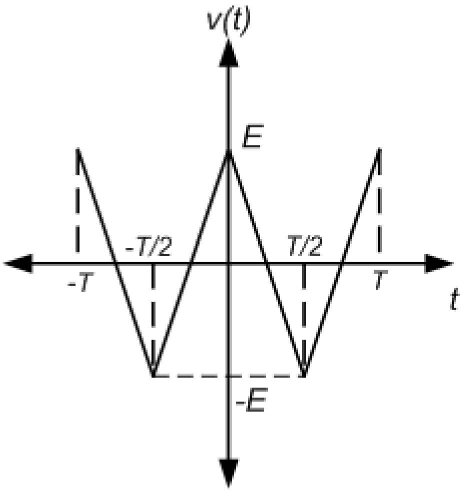
SERIE DI FOURIER

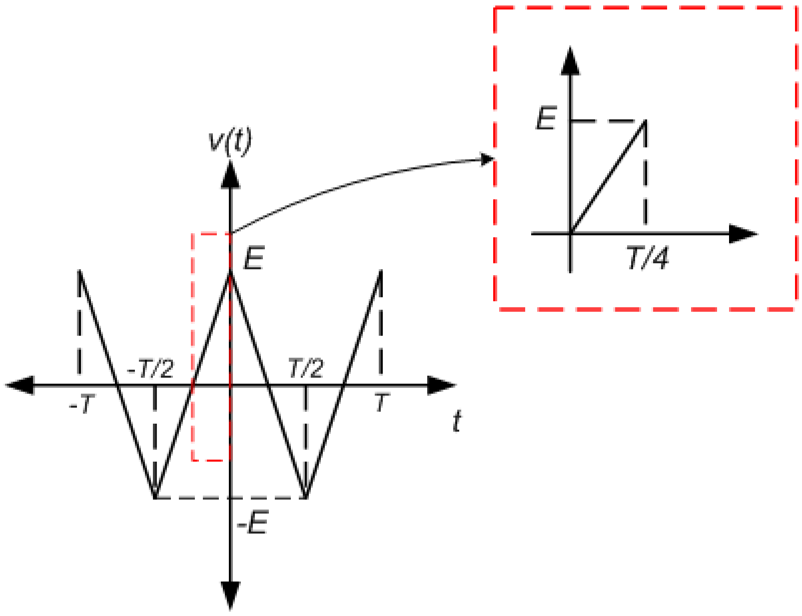
Calcolo di valori efficaci

Onda triangolare simmetrica

Si consideri l'onda triangolare in figura:



Per calcolarne il valore efficace è conveniente evidenziarne un settore:



Il settore evidenziato può essere interpretato come una retta $r(t)$ passante per l'origine che al tempo $\frac{T}{4}$ vale E e che, di conseguenza, è descritta dalla seguente espressione:

$$r(t) = \left(\frac{4}{T} * E\right) * t$$

Dal momento che il calcolo del valore efficace V richiede la valutazione del seguente integrale:

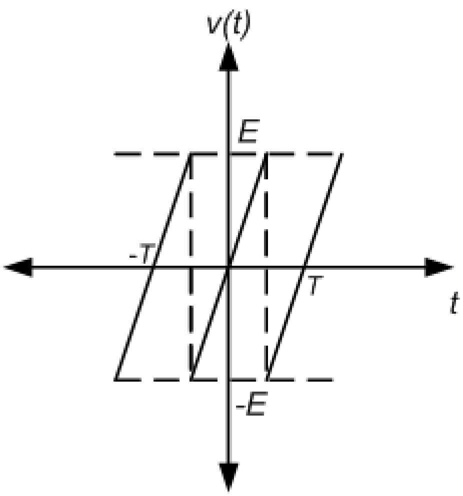
$$V = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt}$$

è chiaro che sarà sufficiente integrare la retta $\left(r(t)\right)^2$ fra l'istante $t = 0$ e l'istante $t = \frac{T}{4}$ moltiplicando poi il risultato per quattro, dal momento che un periodo di $v(t)$ è composto da quattro rette $r(t)$:

$$V^2 = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{4}} \left(\frac{4}{T}Et\right)^2 dt = \frac{4}{T}\frac{16}{T^2}E^2\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{\frac{T}{4}} = \frac{E^2}{3} \rightarrow V = \frac{E}{\sqrt{3}}$$

<u>Onda a dente di sega</u>

Si consideri l'onda a dente di sega in figura:



Utilizzando il ragionamento già applicato nell'esercizio precedente, si può vedere un singolo periodo della $v(t)$ come l'unione di due rette $r(t)$ di equazione:

$$r(t) = \left(\frac{2}{T}E\right) * t$$

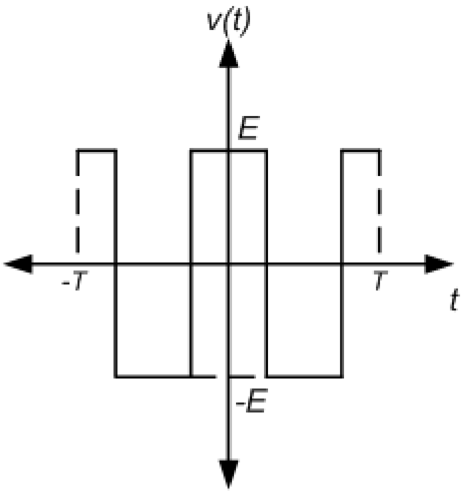
da cui:

$$V^2 = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{2}{T}Et\right)^2 dt = \frac{2}{T}\frac{4}{T^2}E^2\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{E^2}{3} \rightarrow V = \frac{E}{\sqrt{3}}$$

Si noti che il risultato è uguale a quello ottenuto nel caso dell'onda triangolare.

Onda quadra

Si consideri l'onda quadra in figura:

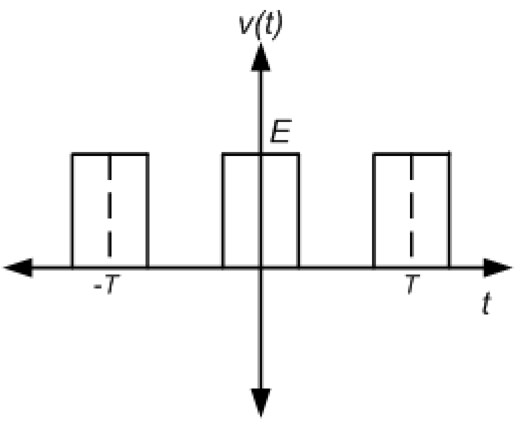


Applicando un ragionamento analogo a quello utilizzato nei casi precedenti, ma osservando nel contempo che un singolo periodo dell'onda assegnata può essere visto come composto da due rette costanti, si ottiene quanto segue:

$$V^2 = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} E^2 dt = \frac{2}{T} E^2 [t]_0^{\frac{T}{2}} = E^2 \rightarrow V = E$$

Onda quadra traslata

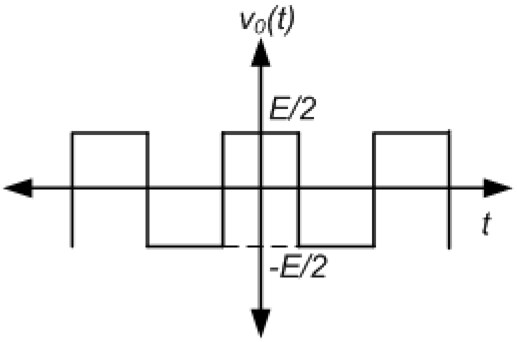
Si consideri l'onda quadra con valore medio non nullo in figura:



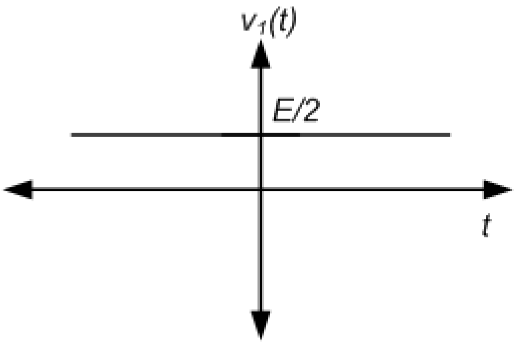
In questo caso l'onda assegnata è diversa da zero solo per metà periodo, quindi il calcolo del valore efficace fornisce il seguente risultato:

$$V^2 = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} E^2 dt = \frac{1}{T}E^2[t]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{E^2}{2} \to V = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

Il medesimo risultato può essere ottenuto osservando che l'onda quadra con valore medio non nullo può essere pensata come la somma di un'onda quadra a valore medio nullo $v_0(t)$ e di una costante $v_1(t)$: entrambe contribuiscono col proprio valore efficace al valore efficace complessivo.



