciando completamente libera la banda sotto la frequenza minima. Per tale ragione in ambito nazionale sono state adottate tecniche FDM diverse da quella raccomandata dal CCITT. Nel sistema telefonico italiano si segue la raccomandazione CCITT fino alla costruzione dei gruppi primari e poi si adotta il metodo detto N1 per il raggruppamento successivo. Per i dettagli si rinvia alla scheda integrativa 16.

## ■ ■ 2 ■ ■ Time Division Multiplexing (TDM)

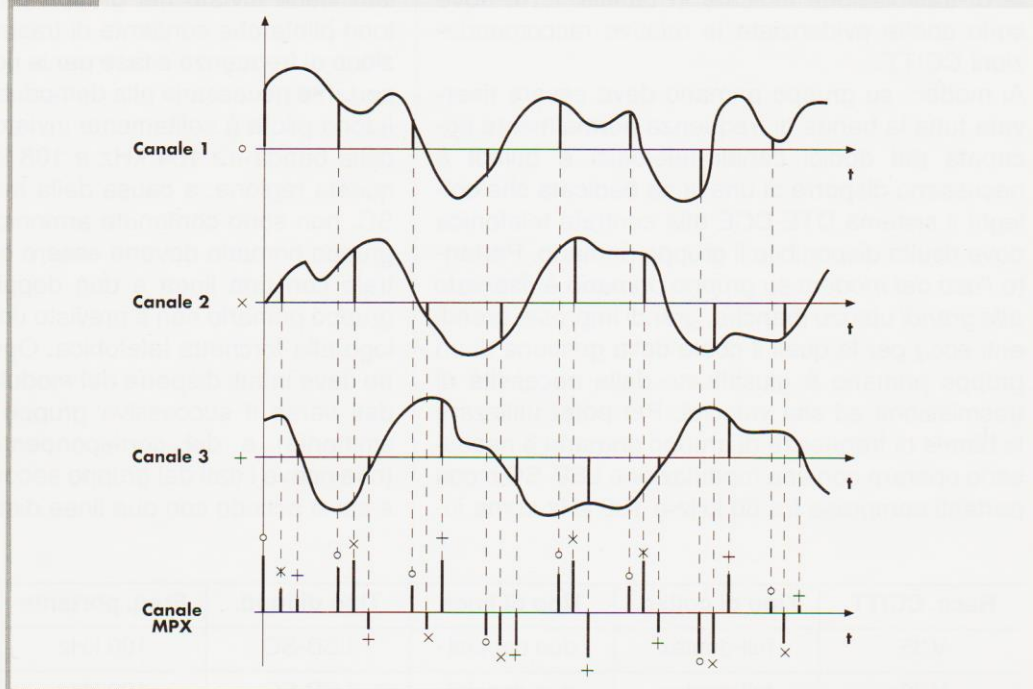
### In che cosa consiste

### È legata al campionamento

Nel precedente paragrafo si è visto come la FDM suddivida la risorsa frequenziale del canale finale e ne lasci immutata la risorsa temporale. *Si può ora procedere in modo completamente simmetrico e suddividere la risorsa temporale lasciando immutata la risorsa frequenziale*: in ciò consiste la **TDM** (*Time Division Multiplexing*: ripartizione a suddivisione di tempo). Affinché più canali possano essere immessi in unico mezzo trasmissivo è necessario riservare a ogni canale una frazione di tempo ben definita e in tale ambito inviare l'informazione del singolo canale. La frazione di tempo riservata a ogni canale viene detta **time-slot** (*fenditura di tempo*). Il tipo di informazione inviato nel canale è in relazione al tipo di modulazione operata, operazione che trasferisce l'informazione originaria su una grandezza opportuna.

*La TDM è legata in modo indissolubile al campionamento di un segnale* e quindi alla sua discretizzazione in ambito temporale. Proprio per il fatto che non si preleva il segnale in modo continuo ma in istanti di tempo ben definiti è possibile pensare di suddividere il tempo su un grande numero di segnali. Infatti il criterio adottato dalla TDM può essere interpretato come in figura 10. *Dai diversi segnali presenti nei canali telefonici vengono prelevati dei campioni a intervalli di tempo ben definiti e poi inviati nell'unico canale in multiplex che riceve l'informazione globale.*

FIG. 10 La tecnica TDM necessita di campionare i segnali.



