Funzioni razionali proprie

- Riga 15:

$$\boxed{\frac{P(s)}{Q(s)} \quad \Rightarrow \quad \sum_{k=1}^{n} \frac{P(\alpha_k)}{Q'(\alpha_k)} e^{\alpha_k t} = \sum_{k=1}^{n} R(\alpha_k) e^{\alpha_k t}}$$

- P(s) e Q(s) sono **polinomi** di s
- Il grado di P(s) **è inferiore** a quello di Q(s)
- α_k (k=1,2..n) sono gli zeri tutti semplici di Q(s)
- $R(\alpha_k) = \dfrac{P(\alpha_k)}{Q'(\alpha_k)}$ residuo nel polo α_k

Esempio

- Calcolare la **antitrasformata** di

$$\boxed{F(s) = \frac{s+4}{s^2+3s+2} = \frac{P(s)}{Q(s)}}$$

- Usiamo la riga 15 della tabella:
  - $\alpha_1 = -2, \quad \alpha_2 = -1$
  - $\dfrac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)} = \dfrac{P(-2)}{Q'(-2)} = \dfrac{2}{-1} = -2, \qquad \dfrac{P(-1)}{Q'(-1)} = \dfrac{3}{1} = 3,$
  - $f(t) = \dfrac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)} e^{\alpha_1 t} + \dfrac{P(\alpha_2)}{Q'(\alpha_2)} e^{\alpha_2 t} = -2e^{-2t} + 3e^{-t}$

Funzioni razionali improprie

- **Funzione razionale impropria**:

$$\frac{P(s)}{Q(s)} = a_o s^h + a_1 s^{h-1} + .. + a_h + \frac{N(s)}{Q(s)}$$

  - **h** differenza grado numeratore e denominatore
  - Il grado di N(s) (resto della divisione dei polinomi P(s) e Q(s)) è inferiore a quello di Q(s)
  - $a_o s^h + a_1 s^{h-1} + .. + a_h$ è il **polinomio quoziente**

$$\frac{P(s)}{Q(s)} \Rightarrow a_o \delta^{(h)}(t) + .. + a_h \delta(t) + \sum_{k=1}^{n} \frac{P(\alpha_k)}{Q'(\alpha_k)} e^{\alpha_k t}$$

Esempio 1/2

- **Calcolare** la antitrasformata di :

$$F(s) = \frac{6s^3 + 18s^2 + 12s + 9}{s^2 + 3s + 2} = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

- Dalla divisione dei polinomi:

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = 6s + \frac{9}{s^2 + 3s + 2}$$

Esempio 2/2

- Poli:
  - $\alpha_1 = -2, \quad \alpha_2 = -1$
  - $\dfrac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)} = \dfrac{P(-2)}{Q'(-2)} = -9, \qquad \dfrac{P(-1)}{Q'(-1)} = 9,$
  - $f(t) = 6\delta'(t) + \dfrac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)} e^{\alpha_1 t} + \dfrac{P(\alpha_2)}{Q'(\alpha_2)} e^{\alpha_2 t} =$

$$= 6\delta'(t) - 9e^{-2t} + 9e^{-t}$$

Presenza polo doppio

- Polo doppio nell'origine :

$$\frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{P(s)}{s^2 Q_1(s)}$$

  - **Q1(s) ha zeri non nulli** α_k (k=1,..n) tutti semplici
  - P(s) ha grado inferiore a Q(s)

$$\frac{P(s)}{Q(s)} \Rightarrow \frac{P(0)}{Q_1(0)} t + \frac{d}{ds}\left[\frac{P(s)}{Q_1(s)}\right]\Bigg|_{s=0} + \sum_{k=1}^{n} \frac{P(\alpha_k)}{\alpha_k^2 Q_1'(\alpha_k)} e^{\alpha_k t}$$

Esempio

- **Calcolare** la antitrasformata di :

$$F(s) = \frac{s+3}{s^2(s+1)} = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{P(s)}{s^2 Q_1(s)}$$

  - polo doppio in s=0
  - $\alpha_1 = -1, \quad \frac{P(\alpha_1)}{\alpha_1^2 Q_1'(\alpha_1)} = 2$
  - $\frac{P(0)}{Q_1(0)} = 3, \quad \frac{d}{ds}\left[\frac{P(s)}{Q_1(s)}\right]\Bigg|_{s=0} = -2$

$$\boxed{f(t) = 3t - 2 + 2e^{-t}}$$

Presenza poli complessi

- **In generale** i coefficienti dei polinomi sono reali:
  - **I poli complessi** esistono in coppie complesse coniugati
    - $$\alpha_{1,2} = -\sigma_o \pm j\omega_o, \qquad \alpha_2 = \alpha_1^*$$
    - $$\frac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)} e^{\alpha_1 t} + \frac{P(\alpha_1^*)}{Q'(\alpha_1^*)} e^{\alpha_1^* t} = 2\,\mathrm{Re}\left[\frac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)} e^{\alpha_1 t}\right] =$$
      $$= 2e^{-\sigma_o t}\left\{\mathrm{Re}\left[\frac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)}\right]\cos(\omega_o t) - \mathrm{Im}\left[\frac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)}\right]\sin(\omega_o t)\right\}$$

Esempio

- **Calcolare** la antitrasformata di :

$$F(s)=\frac{s^3+3s^2+9s+33}{(s^2+4s+3)(s^2+9)}=\frac{P(s)}{Q(s)}$$

- poli complessi coniugati in $\alpha_1 = j3, \qquad \alpha_2 = -j3,$
- poli reali in $\alpha_3 = -3, \qquad \alpha_4 = -1,$
- $\frac{P(\alpha_1)}{Q'(\alpha_1)} = -\frac{1}{15} + j\frac{1}{30} \qquad \frac{P(\alpha_3)}{Q'(\alpha_3)} = -\frac{1}{6} \qquad \frac{P(\alpha_4)}{Q'(\alpha_4)} = \frac{13}{10}$

$$\boxed{f(t)=\frac{13}{10}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{-3t}-\frac{2}{15}\cos(3t)-\frac{1}{15}\sin(3t)}$$

Valore iniziale

- **Quando** esiste, il valore iniziale $f(0_+)$ si può calcolare senza antitrasformare

$$\boxed{f(0_+) = \lim_{s \to \infty} \left[s\,F(s) \right]}$$

Esempio

- **Calcolare** il valore iniziale della funzione f(t) che ha la seguente trasformata di Laplace:

$$F(s) = \frac{(s^2+6)(2s^3+2s^2+s+10)}{(s^2+s+5)(s^2+s+1)(s^2+s)}$$

risulta:

$$\boxed{f(0_+) = \lim_{s\to\infty}\left[sF(s)\right] = 2}$$

Valore finale

- **Quando** esiste, il valore finale si può calcolare senza antitrasformare

$$\boxed{f(\infty) = \lim_{s \to 0} \left[s\,F(s) \right]}$$

Esempio

- **Calcolare** il valore finale della funzione f(t) che ha la seguente trasformata di Laplace:

$$F(s) = \frac{(s^2+6)(2s^3+2s^2+s+10)}{(s^2+s+5)(s^2+s+1)(s^2+s)}$$

- **risulta**:

$$\boxed{f(\infty) = \lim_{s \to 0} \left[s\,F(s) \right] = 12}$$

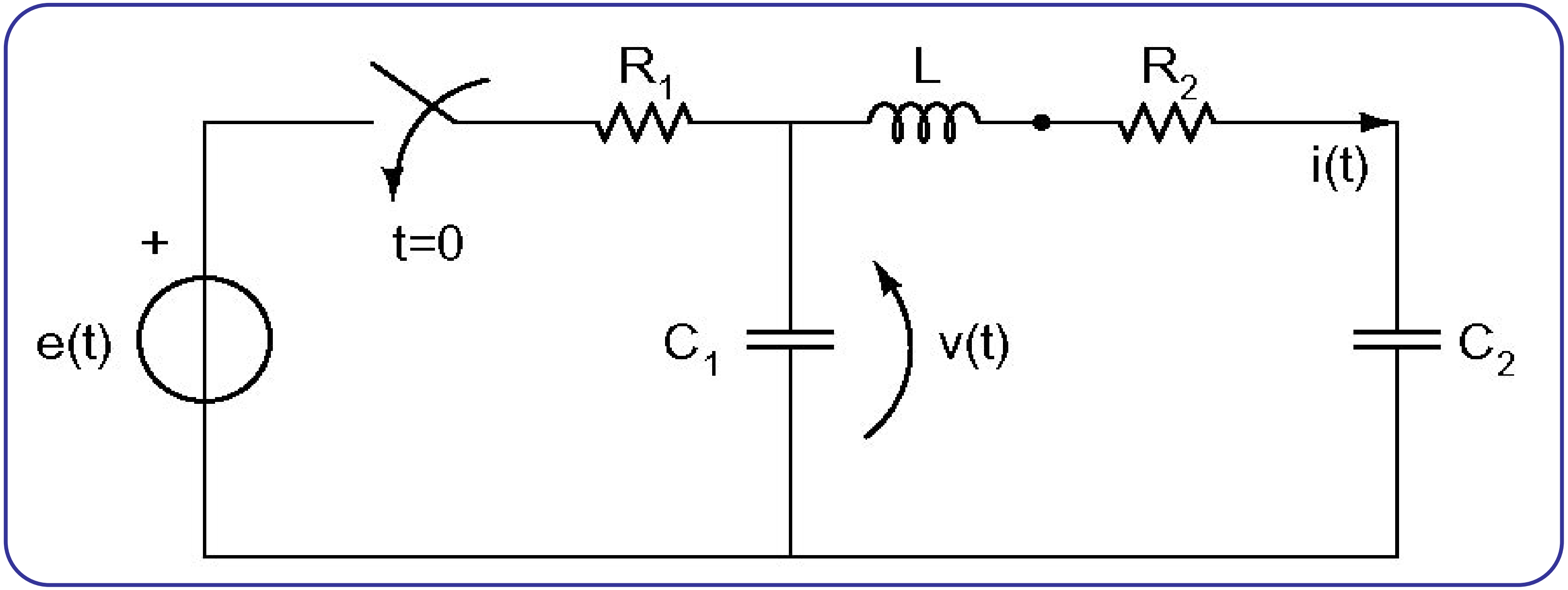
Reti nel dominio delle frequenze

Metodo delle trasformate di Laplace

Metodo delle trasformate di Laplace

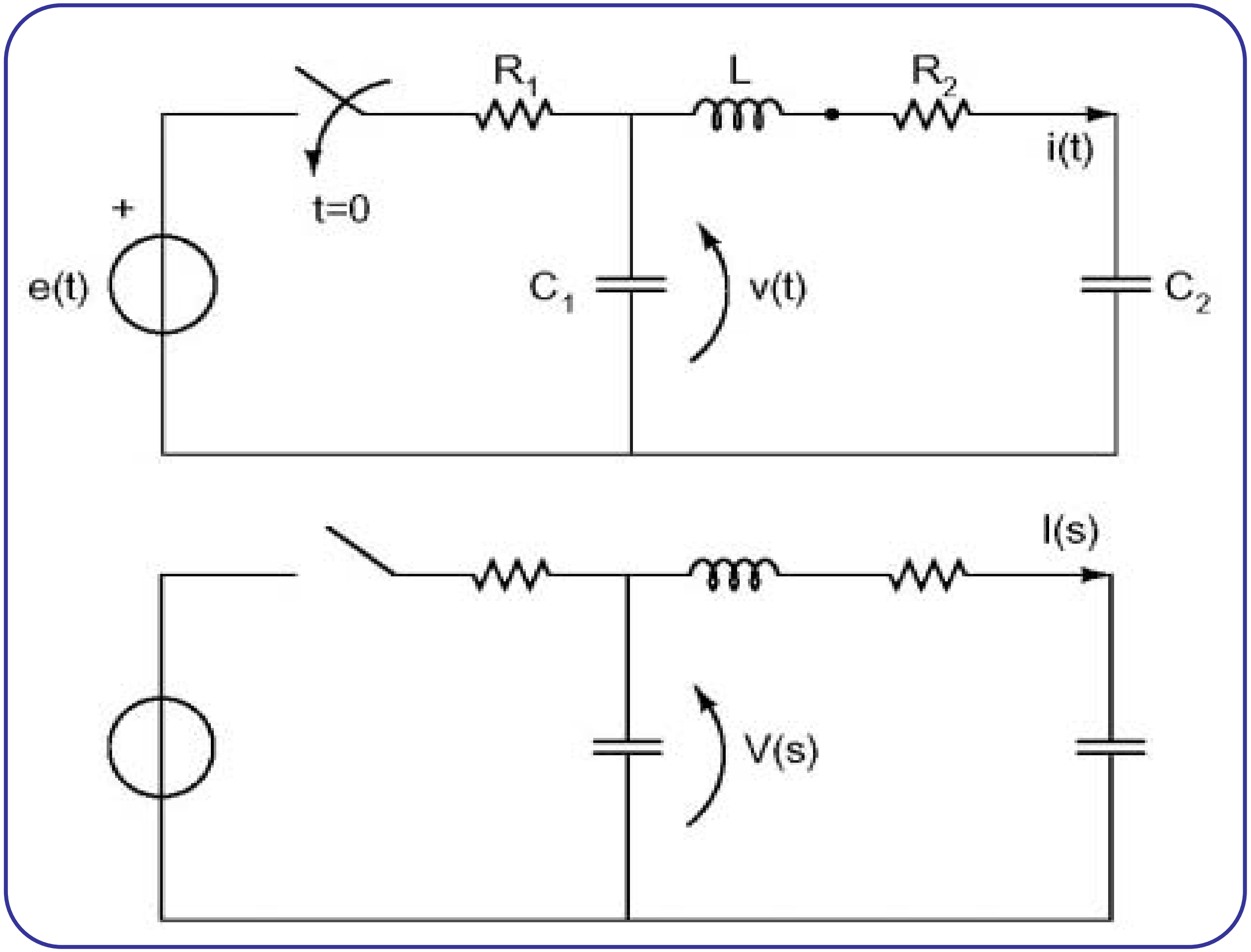
Idea fondamentale

Rete nel dominio del tempo



- **Idea fondamentale**: introdurre le trasformate di Laplace come incognite

Rete in Laplace



Dominio del tempo

Dominio di Laplace?

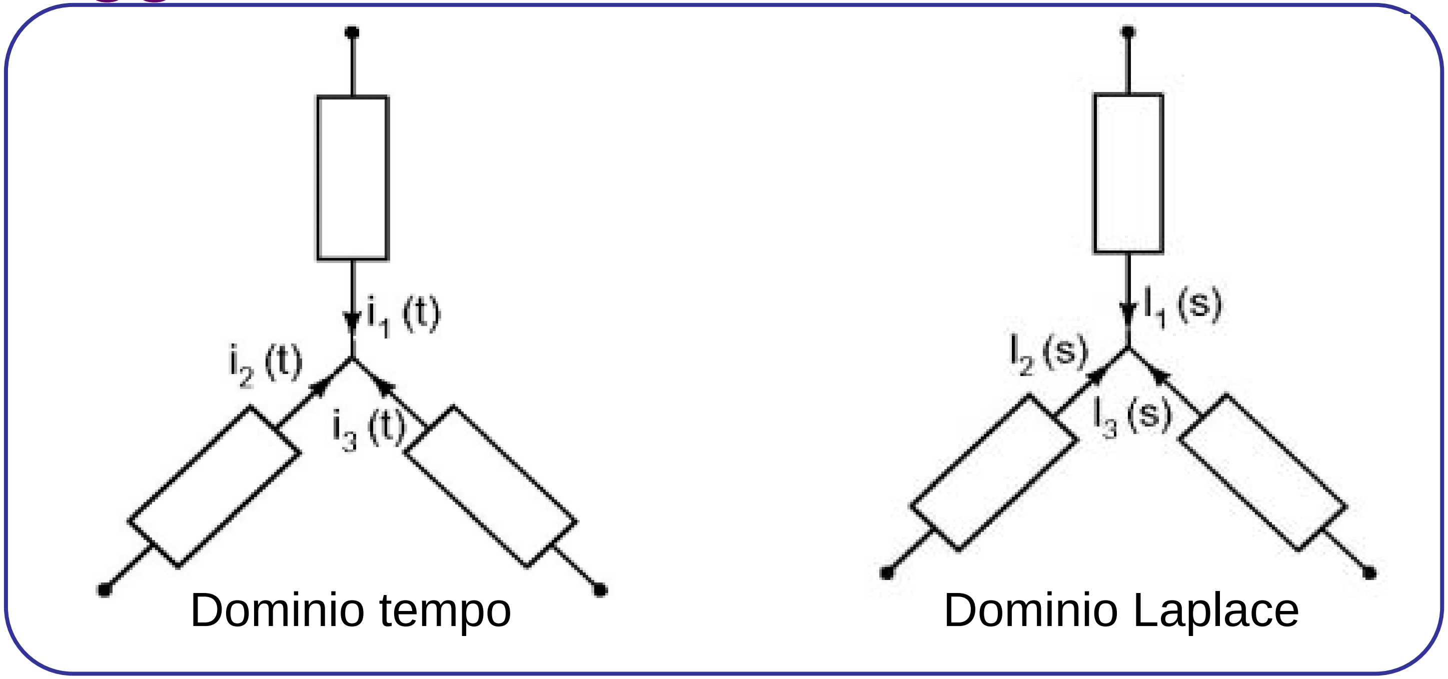
- I **versi** nel dominio di Laplace sono relativi alle grandezze istantanee v(t) ed i(t)

Metodo delle trasformate di Laplace

Deduzione della rete nel dominio di Laplace

Leggi di Kirchhoff 1/2

- **legge di Kirchhoff** sulle correnti



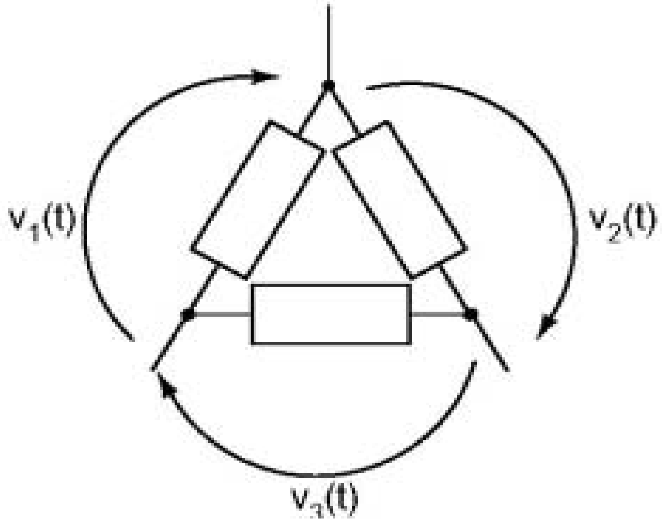
$$i_1(t)+i_2(t)+i_3(t)=0$$

$$\downarrow \quad \boxed{\textit{linearità}}$$

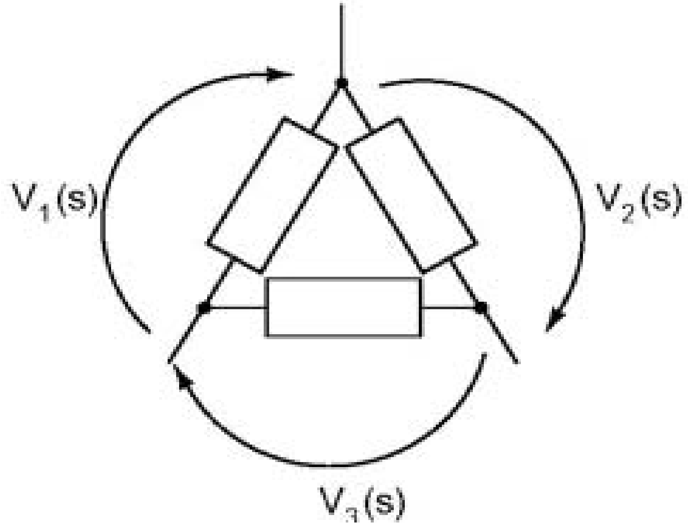
$$I_1(s)+I_2(s)+I_3(s)=0$$

Leggi di Kirchhoff 2/2

- **legge di Kirchhoff** sulle tensioni



Dominio tempo



Dominio Laplace

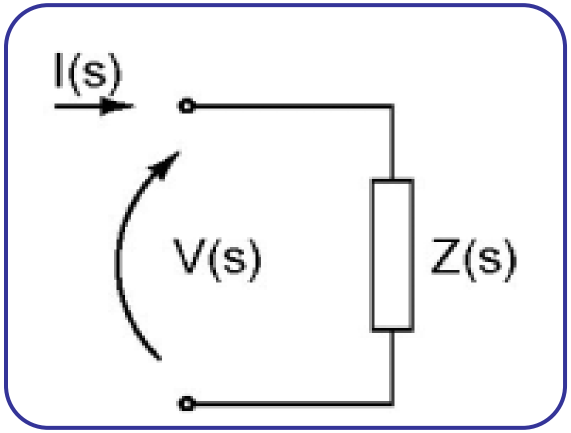
$$v_1(t)+v_2(t)+v_3(t)=0$$

$$\downarrow \boxed{\text{linearita '}}$$

$$V_1(s)+V_2(s)+V_3(s)=0$$

Impedenza

- Concetto fondamentale



$\Leftarrow$ **simbolo (convenzione utilizzatori)**

equazione costitutiva:

$\Downarrow$

$$V(s) = Z(s)\, I(s)$$

$\Uparrow$

impedenza

Impedenza di un resistore

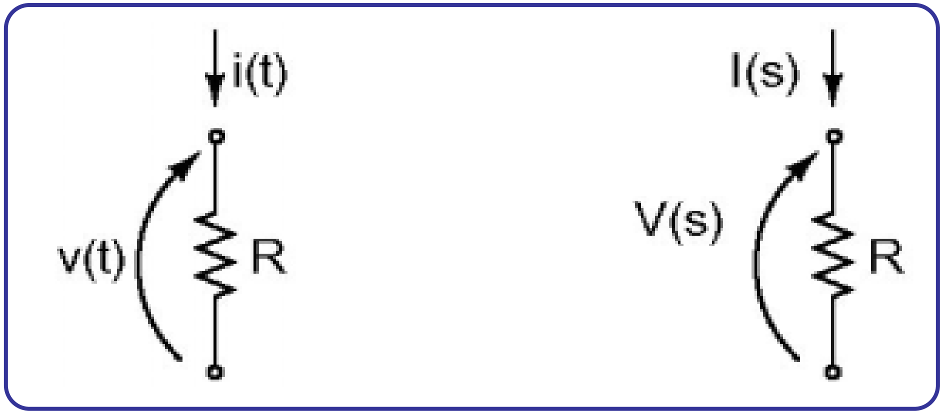
- relazione costitutiva nel dominio del **tempo**

$$\boxed{v(t) = R\, i(t)}$$

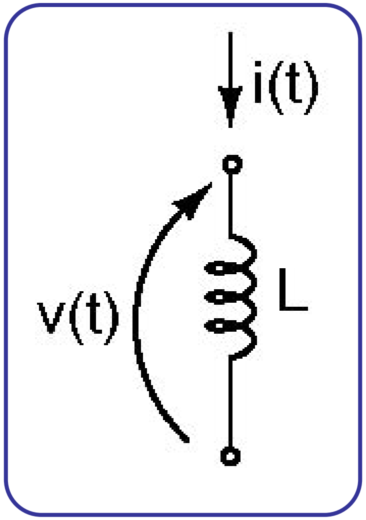
- relazione costitutiva nel dominio di **Laplace**

$$\boxed{V(s) = R\, I(s)}$$

- **Simbologia** usata nel dominio di Laplace: la stessa



Rappresentazione di un induttore



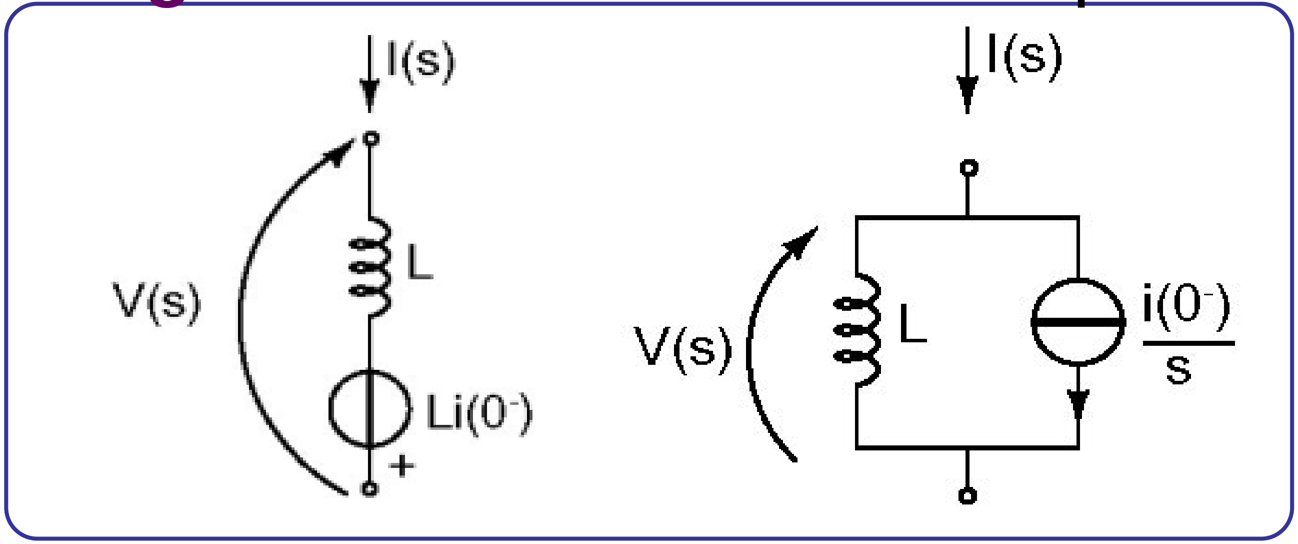
Dominio del tempo $\quad v(t) = L\frac{d}{dt}i(t)$