$$V_0 = \frac{E}{2}$$



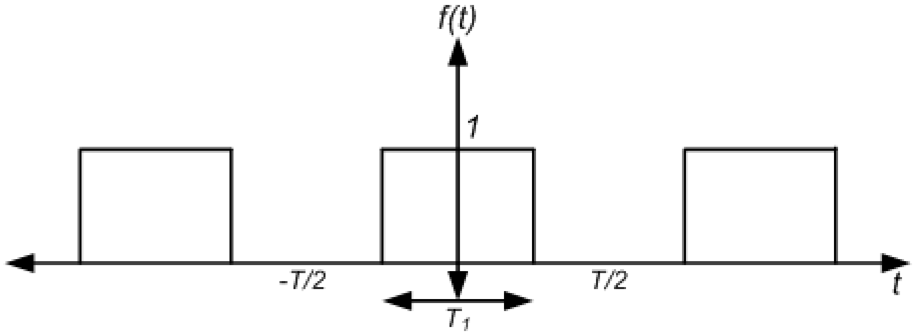
$$V_1 = \frac{E}{2}$$

Ricordando che i valori efficaci si compongono con il loro quadrato, il valore efficace complessivo risulta:

$$V = \sqrt{{V_0}^2 + {V_1}^2} = \sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 + \left(\frac{E}{2}\right)^2} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

Esempio di calcolo della serie di Fourier

Si consideri la seguente forma d'onda:



La forma trigonometrica classica della serie di Fourier è la seguente:

$$f(t) = A_0 + \sum_{h=1}^{\infty} [a_h cos(h\omega t) + b_h sen(h\omega t)]$$

Osservando l'onda assegnata, si può notare che essa presenta una simmetria pari. Vale infatti la seguente relazione:

$$f(t) = f(-t)$$

Questo tipo di simmetria consente di determinare la serie di Fourier calcolando solo il valore medio A_0 ed i coefficienti a_h dei termini in coseno, essendo i termini in seno nulli. Per facilitare il calcolo, si definiscano le seguenti quantità:

$$\frac{T_1}{T} \triangleq \delta$$

$$\pi\delta \triangleq \alpha$$

Si noti che per $\alpha = \frac{\pi}{2}$ la forma d'onda assegnata coincide con l'onda quadra con valore medio non nullo già vista precedentemente, mentre per $\alpha = \pi$ si cade nel caso della forma d'onda costante di valore unitario.

In accordo con la definizione generale, il generico coefficiente a_h è dato dalla seguente espressione:

$$a_h = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(h\omega t)\, dt$$

Tenendo conto della forma d'onda assegnata, tale espressione diventa:

$$a_h = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} \cos(h\omega t)\, dt$$

Risolvendo l'integrale si ottiene:

$$a_h = \frac{2}{T*(h\omega)}\left[\sin(h\omega t)\right]_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} = \frac{1}{\pi h}\left(\sin\left(h\omega\frac{T_1}{2}\right) - \sin\left(-h\omega\frac{T_1}{2}\right)\right)$$
$$= \frac{2}{\pi h}\sin\left(h\pi\frac{T_1}{T}\right) = \frac{2}{\pi h}\sin(h\alpha)$$

Il valore medio risulta invece dato dalla seguente espressione:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} 1 * dt = \frac{T_1}{T}$$

Per completezza si riporta qui anche il calcolo del valore efficace *F* della funzione assegnata *f(t)*:

$$F = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(f(t)\right)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} (1)^2\, dt} = \sqrt{\frac{T_1}{T}}$$

Si noti che se $\frac{T_1}{T} = \frac{1}{2}$, ovvero se $\alpha = \frac{\pi}{2}$, il valore efficace coincide col valore già calcolato nel caso dell'onda quadra con valore medio non nullo (tenendo presente che, a differenza del caso già calcolato, qui l'ampiezza dell'onda quadra è unitaria).