Alla base del campionamento di ogni segnale sta il *teorema di Shannon* che stabilisce quale deve essere la frequenza con cui devono succedersi i campioni affinché il segnale possa essere poi nuovamente ricostruito. In particolare la frequenza di campionamento deve essere almeno pari al doppio della frequenza dell'armonica massima (capitolo 9, relazione **7**). Nel caso del canale telefonico la massima frequenza è 3400 Hz e quindi la frequenza di campionamento deve essere superiore a 6800 Hz: il CCITT ha stabilito il valore di 8 kHz, con un opportuno margine di sicurezza per costruire sia il filtro di anti-aliasing sia il filtro di smoothing (ricostruzione).

Tra un campione e il successivo intercorre quindi un periodo di:

$$T_c = \frac{1}{f_c} = \frac{1}{8 \text{ kHz}} = 125 \mu\text{s} \quad \mathbf{1}$$

Se i campioni fossero prelevati mediante impulsi di durata infinitesima sarebbe possibile inviare un numero infinito di canali nell'unico canale in multiplexing. In pratica il campionamento mediante impulsi infinitesimi non è possibile sia perché non è tecnicamente realizzabile sia perché oltre al campionamento (la discretizzazione in ambito temporale) alla tecnica TDM viene associata anche la codifica digitale dell'informazione campionata. In altre parole *nel canale in multiplexing non viene inviato il campione analogico del segnale originario ma un codice binario che è legato all'ampiezza del campione prelevato*. Visto che il passaggio da un campione analogico a uno digitale richiede una conversione A/D, sarà necessario anche un tempo di conversione per ogni campione prelevato dal singolo canale. In definitiva ogni campione prelevato non può occupare un intervallo di tempo infinitesimo ma un intervallo di tempo finito: il time-slot.

Esistono esempi di tecniche TDM in cui nel canale finale sono inviati campioni analogici, ossia l'informazione viene trasferita su impulsi di opportuna durata in cui viene cambiato uno dei parametri caratteristici: è il caso delle modulazioni impulsive (vedere il capitolo 10). Le modulazioni impulsive sono però comunque soggette agli stessi effetti indesiderati che nascono con la modulazione dei segnali sinusoidali. Sebbene la TDM analogica sia teoricamente possibile e sia stata utilizzata anche in ambito telefonico (esistono esempi anche in Italia) praticamente ora è *passata in secondo piano per l'adozione delle tecniche digitali*. Quando al giorno d'oggi si parla di TDM ci si riferisce al campionamento e alla successiva conversione in forma binaria dell'informazione contenuta nel segnale tributario (ovvero la FDM è nor-

L'associazione  
alla codifica  
digitale

TDM

malmente abbinata alla PCM: vedere seguito). Occorre però tenere ben presente che il campionamento è una condizione necessaria per poter operare con la TDM, mentre la conversione digitale dell'informazione non è strettamente richiesta per tale tecnica. Per ottenere il trasferimento dell'informazione originaria si può utilizzare una qualunque delle modulazioni impulsive. Nel presente paragrafo si porrà l'accento sulla TDM e sulla successiva codifica binaria dell'informazione mentre si rimanda a testi specialistici per le altre forme analogiche di TDM.

### PCM e FDM

#### Modulazione PCM

La conversione A/D può essere considerata una forma di modulazione generalizzata perché è in grado di trasferire l'informazione contenuta in forma analogica nel segnale digitale su un codice numerico binario. Per tale ragione *nel caso di TDM digitale si parla di modulazione PCM (Pulse Code Modulation: modulazione impulsiva di codici; è già stata studiata nel capitolo 1, paragrafo 3) perché l'informazione viene trasferita sul codice binario presentato non in modo continuo ma in corrispondenza ai singoli impulsi ottenuti dal campionamento. In pratica si converte il segnale analogico in una successione di campioni digitali che vengono poi inviati nel mezzo trasmissivo. Alla fine si è ottenuta la TDM-PCM ossia una tecnica di moltiplicazione nel tempo con modulazione di tipo digitale realizzata con la conversione A/D. L'informazione digitale è meno sensibile agli effetti indesiderati introdotti dal canale telefonico e quindi con la PCM si ottiene una qualità più elevata del segnale ricevuto. La tecnica TDM è ormai indissolubilmente legata alla PCM e a esse si pensa quando si parla di telefonia digitale (TD).*