Dominio di Laplace

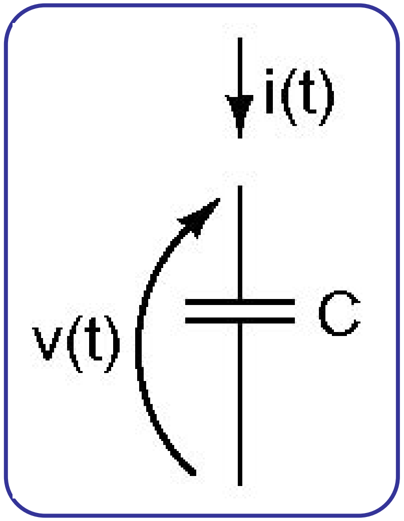
$$V(s) = L\,s\,I(s) - Li(0\_) = sLI - Li(0\_)$$

$$V(s) = Z(s)I(s) - Li(0\_) \quad (Z = s\,L)$$

- **Simbologia** usata nel dominio di Laplace



Rappresentazione di un condensatore



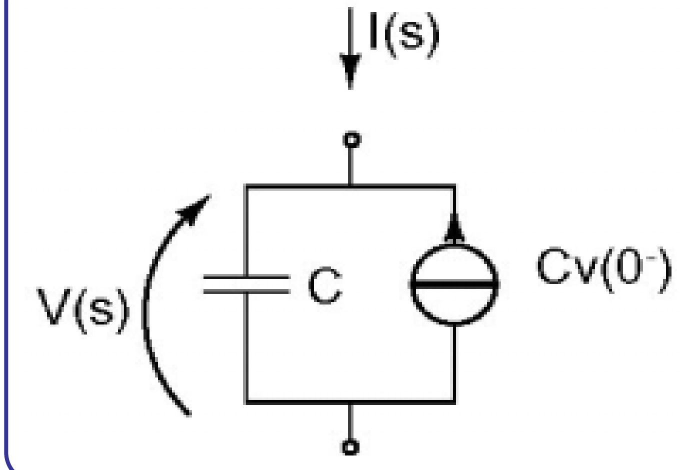
Dominio del tempo $$i(t) = C\frac{d}{dt}v(t)$$

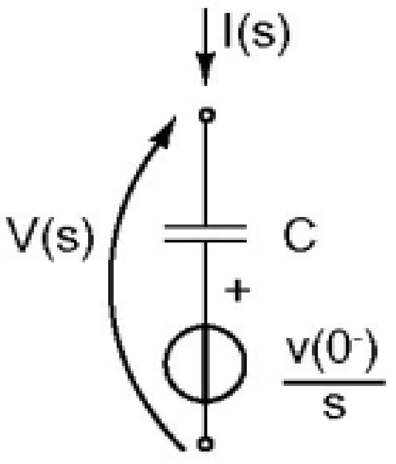
Dominio di Laplace

$$I(s) = s\,C\,V(s) - C v(0_-)$$

$$V(s) = Z(s)I(s) + \frac{v(0_-)}{s} \qquad \left(Z = \frac{1}{s\,C}\right)$$

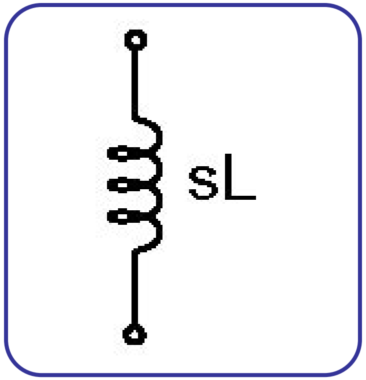
- **Simbologia** usata nel dominio di Laplace



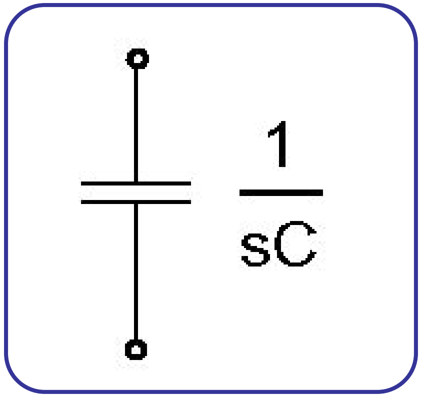


Impedenze di elementi scarichi

- Un elemento con memoria si dice **scarico** se presenta condizioni iniziali nulle
  - Rappresentazione in Laplace di induttore scarico



  - Rappresentazione in Laplace di condensatore scarico

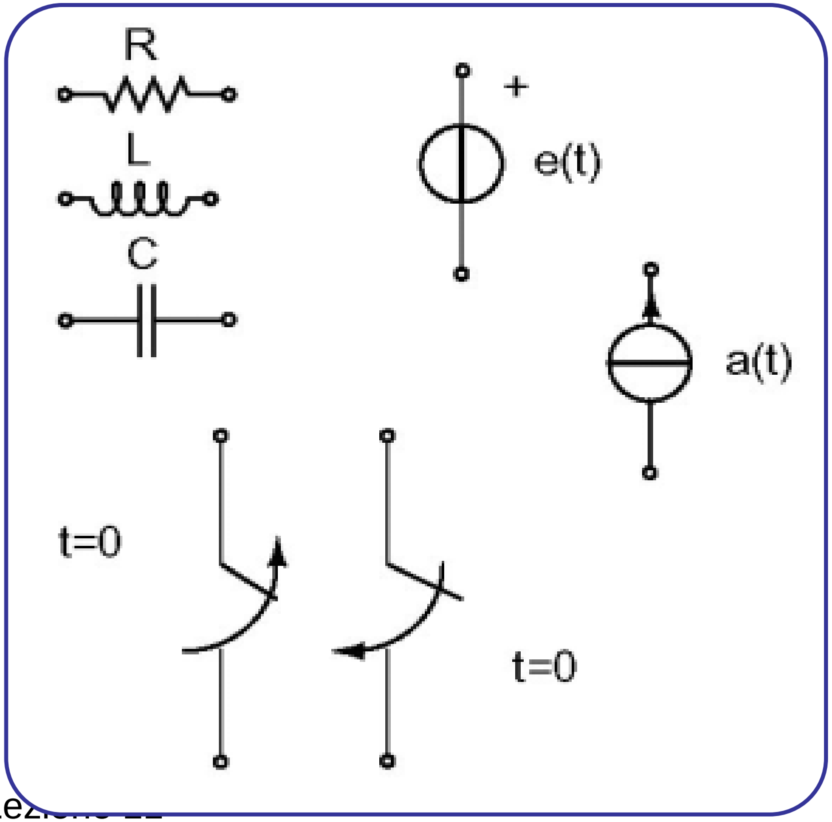


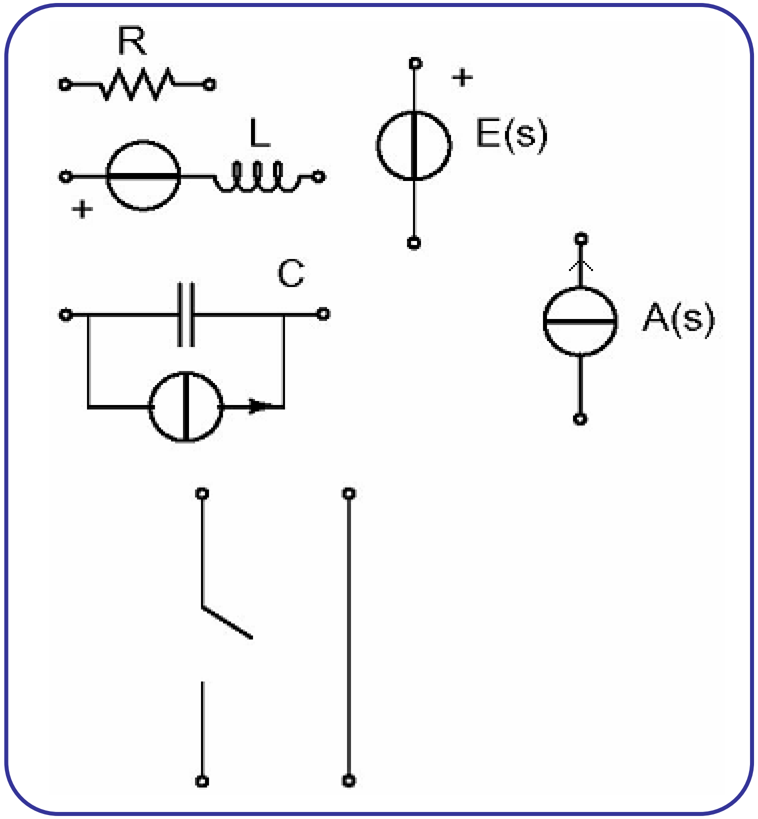
Presenza interruttori

- **Cosa succede** degli eventuali interruttori presenti nella rete nel dominio del tempo quando si passa nel dominio di Laplace?
  - **Ipotesi:** gli interruttori sono attivati nell'istante t=0
    - Gli interruttori che si chiudono diventano corto circuiti nel dominio di Laplace
    - Gli interruttori che si aprono diventano circuiti aperti nel dominio di Laplace

