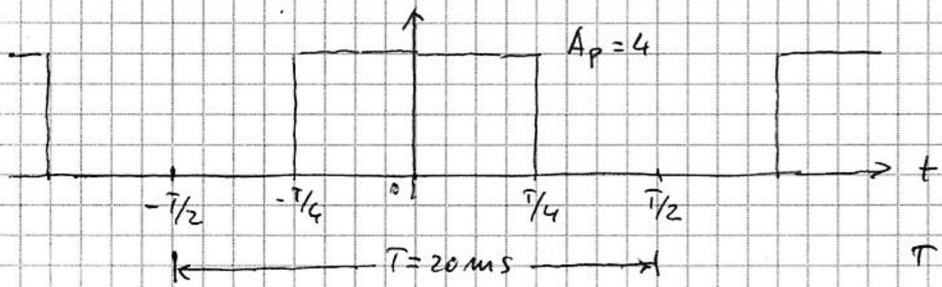
1)



$T = 20\,ms \rightarrow f = 50\,Hz$

a) L'ONDA QUADRA PERIODICA UNIPOLARE CON DUTY CYCLE DEL 50%
È DI TIPO PARI PERCHÈ RISULTA

$$f(t) = f(-t) \quad \forall t$$

CIOÈ SIMMETRICA RISPETTO ALL'ASSE VERTICALE $t=0$

b) IL VALOR MEDIO DELLA FUNZIONE È CHIARAMENTE $\frac{A_P}{2} = 2$ E CORRISPONDE AL TERMINE COSTANTE DELLO SVILUPPO IN SERIE

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_T f(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{-T/4}^{T/4} A_p\,dt = \frac{2A_p}{T}\int_0^{T/4} dt = \frac{2A_P}{T}\,t\Big|_0^{T/4} = \frac{2A_P}{T}\cdot\frac{T}{4} = \frac{A_P}{2} = 2$$

c) IN GENERALE LO SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER IN FORMA CARTESIANA È

$$f(t) = A_0 + \sum_1^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_1^{\infty} b_n \sin n\omega t$$

- A_0 è il valor medio (già calcolato)
- La funzione è pari $\rightarrow b_n = 0$
- La funzione è EMISIMMETRICA (presenta SIMMETRIA DI SEMIONDA) $\rightarrow$ quindi $\exists$ solo armoniche dispari, cioè $a_{2n} = 0$

X IL CALCOLO DEI COEFFICIENTI a_n (ampiezze delle varie armoniche)

$$a_n = \frac{2}{T}\int_T f(t)\cos n\omega t\,dt = \frac{4}{T}\int_{T/2} f(t)\cos n\omega t\,dt = \frac{4}{T}\int_0^{T/4} A_p \cos n\omega t\,dt$$

L'ES. NON RICHIEDEVA IL CALCOLO – PROSEGUENDO SI HA:

$$a_n = \frac{4A_P}{T}\,\frac{\sin n\omega t}{n\omega}\Big|_0^{T/4} = \frac{4A_P}{n\omega T}\sin n\omega\frac{T}{4} = \quad \begin{cases} \omega T = 2\pi \\ \omega\frac{T}{4} = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$= \frac{4A_P}{n2\pi}\sin n\frac{\pi}{2} = \frac{2A_P}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{2}$$

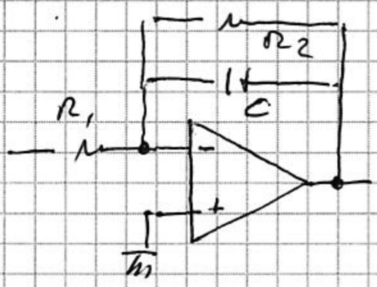
per $\begin{cases} n \text{ PARI} & \sin\frac{n\pi}{2} = 0 \\ n = 1 & a_1 = \frac{2A_P}{\pi} = \frac{8}{\pi} \\ n = 3 & a_3 = -\frac{2A_P}{3\pi} = -\frac{1}{3}\frac{8}{\pi} \\ n = 5 & a_5 = \frac{2A_P}{5\pi} = \frac{1}{5}\cdot\frac{8}{\pi} \\ n = 7 & a_7 = -\frac{2A_P}{7\pi} = -\frac{1}{7}\frac{8}{\pi} \end{cases}$

quindi risulta

$$f(t) = 2 + \frac{8}{\pi}\left[\cos\omega t - \frac{1}{3}\cos 3\omega t + \frac{1}{5}\cos 5\omega t - \frac{1}{7}\cos 7\omega t + \dots\right]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\cdot 50 = 100\pi \text{ rad/s}$$

2)



$R_1 = 5\,k\Omega$

$R_2 = 10\,k\Omega$

$C = 47\,nF$

a) $$Z_p = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{1+sR_2C} = \frac{10^4}{1+0{,}47\cdot10^{-3}s}$$

$R_2C = 10\cdot10^3\cdot47\cdot10^{-9} =$
$= 470\cdot10^{-6} = 0{,}47\cdot10^{-3}\,s$

secondi!

b) $$F(s) = -\frac{Z_p}{R_1} = -\frac{R_2/R_1}{1+sR_2C} = -\frac{2}{1+0{,}47\cdot10^{-3}s} = -\frac{2}{1+\frac{s}{2127{,}66}}$$

$\omega_p = \frac{1}{R_2C} = 2127{,}66\,s^{-1}$

c) IL CIRCUITO IN FIGURA È UN FILTRO PASSA BASSO INVERTENTE CON GUADAGNO 2 IN BANDA PASSANTE $|F(0)| = 2$

LA RISPOSTA IN FREQ. È LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO IN REGIME SINUSOIDALE, CIOÈ CON $s = j\omega$

$$F(j\omega) = -\frac{2}{1+j\frac{\omega}{\omega_p}}$$

IL MODULO DELLA FdT È

$$|F(j\omega)| = \frac{2}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}$$