### La TDM in telefonia

#### Lo standard del CCITT

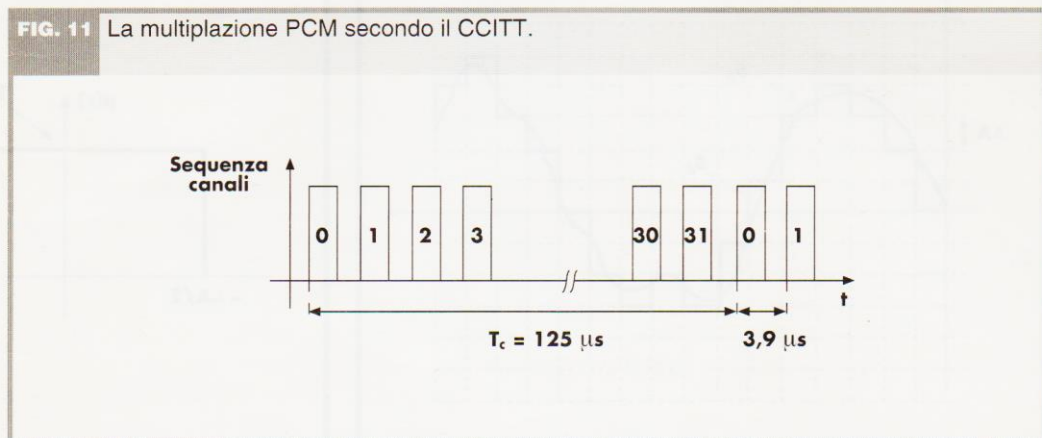
Il CEPT (*Conférence Européenne des Postes e Télécommunication*) ha stabilito in ambito europeo lo standard, poi normalizzato dal CCITT, da utilizzare nel caso della TDM nella telefonia: nel periodo di campionamento di 125  $\mu$ s sono inviati 32 campioni successivi con **time-slot** (tempo di canale) di:

$$T.S = \frac{T_C}{N_C} = \frac{125}{32} = 3,9 \mu s$$

2

Di questi 32 campioni 30 sono utilizzati per la trasmissione di altrettanti canali telefonici mentre 2 sono utilizzati per la sincronizzazione e la segnalazione. La moltiplicazione PCM deve quindi avvenire secondo quanto indicato in figura 11.

FIG. 11 La moltiplicazione PCM secondo il CCITT.



L'insieme dei 32 campioni PCM trasmessi viene detto **trama** del multiplo primario (europeo). Nello standard americano e giapponese la trama è costituita da 26 campioni di cui 24 relativi ai canali telefonici e 2 sono utilizzati per la sincronizzazione e la segnalazione.

## ■ ■ ■ Il rumore di quantizzazione

Per la costruzione di un segnale TDM-PCM è necessario stabilire il numero delle cifre binarie che sono utilizzate dal convertitore A/D necessario alla modulazione PCM. *Nello standard europeo, diramato dal CCITT per la telefonia, si è stabilito di utilizzare complessivamente 8 bit.* Visto che il segnale telefonico analogico può essere sia positivo sia negativo, uno dei bit, il più significativo, viene utilizzato per l'individuazione del segno (i numeri negativi sono individuati dal bit più significativo pari a 1). *La conversione A/D comporta inevitabilmente la quantizzazione del segnale analogico* perché con la scelta del numero massimo di cifre digitali è possibile introdurre solo un numero discreto di valori associabili al segnale da convertire. Se le cifre binarie sono 8, sono possibili  $2^8 = 256$  combinazioni binarie e quindi non è possibile rappresentare in modo rigoroso il segnale analogico.

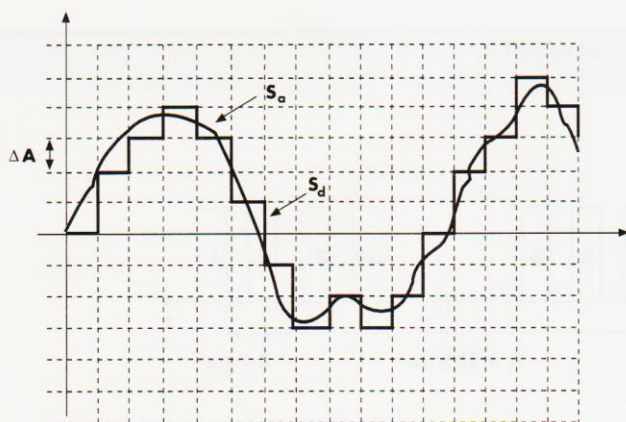
AmMESSO allora che il segnale telefonico vari, come massimo consentito, tra  $-A_M$  e  $+A_M$  e identificata, per semplicità, la corrispondente variazione picco-picco  $2A_M$  con la tensione di fondo scala  $V_{FS}$  del convertitore A/D, non può essere discriminato un cambiamento di segnale inferiore a:

$$\Delta A = Q = \frac{V_{FS}}{2^n} \approx \frac{2A_M}{2^n} = \frac{A_M}{128} \quad \mathbf{3}$$

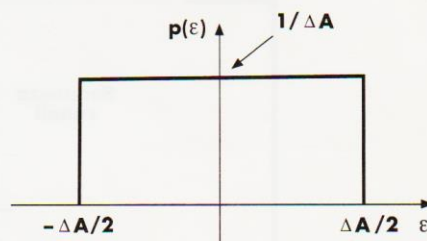
La **3** esprime l'intervallo di quantizzazione (o più semplicemente il quanto) del convertitore A/D.

In effetti con un bit utilizzato esclusivamente per individuare il segno del segnale analogico con 8 cifre binarie sono possibili 127 livelli positivi e 128 livelli negativi. Il convertitore A/D effettua allora la quantizzazione con un certo errore tra il valore effettivo del segnale analogico e il valore individuato dal processo di conversione. Tutto avviene come se il segnale analogico fosse disposto su un piano cartesiano rigato in cui ogni riga è individuata dal numero binario. Vi saranno allora 127 righe positive e 128 righe negative e il segnale analogico viene quantizzato imponendogli l'appartenenza a tali livelli. Quindi, se si considerano per chiarezza solo  $\pm 6$  livelli, si ha la situazione di figura 12.

**FIG. 12** La quantizzazione del segnale analogico nel processo di conversione A/D:  $S_a$  = segnale analogico;  $S_d$  = segnale digitale.



**FIG. 13** La distribuzione di probabilità per l'errore di quantizzazione è uniforme.



Per effetto del campionamento e della quantizzazione gli insiemi del tempo e delle ampiezze risultano discreti e il segnale analogico viene "ingabbiato" in un reticolo

## Errore di quantizzazione

piano. All'interno di ogni fascia di livello, in ogni istante di campionamento, viene effettuata una **approssimazione** nella conversione che comporta un **errore** detto **di quantizzazione** a cui sarà legato un disturbo detto **rumore di quantizzazione**. Se l'intervallo tra una fascia e la successiva è costante, ossia se  $\Delta A$  della **3** è una costante, la quantizzazione è detta lineare, non lineare in caso opposto. L'errore di quantizzazione lineare sarà dovuto alla differenza tra l'effettivo valore del segnale analogico e il valore assunto per il dato digitale:

$$\varepsilon(t) = S_a(t) - S_d(t) \quad \mathbf{4}$$

Il valore dell'errore fluttua in modo statistico tra  $\pm \Delta A/2$  ossia è *pari alla metà dell'intervallo di quantizzazione*. Si può pensare che l'errore di quantizzazione sia un segnale indesiderato che si sovrappone al segnale analogico e lo disturba: è un rumore introdotto dalla quantizzazione.

Per il calcolo del suo valore efficace si osservi innanzitutto che la distribuzione di probabilità  $p(\varepsilon)$  di questo errore nell'intervallo  $[-\Delta A/2, +\Delta A/2]$  è sicuramente omogenea perché non esiste alcun motivo perché uno specifico valore dell'errore abbia più probabilità degli altri. Visto che l'area sottesa da  $p(\varepsilon)$  deve essere unitaria, il suo valore costante è pari a  $1/\Delta A = 1/Q$  (figura 13). Ricordando poi che *il valore efficace di un segnale è pari alla radice quadrata della media dei suoi quadrati*, il quadrato della tensione di rumore di quantizzazione risulta:

$$V_{q\text{eff}}^2 = \frac{1}{Q} \int_{-\frac{Q}{2}}^{+\frac{Q}{2}} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{1}{Q} \left[ \frac{\varepsilon^3}{3} \right]_{-\frac{Q}{2}}^{+\frac{Q}{2}} = \frac{Q^2}{12} \quad \mathbf{5}$$