Sommario Tempo-Laplace

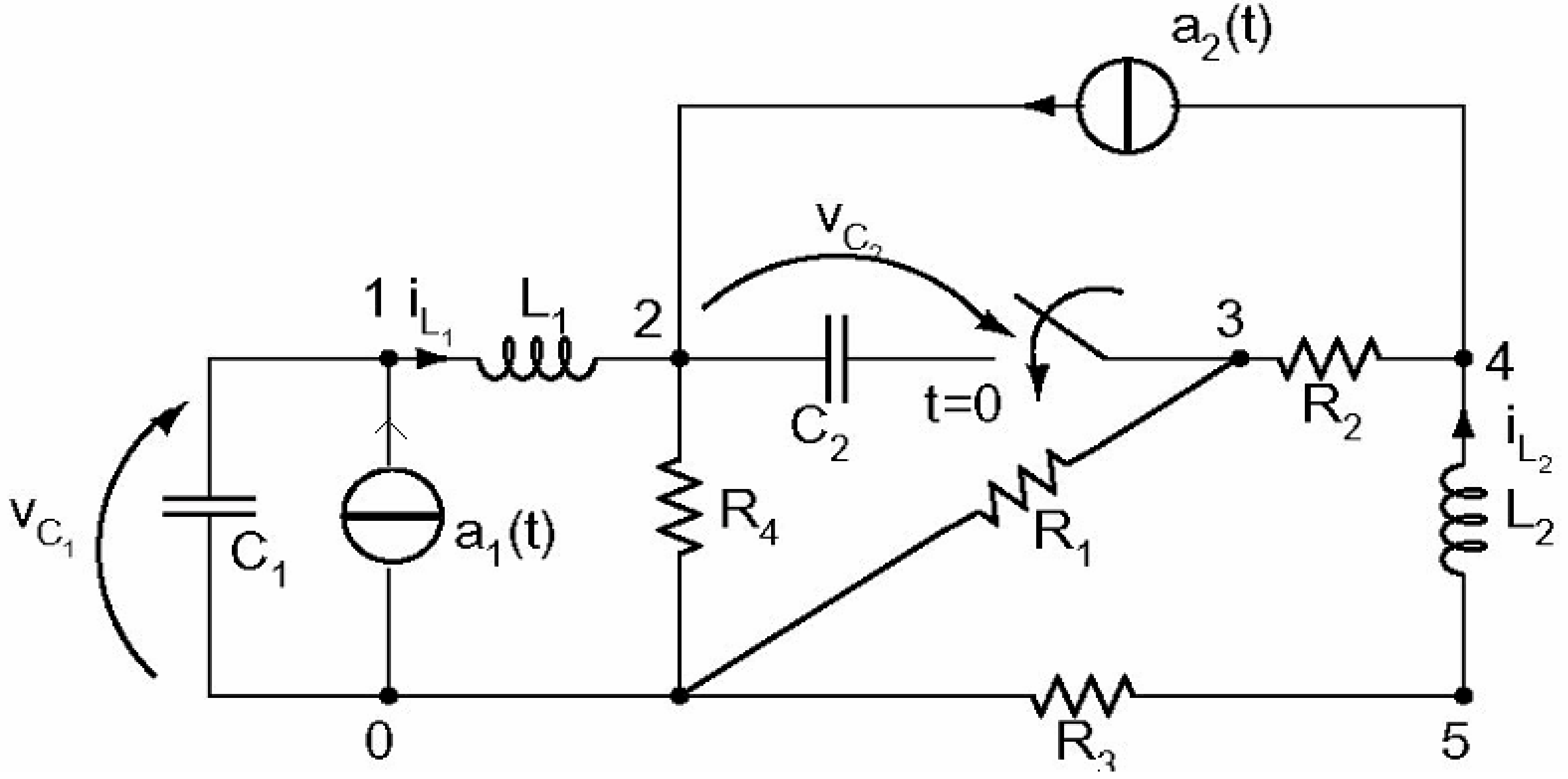
- **Passaggio** di una rete nel dominio del tempo alla corrispondente nel dominio di Laplace





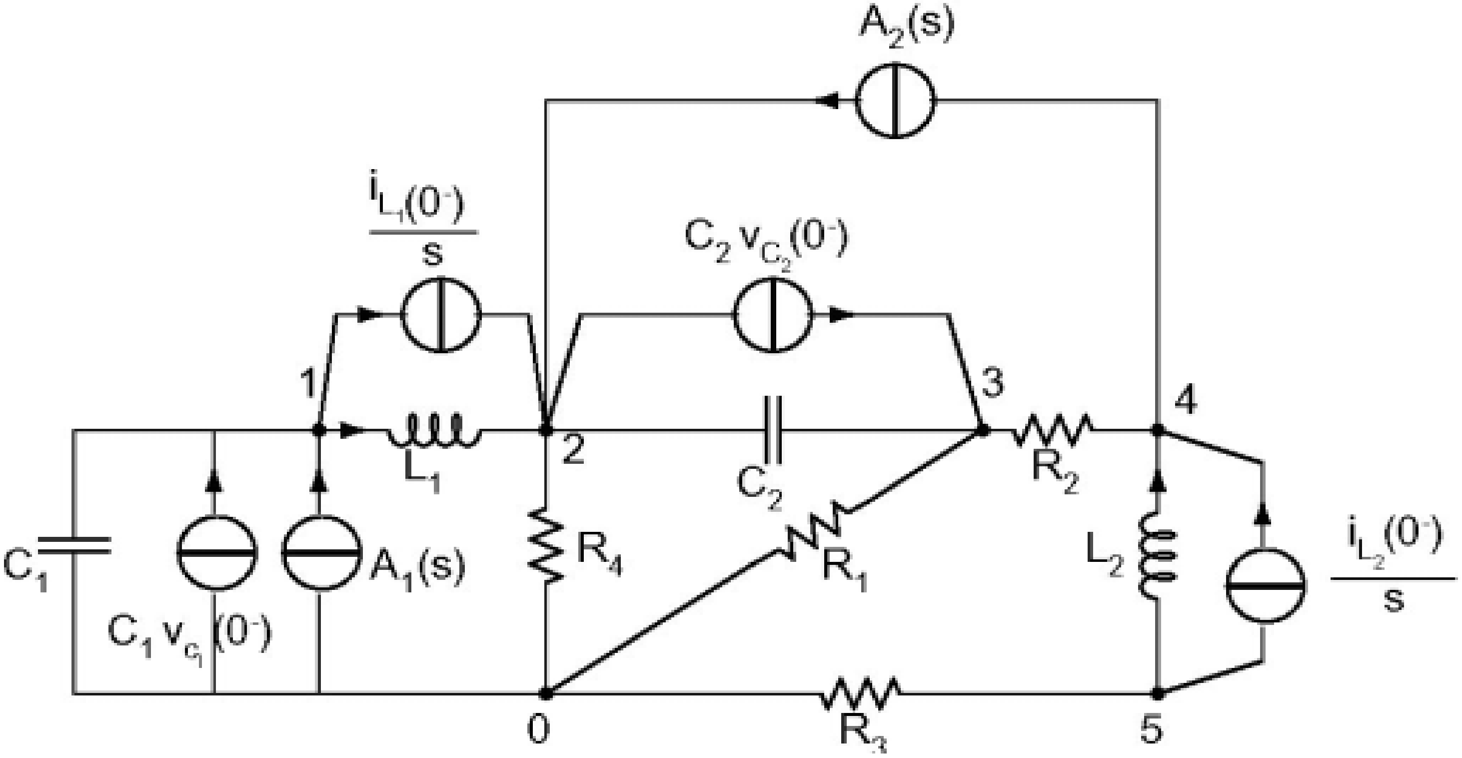
Esempio 1/8

- **Rete nel dominio del tempo**



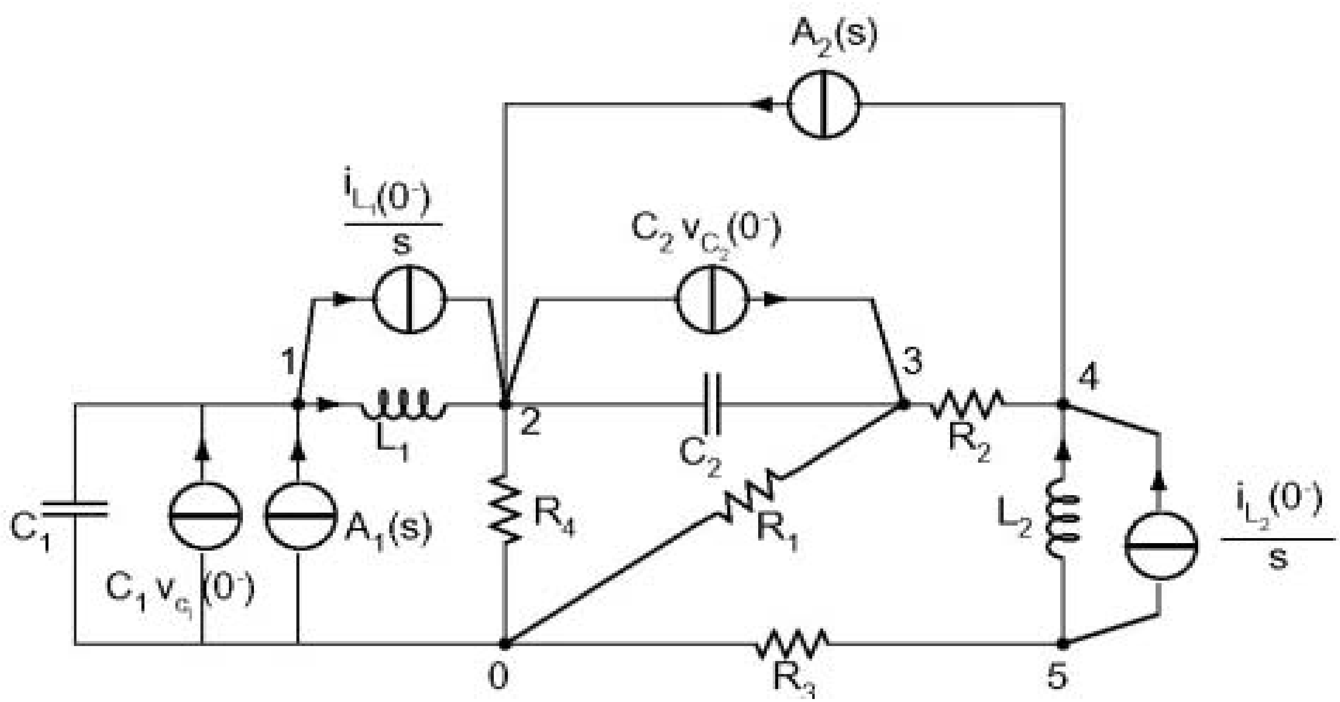
Esempio 2/8

- Rete nel dominio di Laplace

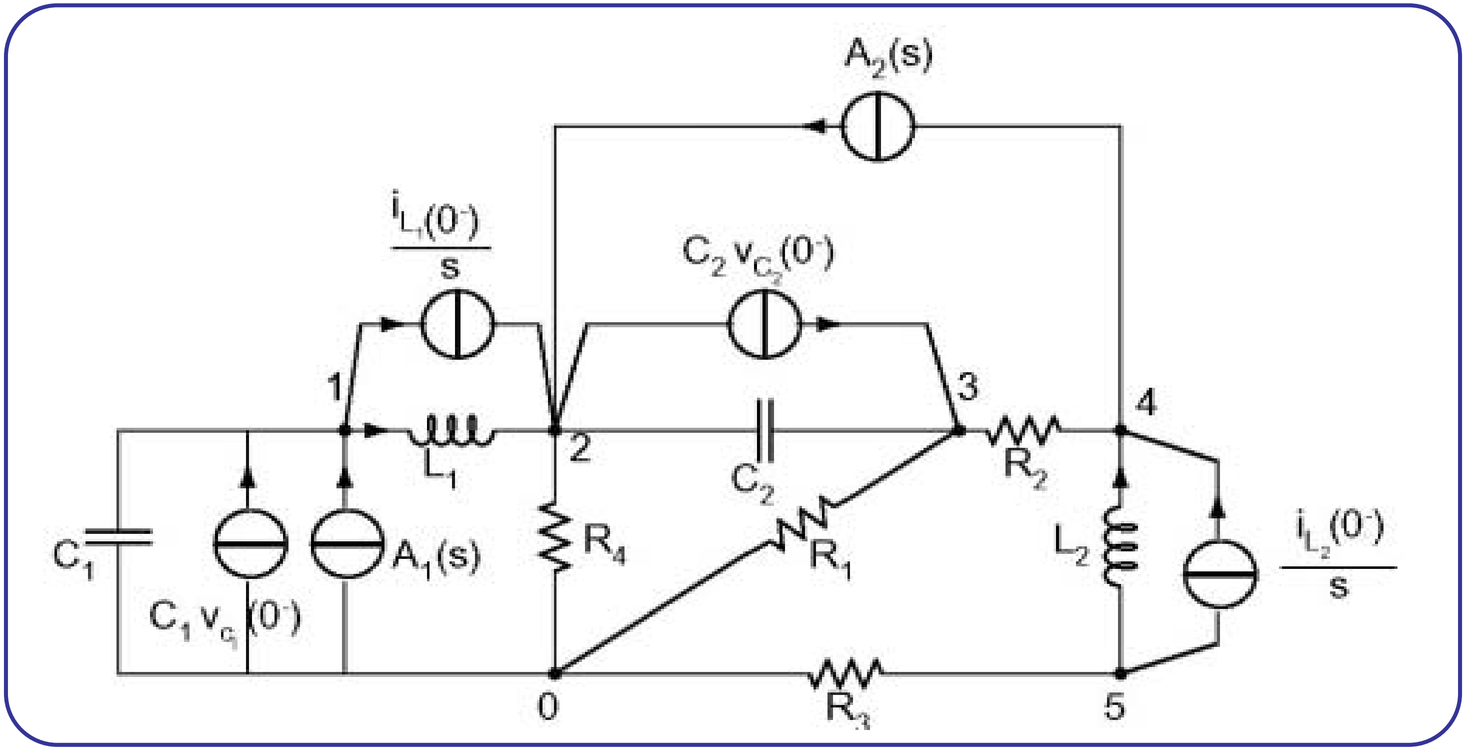


Esempio 3/8

- Formulazione della rete nel dominio di Laplace
  - Metodo dei nodi ($V_1(s)$,..$V_5(s)$, tensioni ai nodi):



