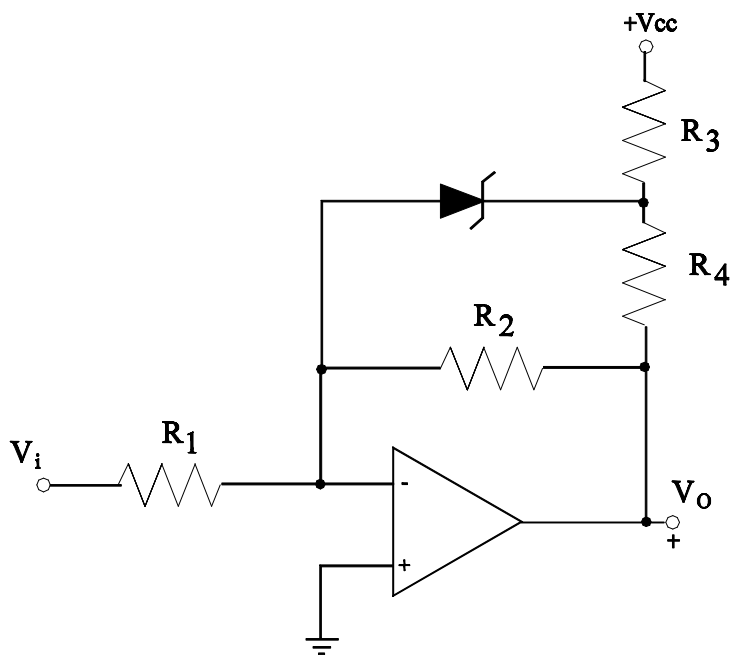


ESERCIZIO - Transcaratteristica di circuito con Operazionale e Zener

Dato il circuito di figura da un amplificatore operazionale ed un diodo ideali:

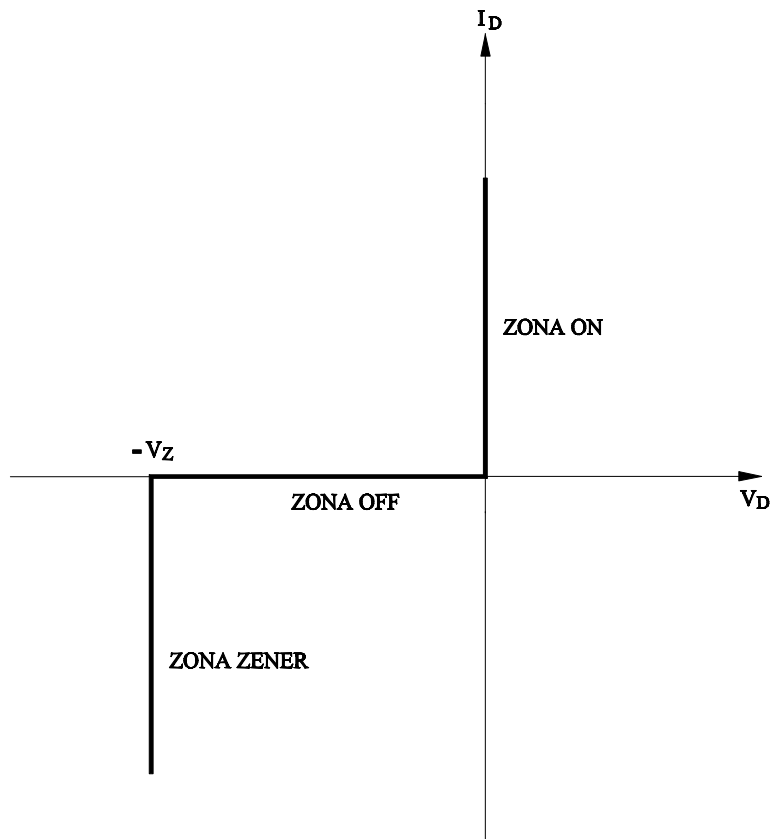
1. Determinare e tracciare le transcaratteristiche $V_o=f(V_i)$ per una tensione di ingresso variabile nell'intervallo $\pm 20V$ determinando le coordinate dei punti di spezzamento e le pendenze dei vari tratti.
2. Calcolare il valore di V_i per cui $V_o=8V$ e verificare il risultato sul grafico.