Supposto che anche il segnale come il rumore possa assumere tutti i valori compresi tra il massimo e il minimo previsti con pari probabilità, ovvero presenti una distribuzione omogenea nell'intervallo  $[-2A_p/2, +2A_p/2]$  il quadrato del suo valore efficace può essere ancora calcolato con la **5** sostituendo il quanto con il valore piccolo  $2A_p$  massimo previsto, inferiore (in generale) al massimo consentito  $2A_M$ :

$$A_{\text{eff}}^2 = \frac{(2A_p)^2}{12} \quad \mathbf{6}$$

## Rapporto segnale/rumore

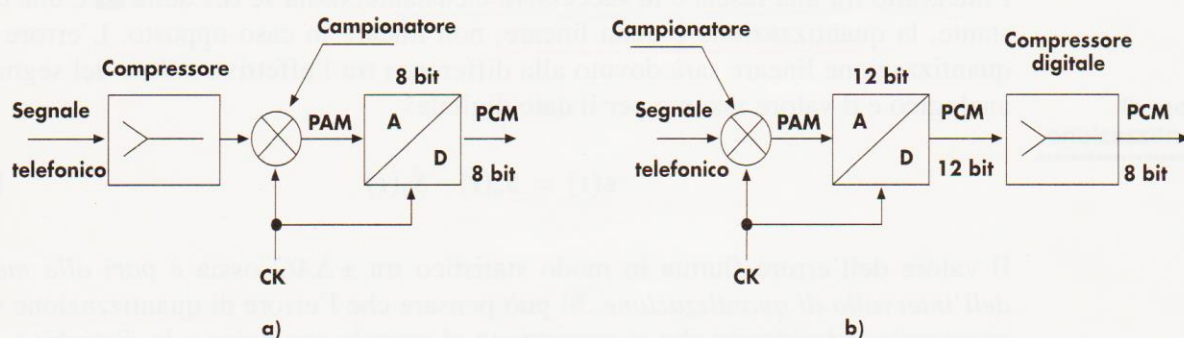
Il rapporto segnale/disturbo risulta quindi:

$$\left( \frac{S}{N} \right)_q = \frac{A_{\text{eff}}^2}{V_{q\text{eff}}^2} = \frac{(2A_p)^2}{12} \cdot \frac{12}{Q^2} = \frac{(2A_p)^2}{\left( \frac{2A_M}{2^n} \right)^2} = 2^{2n} \left( \frac{A_p}{A_M} \right)^2 = 2^{2n+2} \left( \frac{A_p}{V_{FS}} \right)^2 \quad \mathbf{7}$$

## La quantizzazione non lineare

Nel ricavare la **7** si è supposto di suddividere linearmente la quantizzazione sulla massima ampiezza possibile del segnale telefonico. *Definito il numero delle cifre binarie  $n$ , il rapporto segnale/rumore diminuisce con segnali di piccola ampiezza e questo porta a una degradazione del segnale*. Poiché non è possibile agire sul numero delle cifre binarie (per ragioni di standard definito in base alla velocità di trasmissione), *per risolvere il problema si adotta la **quantizzazione non lineare***. Si tratta di aumentare i livelli di quantizzazione nella zona delle ampiezze basse e di rarefarli per le ampiezze elevate in modo che il rapporto segnale/rumore rimanga approssimativamente costante per tutta la gamma dinamica del segnale. Esistono due modi diversi di ottenere il risultato: la **compressione analogica** (fig. 14a) e la **compressione digitale** (fig. 14b).

FIG. 14 La compressione analogica (a) e quella digitale (b).

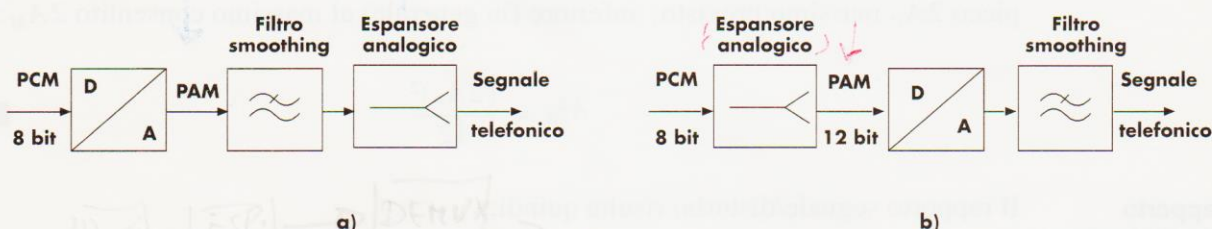


Con la compressione analogica si agisce sull'ampiezza del segnale mediante amplificatori con funzione di trasferimento non lineare (amplificatori logaritmici o semi-logaritmici) e successivamente si opera la conversione A/D. La compressione digitale viene ottenuta a livello software, convertendo dapprima il segnale analogico in campioni codificati mediante 12 cifre binarie ed eseguendo poi la compressione a 8 bit sui dati ottenuti.