Esempio 4/8

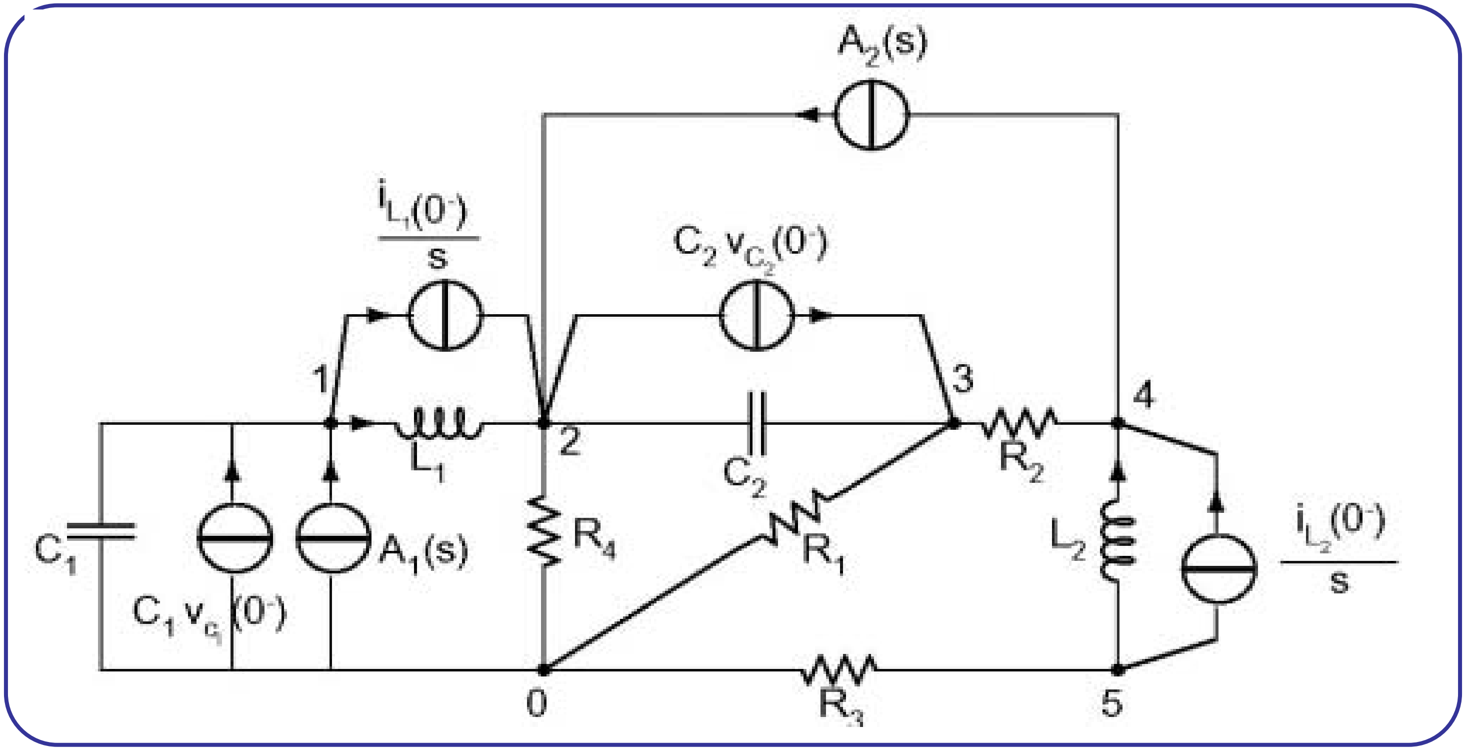


- **Nodo 1**

$$\left(sC_1+\frac{1}{sL_1}\right)V_1(s)-\frac{1}{sL_1}V_2(s)=$$

$$=C_1v_{C_1}(0\_)+A_1(s)-\frac{i_{L_1}(0\_)}{s}$$

Esempio 5/8

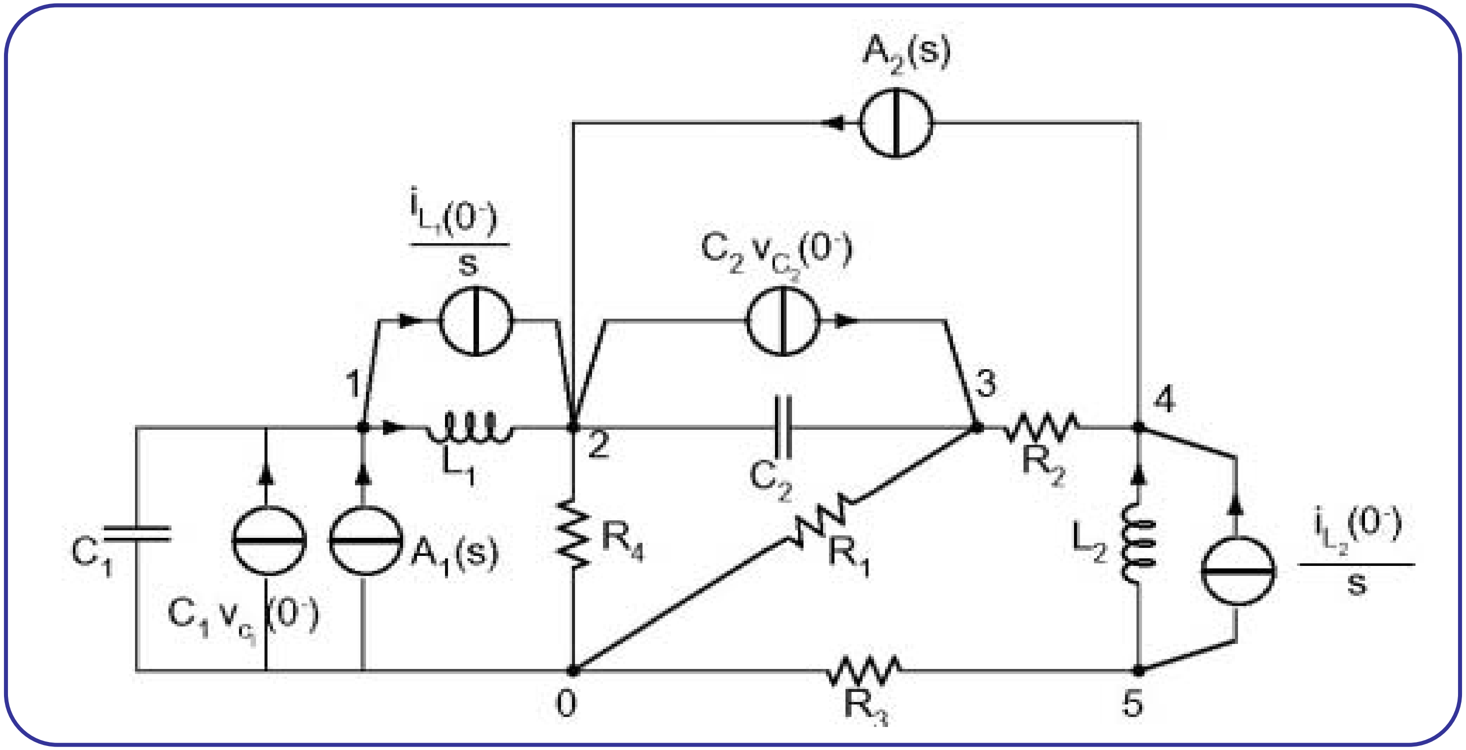


- **Nodo 2**

$$-\frac{1}{sL_1}V_1(s)+\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{sL_1}+sC_2\right)V_2(s)-sC_2V_3(s)=$$

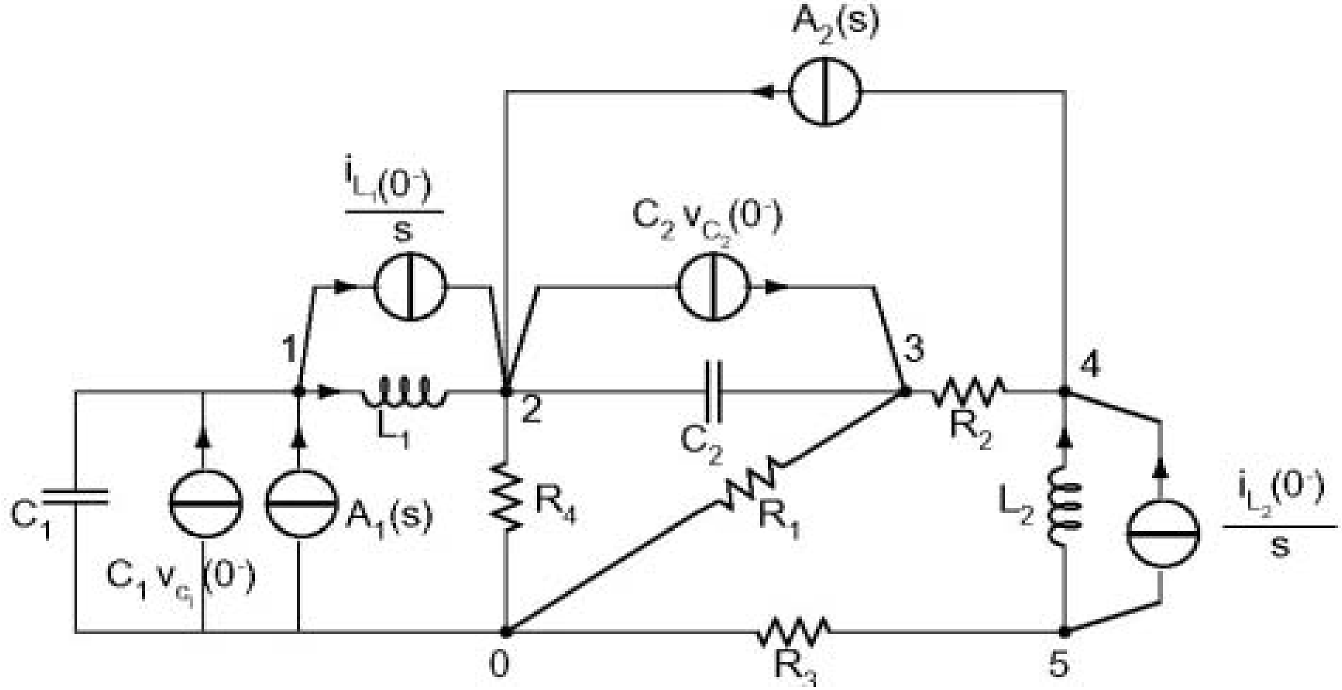
$$=\frac{i_{L_1}(0\_)}{s}-C_2v_{C_2}(0\_)+A_2(s)$$

Esempio 6/8



- **Nodo 3** $$-sC_2V_2(s)+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+sC_2\right)V_3(s)-\frac{1}{R_2}V_4(s)=$$
$$=C_2v_{C_2}(0_-)$$