Dati: $R_1=125k\Omega$ $R_2=100k\Omega$ $R_3=200k\Omega$ $R_4=100k\Omega$ $V_{cc}=15V$, $V_z=8V$



Soluzione

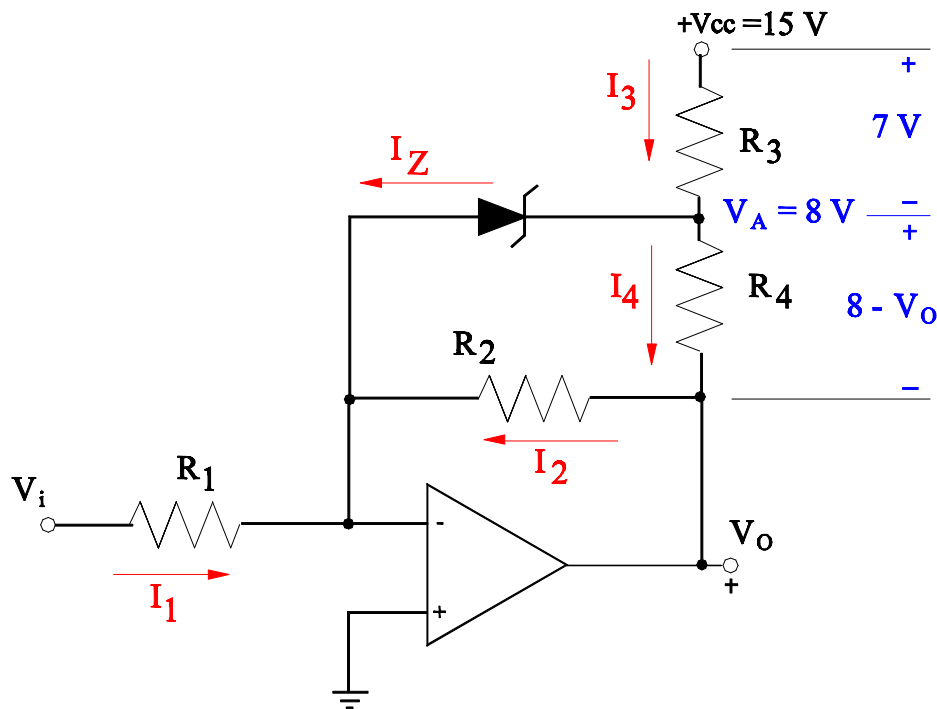
La caratteristica (idealizzata) del diodo zener è:



La transcaratteristica $V_o=f(V_i)$ si compone di tre tratti distinti per ognuno dei quali cambia il modo di funzionare dello zener. In particolare:

Zona zener: $I_Z=-I_D>0$ $V_Z=8V$

Le correnti sulle quattro resistenze e sul diodo zener dipendono dalle tensioni di ingresso e di uscita, V_i e V_o , come mostrano le seguenti relazioni riferite alle grandezze elettriche evidenziate nello schema



$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{V_i}{R_1} = \frac{V_i}{125k\Omega} = 8 \cdot V_i \text{ } \mu A \\ I_2 = \frac{V_o}{R_2} = \frac{V_o}{100k\Omega} = 10 \cdot V_o \text{ } \mu A \\ I_3 = \frac{V_{CC} - V_A}{R_3} = \frac{7V}{200k\Omega} = 35 \text{ } \mu A \\ I_4 = \frac{V_A - V_o}{R_4} = \frac{8 - V_o}{100k\Omega} = 80 - 10 \cdot V_o \text{ } \mu A \end{array} \right.$$

Le relazioni scritte tengono conto del fatto che la tensione di ingresso dell'operazionale ideale, funzionante in zona lineare, è nulla (massa virtuale); ne segue che il potenziale V_A coincide con la V_Z indipendentemente dai valori delle correnti afferenti a questo nodo.