Tema d'esame del 17/11/03

$$e(t) = E\,\frac{8}{\pi^2}\sum_{k=1,3,5\ldots}\frac{cos(k\omega t)}{k^2}$$

$E = 50V$

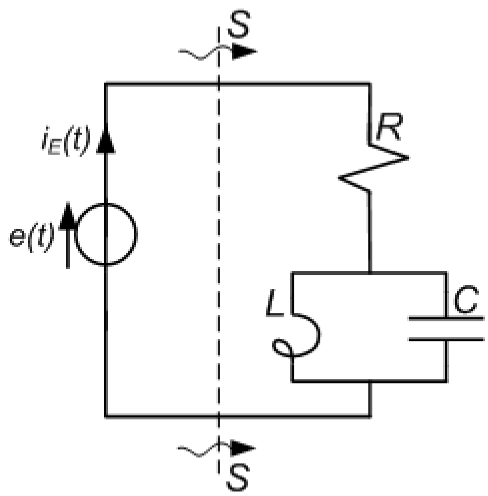
$T = 0{,}02s$

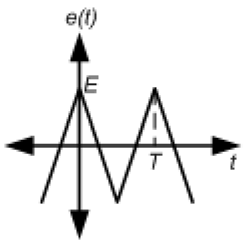
$L = 5mH$

$C = 2mF$

$R = 5\Omega$

$f = 50Hz$





Determinare, stabilendo quante armoniche considerare nello sviluppo in serie dell'ingresso dato, il valore efficace I_{Eeff} della corrente $i_E(t)$ nel generatore di tensione $e(t)$ in modo che l'errore commesso $\varepsilon_{\%} = \frac{(I_{Eeff}^{i} - I_{Eeff}^{i-1})}{I_{Eeff}^{i}} * 100$ sia inferiore a $0{,}5\%$.

<u>*Soluzione*</u>

Per risolvere l'esercizio si propone qui uno schema di soluzione basato sulla compilazione della seguente tabella:

k	1	3
$\bar{Z}^k\,[\Omega]$		
$E^k\,[V]$		
$I_E^k\,[A]$		
$I_{Eeff}\,[A]$		
$S[VA]$		
$\varepsilon_{\%}$		

È necessario calcolare le grandezze nella colonna di sinistra per le prime due armoniche presenti nell'ingresso dato, determinando il valore dell'errore percentuale: se esso risulta superiore a $0{,}5\%$, significa che bisogna ripetere il procedimento anche per la terza armonica presente nell'ingresso dato determinando il nuovo errore. Questo processo iterativo prosegue finchè l'errore scende al di sotto della tolleranza assegnata.

<u>*Iterazione 1 (k=1)*</u>

Si calcoli l'impedenza complessiva del circuito:

$$B_C^{k=1} = \omega C = 2 * \pi * 50Hz * 2 * 10^{-3}F = 0{,}6283S$$

$$B_L^{k=1} = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{2 * \pi * 50Hz * 5 * 10^{-3}H} = 0{,}6366S$$

$$\bar{Y}_{LC}^{k=1} = j(B_C - B_L) = j(0{,}6283S - 0{,}6366S) = -j0{,}0083S$$

$$\bar{Z}^{k=1} = R + \frac{1}{\bar{Y}_{LC}^{k=1}} = 5\Omega + \frac{1}{-j0{,}0083S} = (5 + j120{,}4819)\Omega$$

Calcolata l'impedenza del circuito alla prima armonica, si calcola adesso il fasore dell'ingresso $\bar{E}^{k=1}$ alla medesima armonica, in modo tale da poter ricavare la corrente nel generatore mediante la legge di Ohm:

$$\bar{E}^{k=1} = \frac{E}{\sqrt{2}}\frac{8}{\pi^2} = \frac{50V}{\sqrt{2}}\frac{8}{\pi^2} = 28{,}6579V$$

$$\bar{I}_E^{k=1} = \frac{\bar{E}^{k=1}}{\bar{Z}^{k=1}} = \frac{28{,}6579V}{(5+j120{,}4819)\Omega} = (0{,}0098 - j0{,}2374)A$$

Poiché nella tabella è conveniente considerare il modulo di questo fasore, ovvero il valore efficace della corrente nel generatore alla prima armonica, si può immediatamente ricavare quanto segue:

$$I_E^{k=1} = \left|\bar{I}_E^{k=1}\right| = |(0{,}0098 - j0{,}2374)A| = 0{,}2377A$$

Anche se non esplicitamente richiesto dal testo, si calcola a titolo di esempio didattico anche la potenza apparente S. Tale potenza è data dalla seguente espressione:

$$S = E_{eff} I_{Eeff}$$

dove:

E_{eff} ⟶ valore efficace globale della tensione del generatore

I_{Eeff} ⟶ valore efficace globale della corrente nel generatore

Il calcolo della E_{eff} può essere eseguito in modo esatto perché la forma d'onda è ben nota. In particolare, dalla matematica si sa che il valore efficace di un'onda triangolare come quella assegnata è dato dalla seguente espressione:

$$E_{eff} = \frac{E}{\sqrt{3}} = \frac{50V}{\sqrt{3}} = 28{,}8675V$$

Il calcolo di I_{Eeff} deve essere effettuato componendo i valori efficaci della corrente calcolati alle armoniche prese in considerazione, ma poiché il procedimento iterativo è appena cominciato e l'unica armonica calcolata è la prima, I_{Eeff} coincide per il momento con $I_E^{k=1}$. Di conseguenza si ottiene quanto segue:

$$S = E_{eff} I_{Eeff} = 28{,}8675V * 0{,}2377A = 6{,}8618VA$$

La tabella al termine della prima iterazione risulta quindi la seguente:

k	1	3
$\bar{Z}^k[\Omega]$	$5+j120{,}4819$	
$E^k[V]$	28,6579	
$I_E^k[A]$	0,2377	
$I_{Eeff}[A]$	0,2377	
$S[VA]$	6,8618	
$\varepsilon_{\%}$		

<u>Iterazione 2 (k=3)</u>

Si ripetono adesso gli stessi passaggi, considerando però che l'armonica da prendere in considerazione è la seconda presente nell'ingresso: dato l'ingresso assegnato, questo significa assumere il valore di *k* pari a tre.

$$B_C^{k=3} = 3\omega C = 3 * 2 * \pi * 50Hz * 2 * 10^{-3}F = 1{,}8849S$$

$$B_L^{k=3} = \frac{1}{3\omega L} = \frac{1}{3 * 2 * \pi * 50Hz * 5 * 10^{-3}H} = 0{,}2122S$$

$$\bar{Y}_{LC}^{k=3} = j(B_C - B_L) = j(1{,}8849S - 0{,}2122S) = j1{,}6727S$$

$$\bar{Z}^{k=3} = R + \frac{1}{\bar{Y}_{LC}^{k=3}} = 5\Omega + \frac{1}{j1{,}6727S} = (5 - j0{,}5978)\Omega$$

$$\bar{E}^{k=3} = \frac{1}{k^2}\frac{E}{\sqrt{2}}\frac{8}{\pi^2} = \frac{1}{3^2}\frac{50V}{\sqrt{2}}\frac{8}{\pi^2} = 3{,}1842V$$

$$\bar{I}_E^{k=3} = \frac{\bar{E}^{k=3}}{\bar{Z}^{k=3}} = \frac{3{,}1842V}{(5 - j0{,}5978)\Omega} = (0{,}6279 + j0{,}0751)A$$

$$I_E^{k=3} = \left|\bar{I}_E^{k=3}\right| = |(0{,}6279 + j0{,}0751)A| = 0{,}6323A$$

Il calcolo del valore efficace globale della corrente nel generatore richiede di comporre il valore $I_E^{k=3}$ appena calcolato con il valore $I_E^{k=1}$ calcolato all'iterazione precedente. Ricordando che i valori efficaci si compongono mediante il loro quadrato, si ottiene quanto segue:

$$I_{Eeff} = \sqrt{\left(I_E^{k=1}\right)^2 + \left(I_E^{k=3}\right)^2} = \sqrt{(0{,}2377A)^2 + (0{,}6323A)^2} = 0{,}6755A$$

$$S = E_{eff} I_{Eeff} = 28{,}8675V * 0{,}6755A = 19{,}4999VA$$

La tabella al termine della seconda iterazione è la seguente:

k	1	3
$\bar{Z}^k\,[\Omega]$	$5 + j120,4819$	$5 - j0,5978$
$E^k\,[V]$	$28,6579$	$3,1842$
$I_E^k\,[A]$	$0,2377$	$0,6323$
$I_{Eeff}\,[A]$	$0,2377$	$0,6755$
$S[VA]$	$6,8618$	$19,4999$
$\varepsilon_{\%}$		

Si rende necessaria a questo punto la valutazione dell'errore percentuale, ovvero si deve calcolare se passando dalla prima alla seconda iterazione la corrente nel generatore varia di una percentuale minore di $0,5\%$ (tolleranza assegnata): se sì, l'esercizio è risolto e la corrente da considerare è quella calcolata al termine della prima iterazione, altrimenti bisogna andare avanti con una terza iterazione che prenderà in considerazione la terza armonica presente nell'ingresso dato (*k*=*5*). La formula da applicare è la seguente:

$$\varepsilon_{\%} = \frac{(I_{Eeff}^{i} - I_{Eeff}^{i-1})}{I_{Eeff}^{i}} * 100$$

dove:

I_{Eeff}^{i} →valore efficace globale della corrente nel generatore all'iterazione *i*-esima