Esempio 7/8

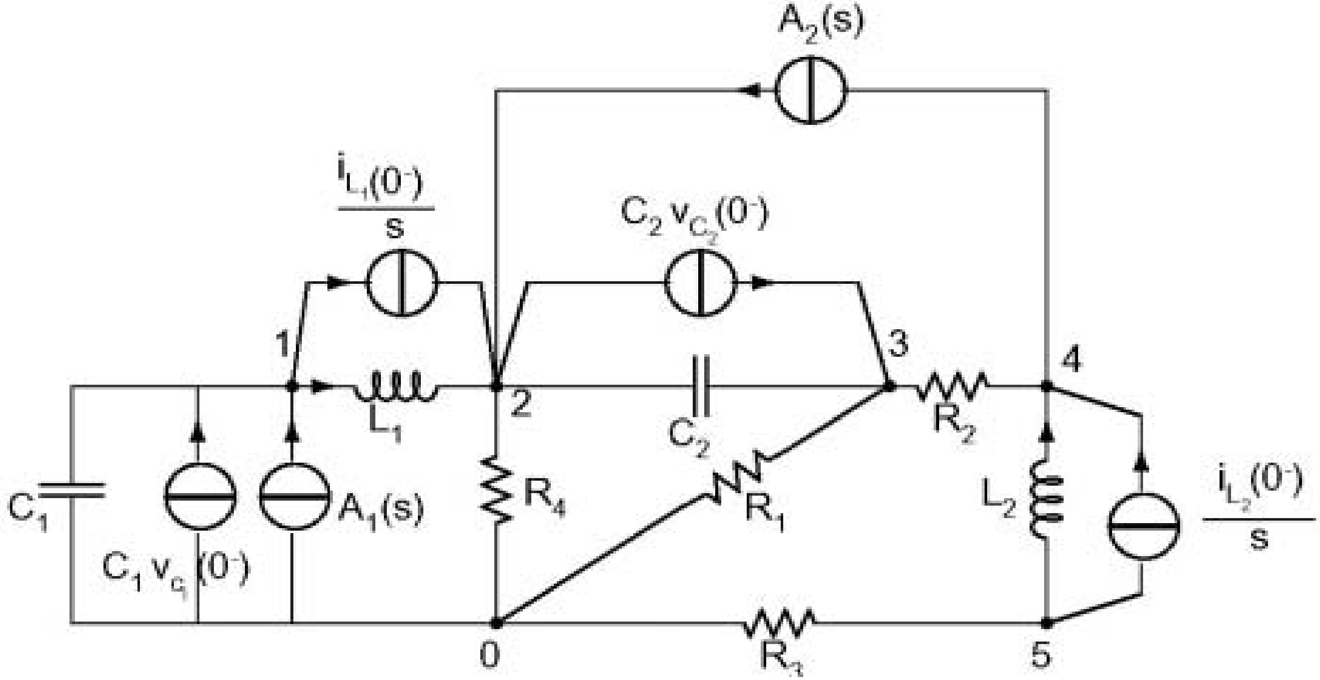


- **Nodo 4**

$$-\frac{1}{R_2}V_3(s)+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL_2}\right)V_4(s)-\frac{1}{sL_2}V_5(s)=$$

$$=\frac{i_{L_2}(0_-)}{s}-A_2(s)$$

Esempio 8/8



- **Nodo 5**

$$-\frac{1}{sL_2}V_4(s)+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{sL_2}\right)V_5(s)=$$

$$=-\frac{i_{L_2}(0_-)}{s}$$

Sistema da risolvere nelle incognite costituite dalle tensioni ai nodi $V_i(s)$, i=1,..5

$$\left(sC_1+\frac{1}{sL_1}\right)V_1(s)-\frac{1}{sL_1}V_2(s)=C_1v_{C_1}(0_-)+A_1(s)-\frac{i_{L_1}(0_-)}{s}$$

$$-\frac{1}{sL_1}V_1(s)+\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{sL_1}+sC_2\right)V_2(s)-sC_2V_3(s)=\frac{i_{L_1}(0_-)}{s}-C_2v_{C_2}(0_-)+A_2(s)$$

$$-sC_2V_2(s)+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+sC_2\right)V_3(s)-\frac{1}{R_2}V_4(s)=C_2v_{C_2}(0_-)$$

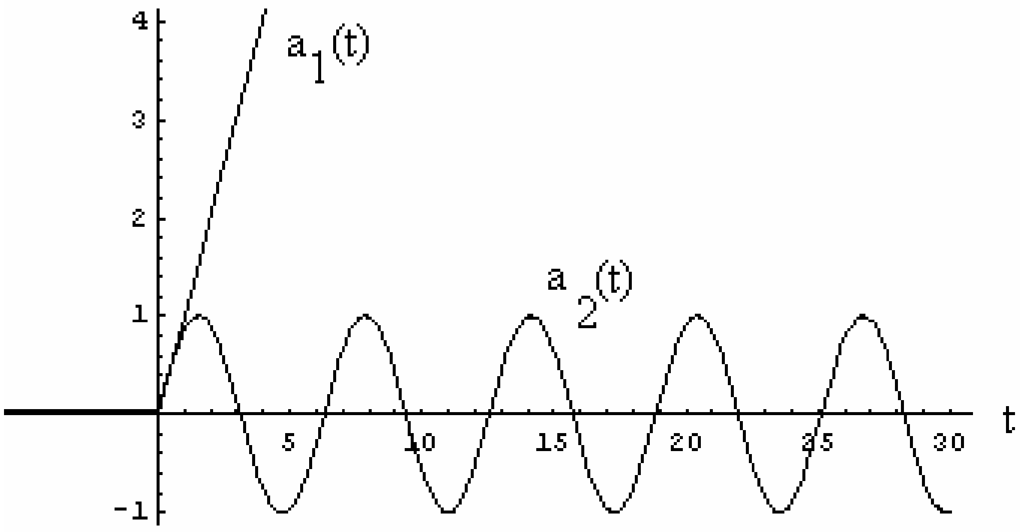
$$-\frac{1}{R_2}V_3(s)+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL_2}\right)V_4(s)-\frac{1}{sL_2}V_5(s)=\frac{i_{L_2}(0_-)}{s}-A_2(s)$$

$$-\frac{1}{sL_2}V_4(s)+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{sL_2}\right)V_5(s)=-\frac{i_{L_2}(0_-)}{s}$$

Supponendo: C_1=2 , L_1= 3, L_2=2, C_2=3/2, R_1=R_3=1, R_2=3/2

$$a_1(t) = t\,u(t)$$

$$a_2(t) = \sin t\,u(t)$$



si hanno condizioni iniziali tutte nulle.

Risulta inoltre:

$$a_1(t) = t\,u(t) \Rightarrow A_1(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$a_2(t) = \sin t\,u(t) \Rightarrow A_2(s) = \frac{1}{s^2+1}$$

Con questi dati la soluzione del sistema porge:

$$V_1(s) = -\frac{-14 - 65\,s - 172\,s^2 - 154\,s^3 - 144\,s^4 - 72\,s^5}{2\,s^2\,(1+s^2)\,(7+36\,s+77\,s^2+144\,s^3+72\,s^4)}$$

$$V_2(s) = -\frac{-14 - 23\,s - 40\,s^2 - 40\,s^3 - 96\,s^4 - 102\,s^5}{2\,s^2\,(1+s^2)\,(7+36\,s+77\,s^2+144\,s^3+72\,s^4)}$$

$$V_3(s) = -\frac{-15 - 8\,s - 8\,s^2 + 28\,s^3 - 6\,s^4}{2\,s\,(1+s^2)\,(7+36\,s+77\,s^2+144\,s^3+72\,s^4)}$$

$$V_4(s) = -\frac{(1+2\,s)\,(-3+5\,s+16\,s^2+39\,s^3+54\,s^4)}{s\,(1+s^2)\,(7+36\,s+77\,s^2+144\,s^3+72\,s^4)}$$

$$V_5(s) = -\frac{-3+5\,s+16\,s^2+39\,s^3+54\,s^4}{s\,(1+s^2)\,(7+36\,s+77\,s^2+144\,s^3+72\,s^4)}$$

L’antitrasformazione richiede soluzioni di equazioni di quarto grado.

I valori iniziali si possono calcolare senza antitrasformare.
Risulta:

$$v_1(0_+) = \lim_{s \to \infty} [sV_1(s)] = 0 = v_1(0_-)$$

$$v_2(0_+) = \lim_{s \to \infty} [sV_2(s)] = 0 = v_1(0_-)$$

$$v_3(0_+) = \lim_{s \to \infty} [sV_3(s)] = 0 = v_1(0_-)$$

$$v_4(0_+) = \lim_{s \to \infty} [sV_4(s)] = 0 = v_1(0_-)$$

$$v_5(0_+) = \lim_{s \to \infty} [sV_5(s)] = 0 = v_1(0_-)$$

Intervengono i poli:

$s = 0$ polo doppio (proviene dal generatore $\mathrm{A}_1(s)$)

$s = \pm j$ poli semplici complessi coniugati

(provengono dal generatore $\mathrm{A}_2(s)$)

$s = -0.117 \pm j0.461$ poli semplici complessi coniugati

(provengono dalla rete)

$s = -1.474$ polo semplice reale

(proviene dalla rete)

$s = -0.292$ polo semplice reale

(proviene dalla rete)

$$
\begin{aligned}
v_1(t) = 0.5 \Big(&-1. + (2.28509\times10^{-23} - 7.29162\times10^{-7}\, i)\\
&\big((2.32831\times10^{-10} + 25739.8\, i)\, 2.71828^{-1.47431 t} + (4.65661\times10^{-10} + 4.84516\times10^{6}\, i)\\
&\quad 2.71828^{-0.291593 t} + (1.63853\times10^{6} - 1.84059\times10^{6}\, i)\, 2.71828^{(-0.117049-0.460924 i) t}\\
&\quad (1.63853\times10^{6} + 1.84059\times10^{6}\, i)\, 2.71828^{(-0.117049+0.460924 i) t}\big) +\\
&2.\, t - 0.000171409\, (-773.\, \mathrm{Cos}[t] + 904.\, \mathrm{Sin}[t])\Big)
\end{aligned}
$$

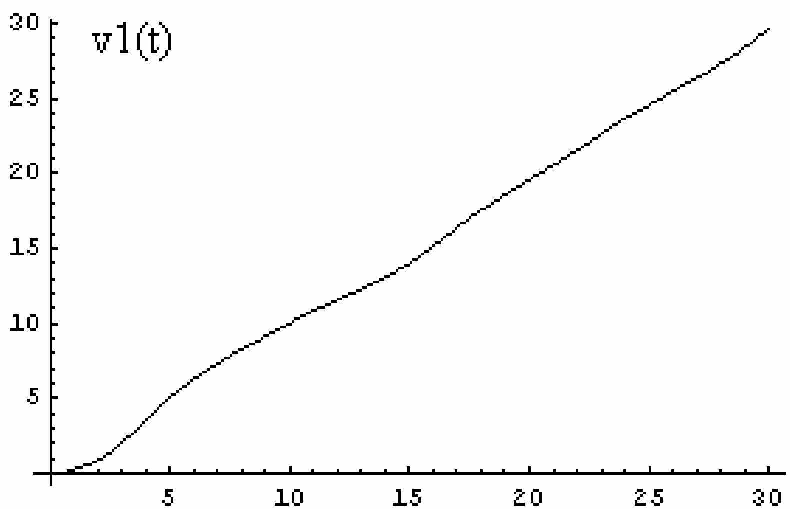
$$
\begin{aligned}
v_2(t) = 0.5 \Big(&-7. + (2.28509\times10^{-23} - 7.29162\times10^{-7}\, i)\\
&\big((-1.74623\times10^{-10} + 361426.\, i)\, 2.71828^{-1.47431 t} - (1.86265\times10^{-9} - 7.31696\times10^{6}\, i)\\
&\quad 2.71828^{-0.291593 t} + (876189. + 1.41512\times10^{6}\, i)\, 2.71828^{(-0.117049-0.460924 i) t} -\\
&\quad (876189. - 1.41512\times10^{6}\, i)\, 2.71828^{(-0.117049+0.460924 i) t}\big) +\\
&2.\, t - 0.000857045\, (773.\, \mathrm{Cos}[t] - 904.\, \mathrm{Sin}[t])\Big)
\end{aligned}
$$

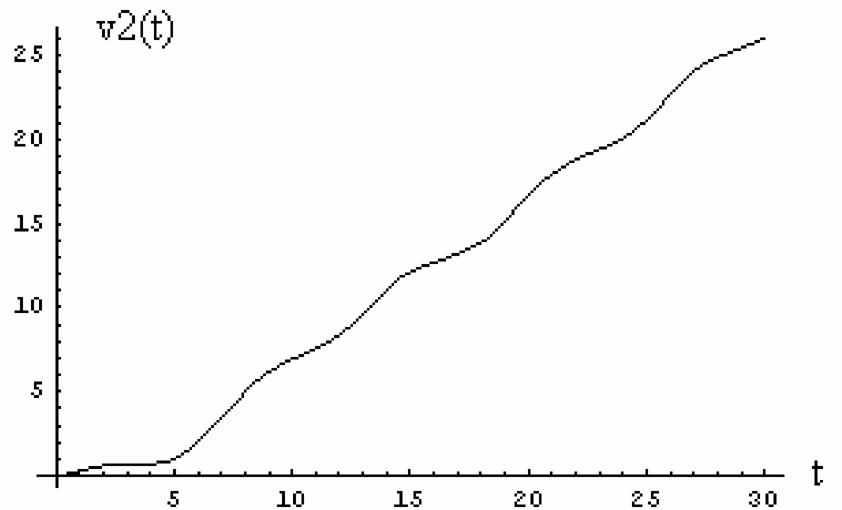
$$
\begin{aligned}
v_3(t) &=\\
= 0.5 \Big(&2.14286 - (2.69221\times10^{-23} - 6.24996\times10^{-7}\, i)\\
&\big((4.65661\times10^{-10} - 271031.\, i)\, 2.71828^{-1.47431 t} + (3.49246\times10^{-10} + 3.44344\times10^{6}\, i)\\
&\quad 2.71828^{-0.291593 t} - (975079. - 392884.\, i)\, 2.71828^{(-0.117049-0.460924 i) t} +\\
&\quad (975079. + 392884.\, i)\, 2.71828^{(-0.117049+0.460924 i) t}\big) -\\
&0.000171409\, (-1931.\, \mathrm{Cos}[t] - 738.\, \mathrm{Sin}[t])\Big)
\end{aligned}
$$