Peraltro, le correnti sono vincolate tra loro dai seguenti legami

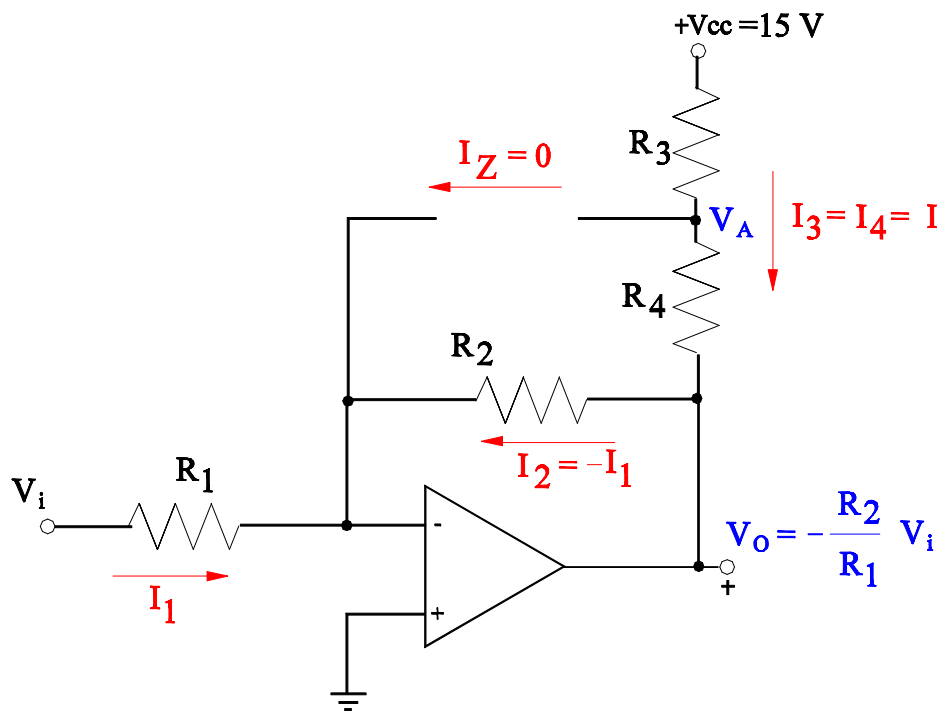
$$\left\{ \begin{array}{l} I_Z = I_3 - I_4 > 0 \quad \text{condizione imposta dalla zona zener} \\ I_1 + I_Z + I_2 = 0 \quad \text{primo di Kirchhoff} \end{array} \right.$$

Sostituendo in queste ultime relazioni i precedenti legami di ogni corrente con le tensioni di ingresso e di uscita si ottiene:

$$\begin{cases} 35 - 80 + 10 \cdot V_o > 0 \\ I_1 + (I_3 - I_4) + I_2 = 8 \cdot V_i + (-45 + 10 \cdot V_o) + 10 \cdot V_o = 0 \\ \begin{cases} V_o > 4,5 \\ V_o = -0,4 \cdot V_i + 2,25 \end{cases} \quad \begin{cases} V_i < -5,625 \\ V_o = -0,4 \cdot V_i + 2,25 \end{cases} \quad \text{in zona zener} \end{cases}$$

Zona off: $I_Z=0$ $0 < V_Z < 8V$

In questo tratto di caratteristica dello zener la corrente I_Z è nulla per cui le due resistenze R_3 ed R_4 sono in serie. Il legame ingresso-uscita, tra V_i e V_o , è tipicamente quello dell'amplificatore invertente, come mostra il seguente schema



Valgono quindi le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} 0 < V_A < 8V & \text{condizione imposta dalla zona off dello zener} \\ V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_i & \text{amplificatore invertente} \end{cases}$$

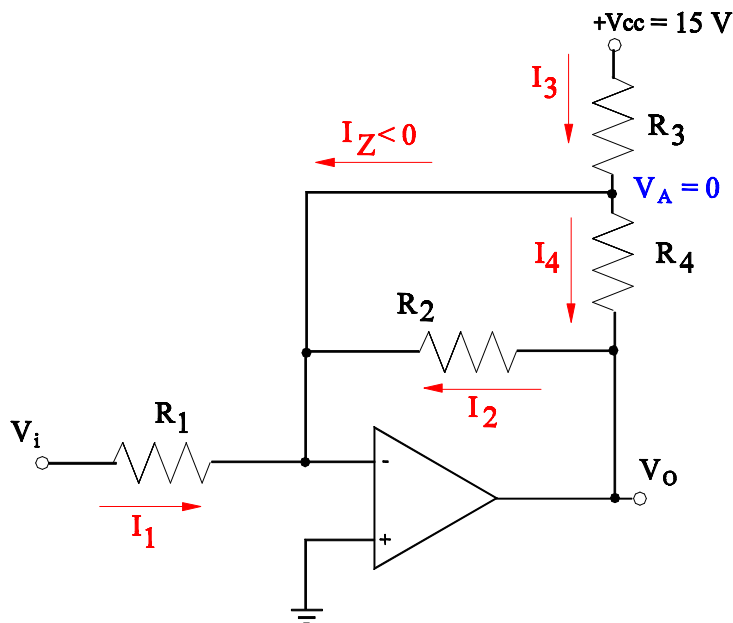
$$\begin{cases} 0 < \frac{V_{cc} - V_o}{R_3 + R_4} R_4 + V_o < 8V \\ V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_i \end{cases} \quad \begin{cases} 0 < \frac{15 - V_o}{200k\Omega + 100k\Omega} 100k\Omega + V_o < 8V \\ V_o = -\frac{100k\Omega}{125k\Omega} V_i \end{cases}$$