I_{Eeff}^{i-1} →valore efficace globale della corrente nel generatore all'iterazione *(i-1)*-esima

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\varepsilon_{\%} = \frac{\left(I_{Eeff}^{2} - I_{Eeff}^{1}\right)}{I_{Eeff}^{2}} * 100 = \frac{(0,6755A - 0,2377A)}{0,6755A} * 100 = 64,81$$

Si inserisca adesso il valore appena calcolato in tabella (per chiarezza, il valore è stato cerchiato in rosso):

k	1	3
$\bar{Z}^k\,[\Omega]$	$5 + j120{,}4819$	$5 - j0{,}5978$
$E^k\,[V]$	$28{,}6579$	$3{,}1842$
$I_E^k\,[A]$	$0{,}2377$	$0{,}6323$
$I_{Eeff}\,[A]$	$0{,}2377$	$0{,}6755$
$S[VA]$	$6{,}8618$	$19{,}4999$
$\varepsilon_{\%}$	$64{,}81$	

Come si vede l'errore percentuale è pari a $64{,}81\%$, quindi è nettamente superiore alla tolleranza assegnata: questo è dovuto al fatto che fra la prima armonica dell'ingresso assegnato e la terza armonica cade la frequenza di risonanza del parallelo LC presente nel circuito (tale frequenza di risonanza si aggira intorno ad un *k* pari a 2,25).

È chiaro che bisogna continuare con ulteriori iterazioni, ognuna delle quali seguirà esattamente lo stesso procedimento seguito per le prime due con la sola differenza costituita dal valore assunto da *k*. Proprio perché il procedimento non cambia rispetto a quello appena visto, si riporta qui di seguito la tabella completa con tutti i valori numerici:

k	1	3	5	7	9
$\bar{Z}^k\,[\Omega]$	$5 + j120{,}4819$	$5 - j0{,}5978$	$5 - j0{,}3318$	$5 - j0{,}2322$	$5 - j0{,}1791$
$E^k\,[V]$	$28{,}6579$	$3{,}1842$	$1{,}1463$	$0{,}5848$	$0{,}3538$
$I_E^k\,[A]$	$0{,}2377$	$0{,}6323$	$0{,}2287$	$0{,}1168$	$0{,}0707$
$I_{Eeff}\,[A]$	$0{,}2377$	$0{,}6755$	$0{,}7132$	$0{,}7227$	$0{,}7261$
$S[VA]$	$6{,}8618$	$19{,}4999$	$20{,}5883$	$20{,}8625$	$20{,}9607$
$\varepsilon_{\%}$	$64{,}81$	$5{,}286$	$1{,}3055$	$0{,}4682$	

Dalla tabella si evince che l'ultima armonica presente nell'ingresso dato da prendere in considerazione è quella caratterizzata da $k = 7$, infatti la differenza fra la corrente alla nona armonica e la corrente alla settima armonica genera un errore del $0{,}4682\%$ (cerchiato in rosso in tabella), ovvero un errore inferiore alla tolleranza assegnata. Ne consegue che il valore efficace di corrente richiesto dal testo dell'esercizio è quello cerchiato in verde in tabella:

$$I_{Eeff} = 0{,}7227\,A$$

Tema d'esame del 02/07/07

$$e(t) = E\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1,3,5\ldots}\frac{\sin(k\omega t)}{k}\right]$$

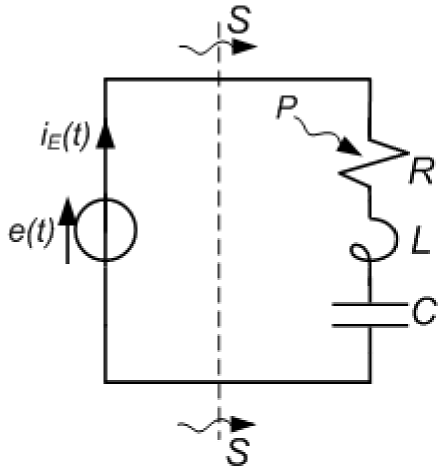
$E = 1000V$

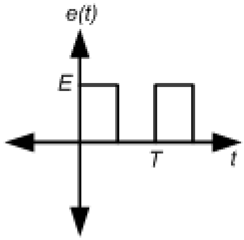
$\omega = 100\pi \frac{rad}{s}$

$L = 5mH$

$C = 0{,}1\ mF$

$R = 0{,}5\Omega$





Determinare, stabilendo quante armoniche considerare nello sviluppo in serie dell'ingresso dato, la potenza media P assorbita dalla resistenza R in modo che l'errore commesso sia inferiore a *0,5%*. In tale condizione determinare la potenza apparente del generatore.