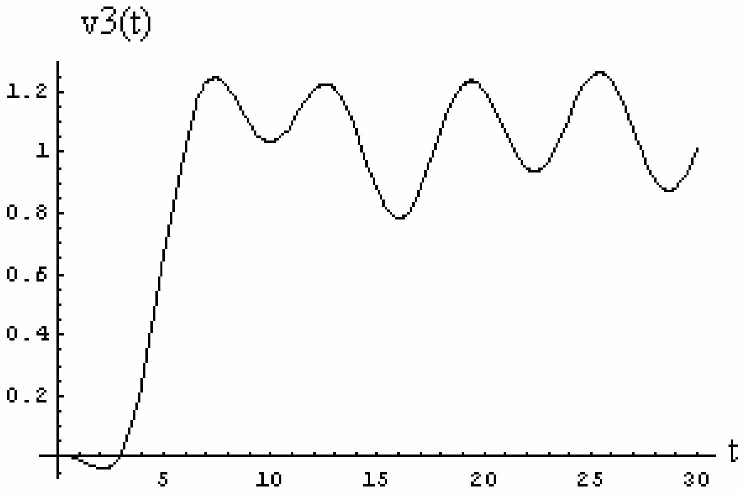
$$
\begin{aligned}
v_4(t) &=\\
=\, &0.428571 - (2.29575\times10^{-24} - 3.4722\times10^{-8}\, i)\\
&\big((1.04774\times10^{-9} - 1.05953\times10^{7}\, i)\, 2.71828^{-1.47431 t} + (3.72529\times10^{-9} + 6.73903\times10^{6}\, i)\\
&\quad 2.71828^{-0.291593 t} - (2.97422\times10^{6} - 3.55544\times10^{6}\, i)\, 2.71828^{(-0.117049-0.460924 i) t} +\\
&\quad (2.97422\times10^{6} + 3.55544\times10^{6}\, i)\, 2.71828^{(-0.117049+0.460924 i) t}\big) -\\
&0.000171409\, (1841.\, \mathrm{Cos}[t] + 5598.\, \mathrm{Sin}[t])
\end{aligned}
$$

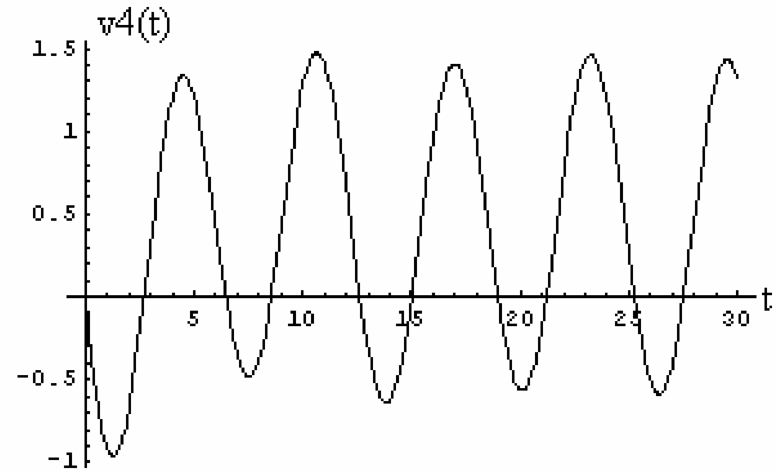
$V_5(t)=$

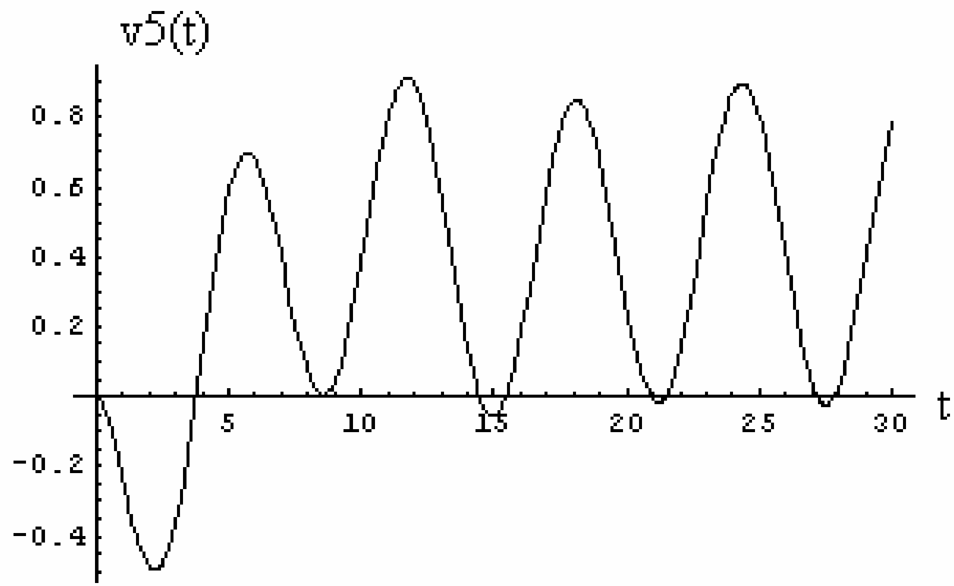
$$0.428571-(2.29575\times10^{-24}-3.4722\times10^{-8}\,i)\Big((1.16415\times10^{-9}+5.43733\times10^{6}\,i)\,2.71828^{-1.47431\,t}-(3.72529\times10^{-9}-1.6168\times10^{7}\,i)\,2.71828^{-0.291593\,t}-(3.86766\times10^{6}+12992.8\,i)\,2.71828^{(-0.117049-0.460924\,i)\,t}+(3.86766\times10^{6}-12992.8\,i)\,2.71828^{(-0.117049+0.460924\,i)\,t}\Big)-0.000171409\,(-1871.\,\mathrm{Cos}[t]+1856.\,\mathrm{Sin}[t])$$






v3(t)
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
5
10
15
20
25
30
t


v4(t)
1.5
1
0.5
-0.5
-1
5
10
15
20
25
30
t

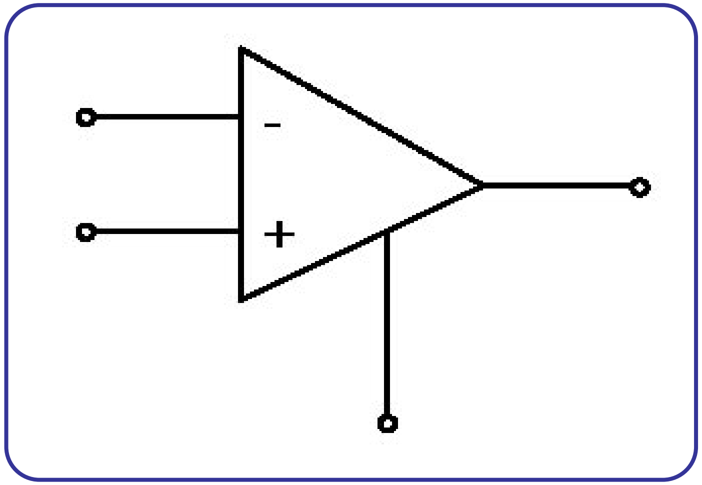

v5(t)
0.8
0.6
0.4
0.2
-0.2
-0.4
5
10
15
20
25
30
t

Metodo delle trasformate di Laplace

Presenza di multipoli

Amplificatori operazionali

- Gli **amplificatori operazionali** hanno nel dominio di Laplace le stesse relazioni costitutive che si hanno nel dominio del tempo. Mantengono quindi lo stesso simbolo



Dominio del tempo:

$$i_-(t)=0, \quad i_+(t)=0$$

$$v_-(t)-v_+(t)=0$$

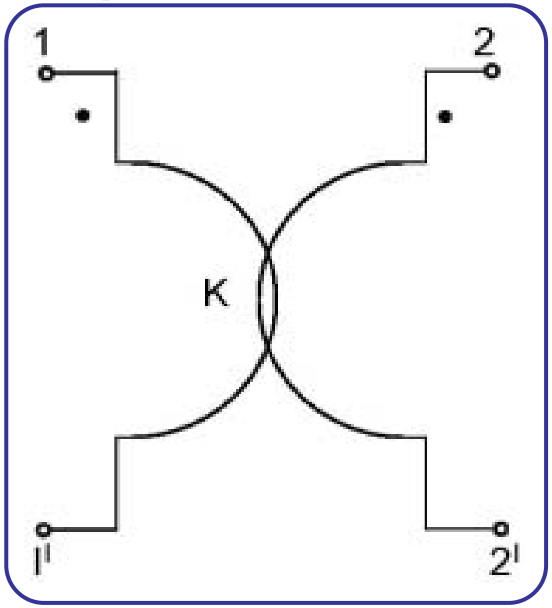
Dominio di Laplace:

$$I_-(s)=0, \quad I_+(s)=0$$

$$V_-(s)-V_+(s)=0$$

Trasformatori ideali

- I **trasformatori ideali** hanno nel dominio di Laplace le stesse relazioni costitutive che si hanno nel dominio del tempo. Mantengono quindi lo stesso simbolo



Dominio del tempo:

$$v_1(t) = k\ v_2(t)$$

$$k\ i_1(t) = -\, i_2(t)$$

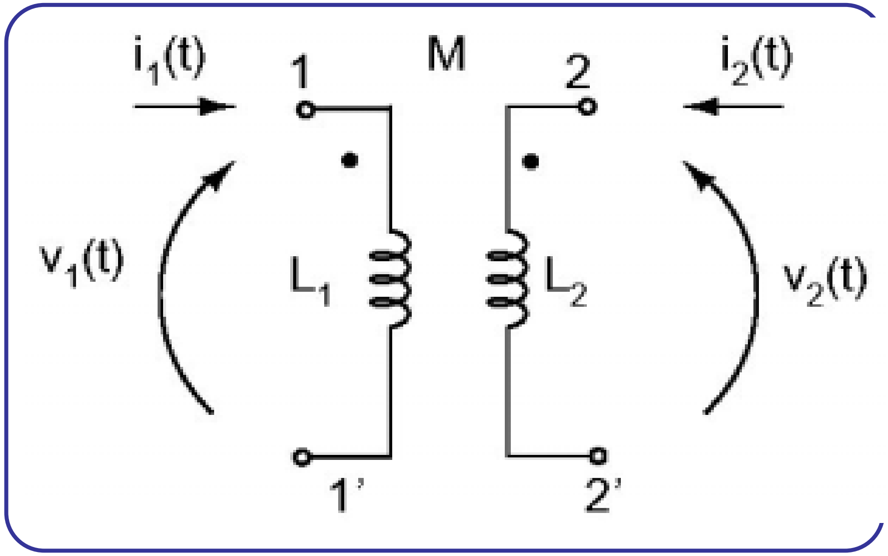
Dominio di Laplace:

$$V_1(s) = k\, V_2(s)$$

$$k I_1(s) = -\, I_2(s)$$

Trasformatori 1/2

- **Trasformatori** nel dominio del **tempo**

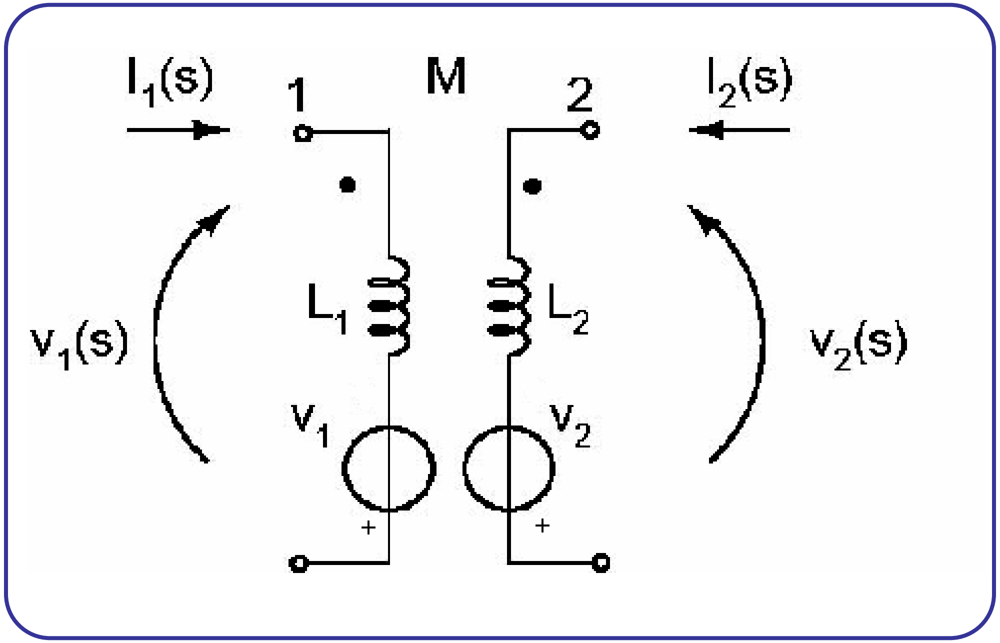


$$v_1(t) = L_1 \frac{d\, i_1(t)}{dt} + M \frac{d\, i_2(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = M \frac{d\, i_1(t)}{dt} + L_2 \frac{d\, i_2(t)}{dt}$$