IN BANDA PASSANTE, CIOÈ PER $\omega \ll \omega_p$ $|F(0)| = 2$

LA FREQ. DI TAGLIO È LA FREQ. ALLA QUALE IL GUADAGNO (MODULO DELLA FdT) SI RIDUCE DI 3 dB RISPETTO AL VALORE IN BANDA PASSANTE - CIOÈ:

$$|F(j\omega_T)| = \frac{|F(0)|}{\sqrt{2}}$$

$$-3\,dB = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

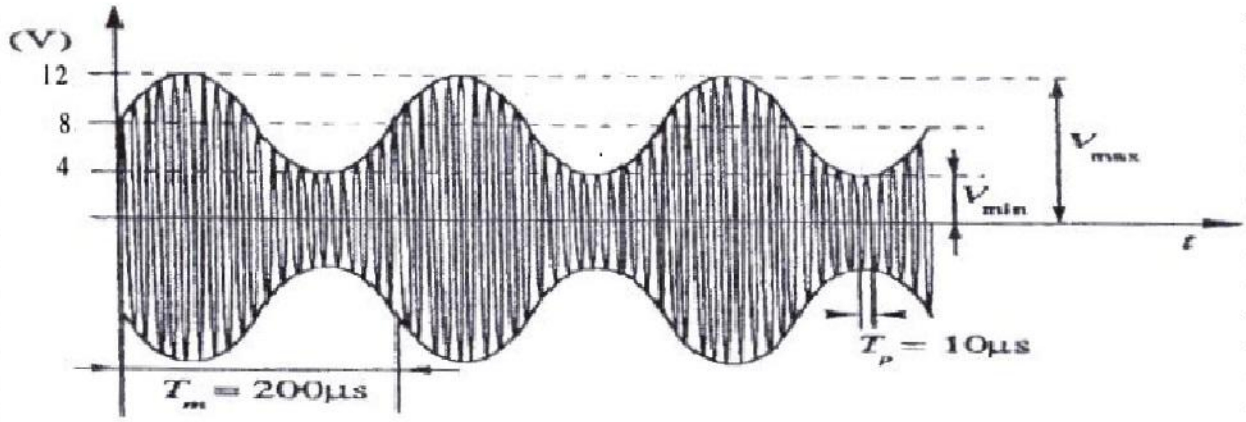
$$\left(20\log_{10}\frac{1}{\sqrt{2}} = -3\,dB\right)$$

PER $\omega = \omega_p$ RISULTA

$$|F(j\omega_p)| = \frac{2}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_p}{\omega_p}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{|F(0)|}{\sqrt{2}}$$

$$f_T = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{2127{,}66}{2\pi} = 338{,}63\,Hz$$

3



a) SI TRATTA DI UN SEGNALE MODULATO IN AMPIEZZA CON DOPPIA BANDA LATERALE E PORTANTE TRASMESSA AM (DSB-TC)

b) PORTANTE: AMPIEZZA $A_0 = 8\,V$

FREQUENZA $f_0 = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{10} = 100 \cdot 10^3 = 100\ kHz$

MODULANTE: (SUPPONENDO PARI A 1 LA COSTANTE DEL MODULATORE, K=1)

AMPIEZZA $V_M = 4\,V$

FREQUENZA $f_m = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{200 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6 \cdot 5}{200 \cdot 5} = 5 \cdot 10^3 = 5\ kHz$

CIO' CHE RISULTA CHIARAMENTE DALLA FIGURA È CHE L'INDICE DI MODULAZIONE m È DEL 50% $m = 0{,}5$ PERCHÉ:

$$V_{MAX} = A_0(1+m) \quad \text{CON } V_{MAX} = 12 \text{ e } A_0 = 8$$

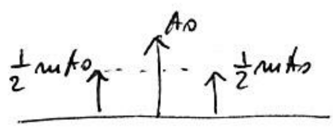
$$m = \frac{V_{MAX} - A_0}{A_0} = \frac{12-8}{8} = 0{,}5 = 50\%$$

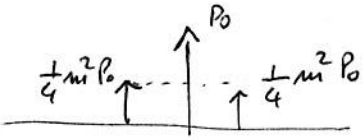
MENTRE L'AMPIEZZA DELLA MODULANTE SI PUÒ RICAVARE SOLO CONOSCENDO LA CARATTERISTICA K DEL MODULATORE - INFATTI:

$$m = \frac{K V_m}{A_0} \rightarrow V_M = \frac{m A_0}{K} = \frac{0{,}5 \cdot 8}{K}$$

IPOTIZZANDO $K = 1$ RISULTA $V_M = 4\,V$ -

c) GLI SPETTRI DELLE AMPIEZZE E DELLE POTENZE SONO





$(m = \frac{1}{2})$

LA POTENZA COMPLESSIVA È LA SOMMA DELLE POTENZE DELLE 3 COMPONENTI SPETTRALI A DIVERSE FREQ.

$$P_0 = \frac{1}{2}\frac{A_0^2}{R} = \frac{1}{2}\frac{8^2}{50} = \frac{64}{100}\,W$$

$$P_L = \frac{1}{2}\frac{(\frac{1}{2} m A_0)^2}{R} = \frac{1}{4} m^2 P_0 = \frac{1}{16} P_0 = \frac{4}{100}\,W$$

$$P_T = P_0 + 2P_L = \frac{64}{100} + \frac{8}{100} = \frac{72}{100}\,W = 0{,}72\,W$$