#### L'espansione

Nel ricevitore deve poi essere effettuata l'operazione inversa di **espansione del segnale** PCM inviato nel canale TDM tramite espansione analogica (fig. 15a) o espansione digitale (fig. 15b).

FIG. 15 L'espansione analogica (a) e quella digitale (b).



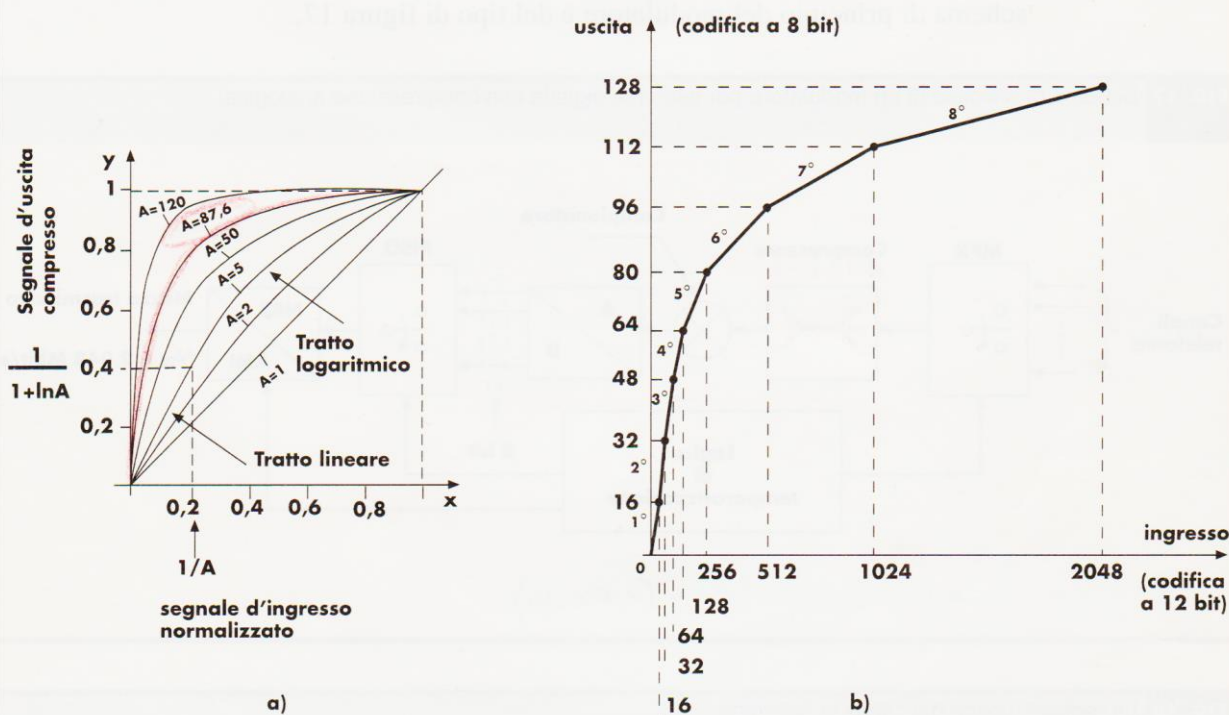
Attualmente la compressione-espansione analogica è stata abbandonata a causa della non perfetta complementarità dei due dispositivi analogici. Con l'incremento della prestazione dei sistemi digitali si è passati a una elaborazione del segnale tramite software oppure mediante filtri digitali appositamente realizzati.