Soluzione

La tabella relativa all'esercizio assegnato è la seguente:

k	1	3
$Z^k\,[\Omega]$		
$E^k\,[V]$		
$I_E^k\,[A]$		
$I_E\,[A]$		
$P[W]$		
$S[VA]$		
$\varepsilon_{\%}$		

Iterazione 1 (k=1)

Si calcola prima di tutto la reattanza induttiva $x_L^{k=1}$ e la reattanza capacitiva $x_C^{k=1}$:

$$x_L^{k=1} = \omega L = 100\pi\frac{rad}{s} * 5 * 10^{-3}\text{H} = 1{,}5708\Omega$$

$$x_C^{k=1} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi\frac{rad}{s} * 0{,}1 * 10^{-3}F} = 31{,}8471\Omega$$

Adesso è semplice calcolare l'impedenza complessiva $\bar{Z}^{k=1}$ vista dal generatore alla prima armonica:

$$\bar{Z}^{k=1} = R + j\left[x_L^{k=1} - x_C^{k=1}\right] = 0{,}5\Omega + j[1{,}5708\Omega - 31{,}8471\Omega] = (0{,}5 - \mathrm{j}30{,}2763)\Omega$$

$$Z^{k=1} = \left|\bar{Z}^{k=1}\right| = 30{,}2804\Omega$$

Il valore efficace della tensione imposta dal generatore alla prima armonica risulta pari a:

$$E^{k=1} = \frac{2}{\sqrt{2}\pi}E = \frac{\sqrt{2}}{\pi}1000V = 450{,}1582V$$

Utilizzando il valore di $Z^{k=1}$ e di $E^{k=1}$ si calcola adesso il valore efficace della corrente nel generatore alla prima armonica $I_E^{k=1}$:

$$I_E^{k=1} = \frac{E^{k=1}}{Z^{k=1}} = \frac{450{,}1582V}{30{,}2804\Omega} = 14{,}8663A$$

Il calcolo del valore efficace globale della corrente I_E nel generatore è inutile durante la prima iterazione perché coincide numericamente con il valore di $I_E^{k=1}$:

$$I_E = 14{,}8663A$$

La potenza media P assorbita dal resistore R è data dalla seguente espressione:

$$P = RI_E{}^2 = 0{,}5\Omega * (14{,}8663A)^2 = 110{,}5034W$$

Per il calcolo della potenza apparente S è necessario il calcolo preventivo del valore efficace globale della tensione imposta dal generatore. Dalla matematica si sa che il valore efficace dell'onda assegnata è dato dalla seguente espressione:

$$E_{eff} = \frac{E}{\sqrt{2}} = \frac{1000V}{\sqrt{2}} = 707{,}1068V$$

La potenza apparente S è quindi data dalla seguente espressione:

$$S = E_{eff}I_E = 707{,}1068V * 14{,}8663A = 10512{,}0618VA$$

La tabella al termine della prima iterazione risulta la seguente:

k	1	3
$Z^k[\Omega]$	30,2804	
$E^k[V]$	450,1582	
$I_E^k[A]$	14,8663	
$I_E[A]$	14,8663	
$P[W]$	110,5034	
$S[VA]$	10512,0618	
$\varepsilon_{\%}$		

Iterazione 2 (k=3)

Ripetendo lo stesso procedimento, ma tenendo presente che adesso $k = 3$, si ottiene quanto segue:

$$x_L^{k=3} = k\omega L = 3 * 100\pi \frac{rad}{s} * 5 * 10^{-3}\mathrm{H} = 4{,}7124\Omega$$

$$x_C^{k=3} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{1}{3 * 100\pi \frac{rad}{s} * 0{,}1 * 10^{-3}F} = 10{,}6157\Omega$$

$$\bar{Z}^{k=3} = R + j\left[x_L^{k=3} - x_C^{k=3}\right] = 0{,}5\Omega + j[4{,}7124\Omega - 10{,}6157\Omega] = (0{,}5 - \mathrm{j}5{,}9033)\Omega$$

$$Z^{k=3} = \left|\bar{Z}^{k=1}\right| = 5{,}9244\Omega$$

$$E^{k=3} = \frac{2}{\sqrt{2}k\pi}E = \frac{\sqrt{2}}{3\pi}1000V = 150{,}0527V$$

$$I_E^{k=3} = \frac{E^{k=3}}{Z^{k=3}} = \frac{150{,}0527V}{5{,}9244\Omega} = 25{,}3279A$$

