

Modulazioni analogiche

Obiettivo di competenza finale

comprendere i principi delle tecniche di modulazione di ampiezza, frequenza e fase e saper analizzare i principali parametri nel tempo e in frequenza dei segnali modulati, sapendo anche valutare le differenze tra le tre tecniche di modulazione

Sezione 12A

Modulazione d'ampiezza

obiettivo di competenza intermedio

Conoscere i vantaggi e le tecniche della modulazione d'ampiezza, sapendo anche descrivere analiticamente e graficamente le caratteristiche di un segnale AM e calcolare i parametri caratterizzanti di questa modulazione

Sezione 12B

Modulazioni angolari

obiettivo di competenza intermedio

conoscere i vantaggi e caratteristiche delle modulazioni angolari (FM e PM), sapendo anche descrivere analiticamente e graficamente le caratteristiche di un segnale FM e PM. Saper calcolare i parametri caratterizzanti le modulazioni angolari e sapere confrontare le due tecniche di modulazione angolari e confrontarle con la modulazione AM

Sezione 12C

Multiplicazione a divisione di frequenza (FDM)

obiettivo di competenza intermedio

comprendere le modalità per la trasmissione di molti segnali su un unico canale tramite modulazione analogica

AULADIGITALE

12A Scheda integrativa

12A.1 Principio di funzionamento dei modulatori AM

Problemi integrativi

Soluzioni

12B Lezione multimediale

12B.5 Confronto tra le modulazioni analogiche

Scheda integrativa

12B.1 Il demodulatore di frequenza a PLL

Problemi integrativi

Soluzioni

Nel libro

12A Teoria, test e problemi

Lezioni multimediali

12B Teoria, test e problemi

Lezioni multimediali

12C Teoria, test e problemi

SSB DSB-FC Potenza USB LSB Indice DSB-SC Portante Spettro
Modulazione
Demodulazione
 Involuppo Bande laterali modulazione d'ampiezza coerente AM
 QAM inviluppo normalizzata Modulante

PAROLE CHIAVE ►**Lezione
multimediale 12A.1**

I primi esperimenti di modulazione ebbero origine nel 1870 per poter inviare segnali audio su linee telefoniche (il segnale AM veniva chiamato "corrente ondulatoria"). La tecnica della modulazione d'ampiezza venne introdotta da **Reginald Fessenden** nel 1906 per le trasmissioni radio.

1. La modulazione

La trasmissione di segnali informativi tra due punti distanti tra loro è uno dei problemi centrali delle telecomunicazioni. La soluzione immediata è quella di inviare il segnale direttamente attraverso il mezzo trasmissivo senza modificarlo, ma semplicemente amplificandolo per compensare le perdite del canale e traducendolo nel segnale fisico opportuno se richiesto dalla natura del mezzo (ad esempio in segnale ottico se deve essere inviato in fibra ottica). Tale scelta è efficace solo in casi semplici, in generale per sistemi reali sorgono alcuni problemi:

- può capitare che le frequenze che compongono il segnale siano molto attenuate o disturbate nel passaggio attraverso il canale trasmissivo;
- se si vuole rendere efficiente il sistema è necessario usare il medesimo apparato per trasmettere più segnali, ma se questi hanno caratteristiche simili (ad esempio due o più segnali telefonici o musicali) un invio diretto sullo stesso canale creerebbe sovrapposizione con interferenza reciproca ineliminabile;
- se si vogliono utilizzare sistemi con antenna, le lunghezze d'onda di segnali di bassa frequenza quali quelli vocali o musicali hanno dimensioni dell'ordine delle decine di km; si è visto (sezione 10B) che per antenne a dipolo le dimensioni devono essere legate a tali lunghezze d'onda, ma per questi valori sarebbe irrealizzabile (oltre che assurdo) pensare di realizzare antenne di tali dimensioni.

Per queste ragioni si sono studiate tecniche di trasmissione che modifichino il segnale per adattarlo al canale di comunicazione, tra queste le modulazioni:

**Cos'è la
modulazione**

per **modulazione** si intende, in generale, un qualunque procedimento che, trasferisce l'informazione dalle sue frequenze originarie a frequenze alte che rendono più efficiente la trasmissione.

Ovviamente, in ricezione si dovrà effettuare un processo inverso (la **demodulazione**) che riporta il segnale dalle alte frequenze alle sue frequenze originali.

La traslazione in frequenza è ottenuta creando un legame tra il segnale informativo originale (**il segnale modulante**) e un parametro significativo di un altro segnale ad

alta frequenza (**l'onda portante**). Il segnale risultante da questa operazione viene chiamato **segnale modulato**. L'onda portante può essere analogica o digitale: nel primo caso si utilizza un'onda sinusoidale, nel secondo di un'onda quadra. Se si considera il caso semplice di onda portante sinusoidale, la cui espressione è:

$$p(t) = A_{pt} \cos(2\pi ft + \varphi) \quad \mathbf{1}$$

dove A_{pt} rappresenta l'ampiezza di picco, f la frequenza e φ la fase dell'onda portante sinusoidale, per effettuare la modulazione si modificano questi tre parametri dell'onda portante in funzione del segnale modulante.

In particolare, se l'ampiezza A_{pt} dell'onda non rimane costante ma varia in modo proporzionale al segnale modulante $m(t)$:

$$A_{pt} = k \cdot m(t) \quad \mathbf{2}$$

si ottiene la **modulazione d'ampiezza (AM: Amplitude Modulation)**.