La legge di compressione del segnale è stata standardizzata per l'Europa dal CEPT ed è stata poi recepita dal CCITT. Tale legge di compressione è detta di tipo A ed è stata scelta tra una famiglia di curve di compressione che sono individuate dalla funzione:

$$\begin{cases} y = \operatorname{sgn} x \frac{A \cdot |x|}{1 + \ln A} & \text{se } 0 \leq |x| \leq 1/A \\ y = \operatorname{sgn} x \frac{1 + \ln(A \cdot |x|)}{1 + \ln A} & \text{se } 1/A < |x| \leq 1 \end{cases}$$

dove  $A$  è un parametro adimensionale che *caratterizza il grado di compressione attuato*, mentre  $x$  e  $y$  sono normalizzati, rispettivamente, sul valore massimo dell'entrata e dell'uscita del compressore. In pratica *la prima funzione è tipicamente lineare* e vale per la parte iniziale della curva di compressione; *la seconda funzione è logaritmica* e quindi introduce la compressione desiderata. Al variare del parametro  $A$  si varia il punto d'attacco della compressione e quindi l'intensità della compressione. Lo studio della funzione **8** è un utile esercizio di matematica ed è lasciato al lettore. In figura 16a sono visualizzati gli andamenti per alcuni valori significativi della compressione e valori di  $x$  positivi (per valori di  $x$  negativi l'andamento è simmetrico).

**FIG. 16** Possibili curve di compressione secondo la **8** in funzione di  $A$  (a) e curva scelta dal CEPT (b).



Il CEPT raccomanda l'uso della curva con  $A = 87,6$  perché si può approssimare mediante 8 segmenti di retta facili da implementare col software nel caso di compressori digitali (fig. 16b).

Si noti in particolare come l'ingresso sia a 12 bit (valore massimo 2048, infatti tolto il bit di segno risulta  $2^{11} = 2048$ ) mentre l'uscita è a 8 bit (valore massimo  $2^7 = 128$ ). I primi due segmenti seguono una legge lineare, successivamente inizia la compressione.

La legge di compressione di tipo  $A$  viene attualmente *utilizzata in Italia dalla Telettra e dalla Italtel* per la telefonia digitale. Negli Stati Uniti, nel Canada e nel Giappone si utilizzano altre curve di compressione.

### ■ ■ Velocità di trasmissione, codifica e multiplexing

All'uscita del sistema di compressione e di conversione si ottiene una informazione digitale di tipo parallelo a 8 bit. Per l'invio nel canale in TDM sarà necessario passare dalla forma parallela alla forma seriale mediante un registro PISO (vedere il volume di terza) in modo che le  $n = 8$  cifre binarie vengano inviate in sequenza nel canale. Dopo tale operazione nel canale si susseguiranno cifre binarie con una velocità di trasmissione che sarà legata alla frequenza di campionamento. Dall'analisi

della figura 11 si ricava la velocità di trasmissione:

$$v_{TR} = n \cdot \frac{1}{T \cdot S} = n \cdot \frac{32}{T_c} = n \cdot 32 \cdot f_c = 8 \cdot 32 \cdot 8 \cdot 10^3 = 2,048 \text{ Mbit/s} \quad 9$$

Pertanto il multiplo primario TDM-PCM opera a una velocità di trasmissione di 2,048 Mbit/s. Nello standard americano la velocità di trasmissione è pari a 1,536 Mbit/s.

Se l'informazione sotto forma seriale non subisse altre trasformazioni si invierebbe nel canale un codice NRZ con tutte le problematiche a esso connesse (vedere il capitolo 8). In effetti in cascata alla conversione A/D si effettua una codifica AMI 50% che, con la sua distribuzione spettrale delle armoniche, garantisce l'estrazione della frequenza di clock dall'informazione seriale ricevuta. Per completare le operazioni necessarie alla costruzione del multiplo primario TDM-PCM occorre operare il multiplexing dei canali in entrata e quindi, nell'ipotesi di compressione analogica, lo schema di principio del modulatore è del tipo di figura 17.

FIG. 17 Schema di principio di un modulatore per telefonia digitale con compressione analogica.