Ricordando che i valori efficaci si compongono mediante il loro quadrato, si calcola adesso il valore efficace globale I_E della corrente nel generatore;

$$I_E = \sqrt{\left(I_E^{k=1}\right)^2 + \left(I_E^{k=3}\right)^2} = \sqrt{(14{,}8663A)^2 + (25{,}3279A)^2} = 29{,}3685A$$

$$P = RI_E{}^2 = 0{,}5\Omega * (29{,}3685A)^2 = 431{,}2544W$$

$$S = E_{eff}I_E = 707{,}1068V * 29{,}3685A = 20766{,}66VA$$

Al termine della seconda iterazione la tabella assume la seguente forma:

k	1	3
$Z^k\,[\Omega]$	30,2804	5,9244
$E^k\,[V]$	450,1582	150,0527
$I_E^k\,[A]$	14,8663	25,3279
$I_E\,[A]$	14,8663	29,3685
$P[W]$	110,5034	431,2544
$S[VA]$	10512,0618	20766,66
$\varepsilon_{\%}$		

È il momento di valutare l'errore percentuale. La formula da utilizzare è la medesima vista nell'esercizio precedente, con la sola differenza che la variabile da valutare è la potenza *P*, di conseguenza le correnti che entrano in gioco dovranno essere elevate al quadrato.

$$\varepsilon_{\%} = \frac{P^i - P^{i-1}}{P^i} * 100 = \frac{R\left(I_E^i\right)^2 - R\left(I_E^{i-1}\right)^2}{R\left(I_E^i\right)^2} * 100 = \frac{\left(I_E^i\right)^2 - \left(I_E^{i-1}\right)^2}{\left(I_E^i\right)^2} * 100$$

dove:

P^i → potenza media assorbita dal resistore *R* all'iterazione i-esima

P^{i-1} → potenza media assorbita dal resistore *R* all'iterazione $(i-1)$-esima

I_E^i →valore efficace globale della corrente nel generatore all'iterazione *i*-esima

I_E^{i-1} →valore efficace globale della corrente nel generatore all'iterazione *(i-1)*-esima

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\varepsilon_{\%} = \frac{(I_E^2)^2 - (I_E^1)^2}{(I_E^2)^2} * 100 = \frac{(29{,}3685A)^2 - (14{,}8663A)^2}{(29{,}3685A)^2} * 100 = 74{,}37$$

Si inserisce adesso il valore appena trovato in tabella:

k	1	3
$Z^k\,[\Omega]$	30,2804	5,9244
$E^k\,[V]$	450,1582	150,0527
$I_E^k\,[A]$	14,8663	25,3279
$I_E\,[A]$	14,8663	29,3685
$P[W]$	110,5034	431,2544
$S[VA]$	10512,0618	20766,66
$\varepsilon_{\%}$	74,37	

Come si può notare, l'errore è notevolmente superiore alla tolleranza assegnata: è sicuramente necessario portare a termine ulteriori iterazioni.

Dal momento che il procedimento è lo stesso per ogni iterazione, si riporta qui di seguito la tabella finale compilata con tutti i risultati numerici:

k	1	3	5	7	9	11
$Z^k\,[\Omega]$	30,2804	5,9244	1,5665	6,4654	10,6104	14,3923
$E^k\,[V]$	450,1582	150,0527	90,0316	64,3083	50,0175	40,9234
$I_E^k\,[A]$	14,8663	25,3279	57,4731	9,9466	4,7140	2,8434
$I_E\,[A]$	14,8663	29,3685	64,5419	65,3038	65,4737	65,5354
$P[W]$	110,5034	431,2544	2082,8284	2132,2931	2143,4027	2147,4443
$S[VA]$	10512,0618	20766,66	45638,01	46176,76	46296,89	46340,52
$\varepsilon_{\%}$	74,37	79,29	2,31	0,51	0,18	

Come si vede dal valore cerchiato in rosso in tabella, per $k = 9$ l'errore percentuale scende al di sotto della tolleranza assegnata. La potenza media e la potenza apparente richieste dal testo dell'esercizio assumono di conseguenza i seguenti valori (cerchiati in verde in tabella):

$$P = 2143{,}4027\text{W}$$

$$S = 46296{,}89\text{VA}$$