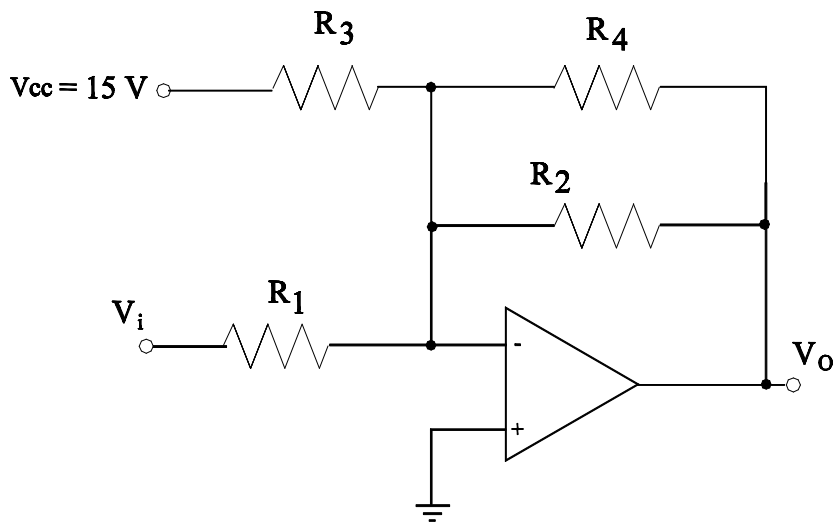
$$\begin{cases} 0 < 5 - \frac{2}{3} V_o < 8V \\ V_o = -0,8 \cdot V_i \end{cases} \quad \begin{cases} 0 < 5 - \frac{8}{15} V_i < 8V \\ V_o = -0,8 \cdot V_i \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{45}{8} < V_i < \frac{75}{8} \\ V_o = -0,8 \cdot V_i \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5,625 < V_i < 9,375 \\ V_o = -0,8 \cdot V_i \end{cases}$$

Zona on: $I_Z < 0$ $V_Z = 0$

In questo tratto di caratteristica dello zener la corrente I_Z è negativa e la tensione V_D è nulla. Il legame ingresso-uscita, tra V_i e V_o , è quello del sommatore invertente, come illustrano le seguenti figure





Valgono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases}
 I_z = I_3 - I_4 < 0 & \text{condizione imposta dalla zona on dello zener} \\
 R'_2 = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{100k\Omega \cdot 100k\Omega}{100k\Omega + 100k\Omega} = 50k\Omega & \text{resistenza retroazione} \\
 V_o = -\frac{R'_2}{R_1} V_i - \frac{R'_2}{R_3} V_{cc} & \text{amplificatore sommatore invertente}
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 I_z = \frac{V_{cc}}{R_3} - \frac{-V_o}{R_4} < 0 \\
 V_o = -\frac{50k\Omega}{125k\Omega} V_i - \frac{50k\Omega}{200k\Omega} 15V
 \end{cases}
 \quad
 \begin{cases}
 I_z = \frac{15}{200k\Omega} - \frac{-V_o}{100k\Omega} < 0 \\
 V_o = -0,4 \cdot V_i - 3,75
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 75 + 10 \cdot V_o < 0 \\
 V_o = -0,4 \cdot V_i - 3,75
 \end{cases}
 \quad
 \begin{cases}
 V_o < -7,5V \\
 V_o = -0,4 \cdot V_i - 3,75
 \end{cases}
 \quad
 \begin{cases}
 V_i > 9,375V \\
 V_o = -0,4 \cdot V_i - 3,75
 \end{cases}$$

I risultati ottenuti portano alla seguente transcaratteristica