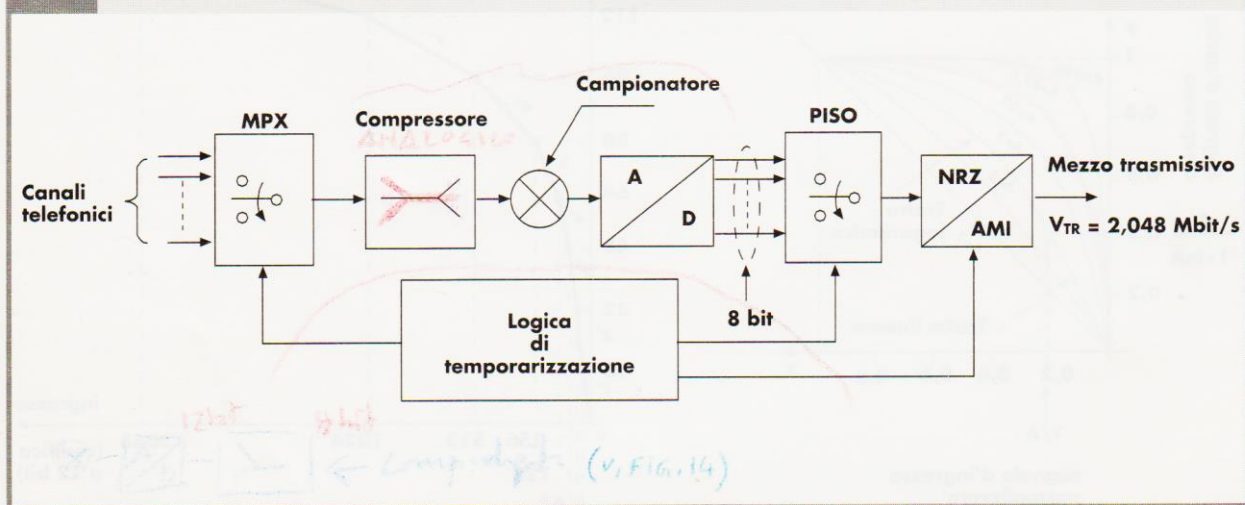
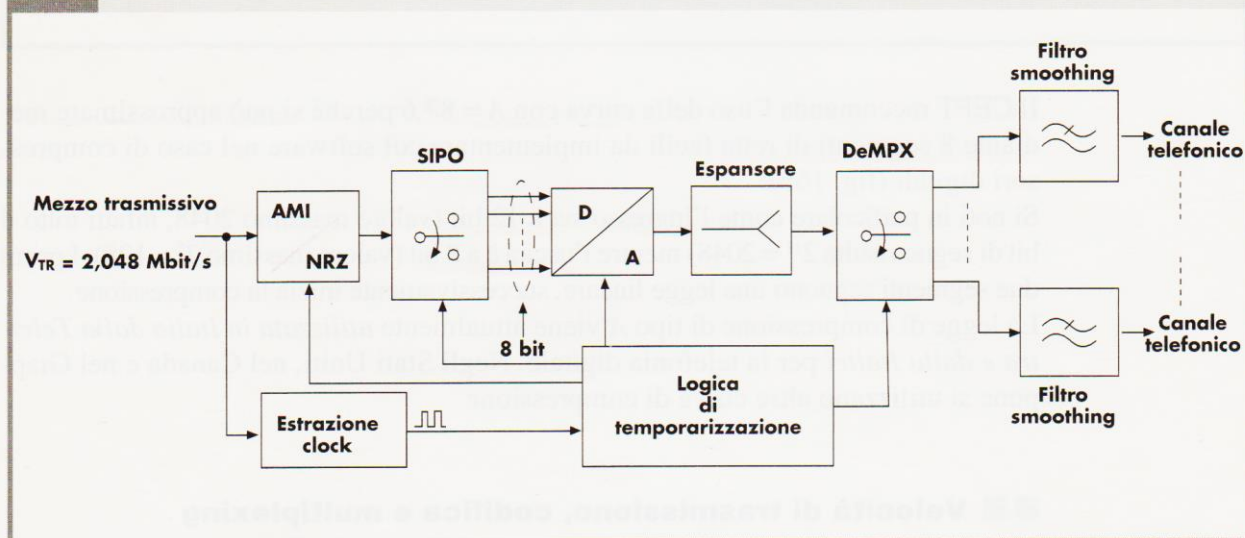


FIG. 18 La redistribuzione dei canali in ricezione.



Il multiplexer può essere assimilato a un commutatore che, in sincronismo con il campionario, il convertitore A/D, il registro PISO e il codificatore AMI, seleziona in successione tutti i canali telefonici che devono essere immessi nel trasmettitore. Nel ricevitore dovrà essere effettuata l'operazione inversa di redistribuzione, secondo la corretta sequenza, dei segnali tributari (fig. 18).