Trasformatori 2/2

- **Trasformatori** nel dominio di **Laplace**



$$v_1 = L_1\, i_1(0_-) + M\, i_2(0_-)$$

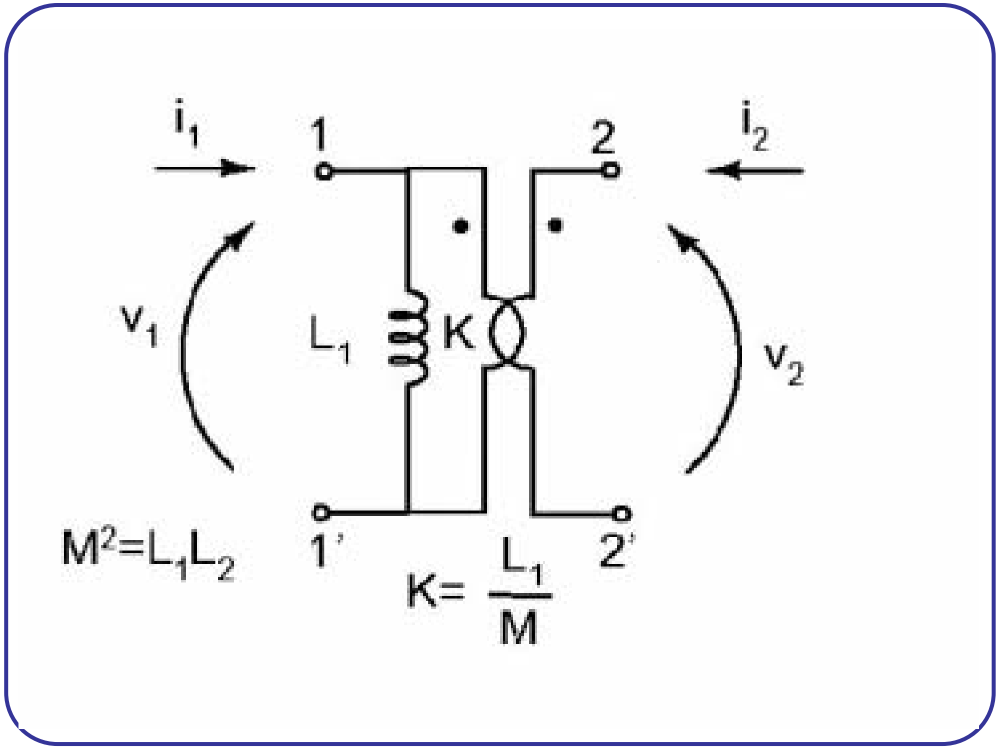
$$v_2 = M\, i_1(0_-) + L_2\, i_2(0_-)$$

$$V_1(s) = s L_1 I_1(s) + s M I_2(s) - v_1$$

$$V_2(s) = s M I_1(s) + s L_2 I_2(s) - v_2$$

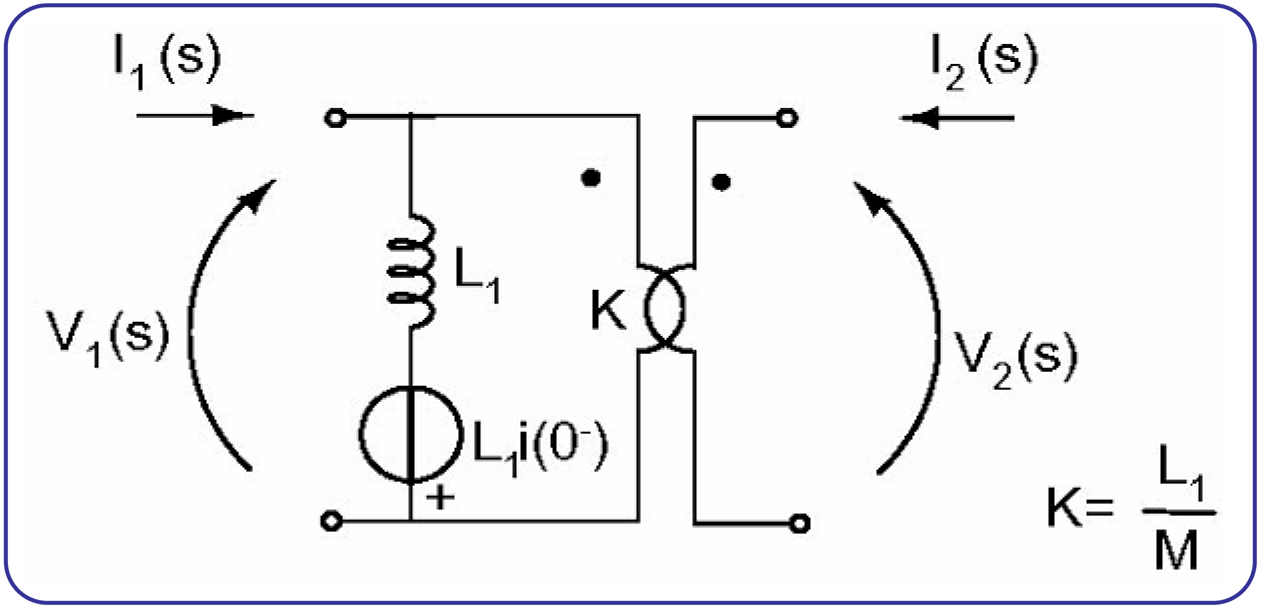
Trasformatori perfetti 1/2

- Trasformatore nel dominio del **tempo**
  - Per **trasformatori perfetti**, è preferibile usare il circuito



Trasformatori perfetti 2/2

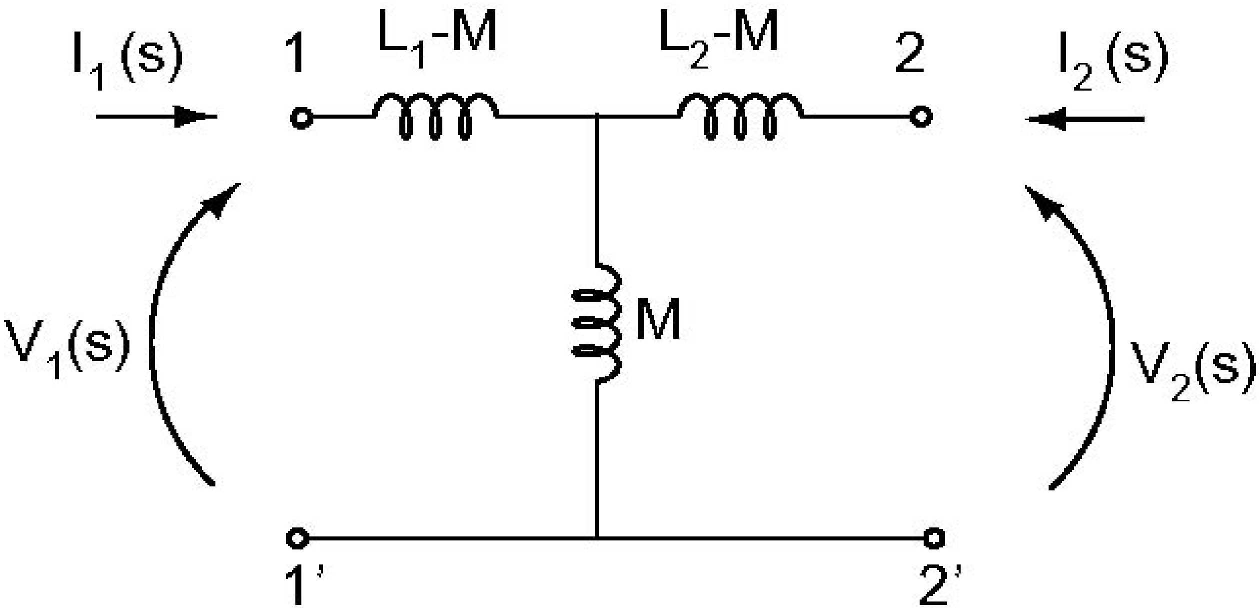
- Trasformatore nel dominio di **Laplace**
  – Per **trasformatori perfetti**, è preferibile usare il circuito



$$i(0_-) = i_1(0_-) + \frac{M}{L_1} i_2(0_-)$$

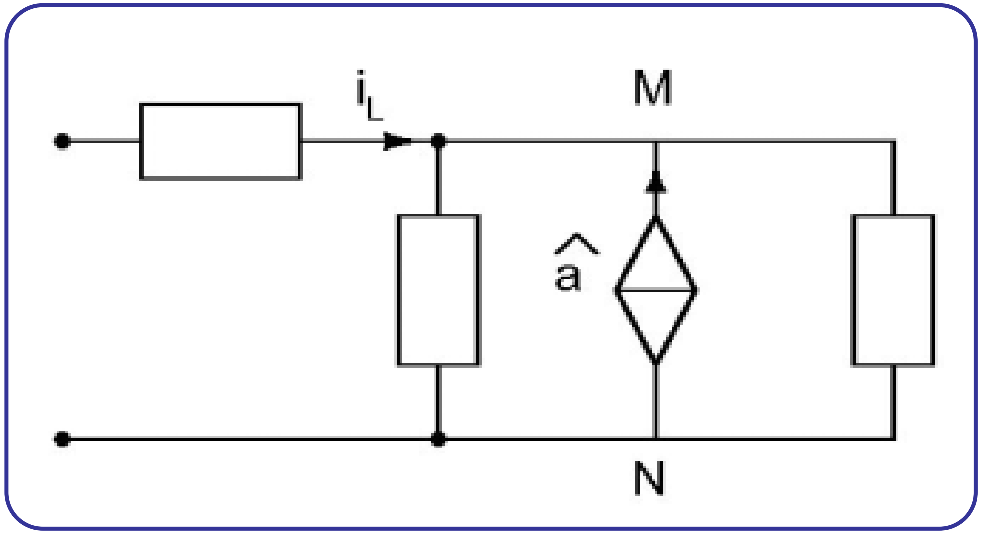
Trasformatore scarico

- **Trasformatore scarico** nel dominio di **Laplace**
  - Per trasformatori scarichi, è preferibile usare il circuito a T



Generatore pilotato 1/2

- Rete con **generatore pilotato** nel dominio del **tempo**
  – È interessante considerare il caso in cui il generatore dipendente ha relazione costitutiva con memoria



$$\hat{a} = P\,\frac{d\,i_L}{dt}$$

Generatore pilotato 2/2

- Rete con **generatore pilotato** nel dominio di **Laplace**
  - se $i_L(0_-)=I_o$:

$$\hat{a} = P\frac{d\,i_L}{dt} \Rightarrow \hat{A}(s) = s\,PI_L(s) - P\,I_o$$