Se la frequenza f dell'onda non rimane costante ma varia in modo proporzionale al segnale modulante $m(t)$:

$$\rightarrow \Delta f \quad f = k_f \cdot m(t) \quad \mathbf{3}$$

si ottiene la **modulazione di frequenza (FM: Frequency Modulation)**.

Infine se la fase φ dell'onda non rimane costante ma varia in modo proporzionale al segnale modulante $m(t)$:

$$\varphi = k_\varphi \cdot m(t) \quad \mathbf{4}$$

si ottiene la **modulazione di fase (PM: Phase Modulation)**.

Il risultato delle tre modulazioni può essere confrontato in **figura 1**, dove anche il segnale modulante è sinusoidale.

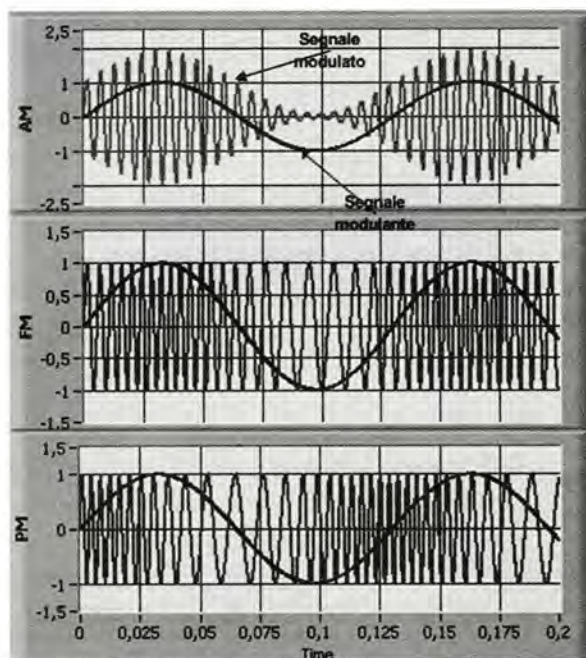


Figura 1

Andamento temporale di segnali modulati in AM, FM e PM.

**Lezione
multimediale** **12A.1**

2. La modulazione d'ampiezza (AM)

Si consideri un segnale informativo $m(t)$ che modifica l'ampiezza dell'onda portante sinusoidale $p(t)$. Ipotizzando per semplicità che la costante k della **2**, abbia valore unitario, la modulazione d'ampiezza consiste nel moltiplicare il segnale modulante con l'onda portante e può essere descritto nella forma matematica:

$$s(t) = m(t) \cdot \cos(2\pi f_{pt}) \quad \mathbf{5}$$

dove $s(t)$ è il segnale modulato ottenuto dopo l'operazione di modulazione e f_{pt} è la frequenza dell'onda portante.

Poiché ogni segnale può essere scomposto in una somma di sinusoidi, si può studiare la tecnica considerando il segnale modulante $m(t)$ sinusoidale estendendo successivamente le proprietà trovate al caso generale di un segnale informativo qualsiasi. Posto quindi

$$m(t) = A_{md} \cos(2\pi f_{md}t) \quad \mathbf{6}$$

La modulazione AM produce un segnale

$$s(t) = [A_{md} \cos(2\pi f_{md}t)] \cdot \cos(2\pi f_{pt}) \quad \mathbf{7}$$

Questo tipo di modulazione è noto come **modulazione a doppia banda laterale con portante soppressa DSB-SC** (*Dual Side Band – Suppressed Carrier*)

Per rendere più semplice il processo di demodulazione, si preferisce aggiungere a questo segnale anche l'onda portante: ciò permette in ricezione di avere un tono pilota che dà al ricevitore la possibilità di ricostruire l'onda portante utilizzata in trasmissione ed effettuare una facile ricostruzione del segnale informativo $m(t)$. In tale caso il segnale $s(t)$ può essere scritto:

$$\begin{aligned} s(t) &= A_{pt} \cos(2\pi f_{pt}t) + [A_{md} \cos(2\pi f_{md}t)] \cdot \cos(2\pi f_{pt}t) = \\ &= [A_{pt} + A_{md} \cos(2\pi f_{md}t)] \cdot \cos(2\pi f_{pt}t) \end{aligned} \quad \mathbf{8}$$

Si noti che la frequenza della portante f_{pt} è sempre molto maggiore delle frequenze del segnale modulante f_{md} .

Il secondo termine della **8** è la parte che contiene l'informazione, mentre il primo è utile solo ai fini della ricezione ma non contiene segnale modulante.

Diventa utile avere un parametro che fornisca una misura sia della profondità di misurazione sia del peso che ha la parte informativa rispetto al segnale portante.

Tale parametro è l'**indice di modulazione α** definito come rapporto tra l'ampiezza del segnale modulante e quello della portante trasmessa:

$$\alpha = \frac{A_{md}}{A_{pt}} \quad \mathbf{9}$$

Tale numero può anche essere espresso in percentuale e nel caso superi il valore 1 (o il 100%) si parla di **sovramodulazione**.

Applicando la **9** alla **8** si ottiene:

$$s(t) = A_{pt} [1 + \alpha \cos(2\pi f_{md}t)] \cdot \cos(2\pi f_{pt}t) \quad \mathbf{10}$$

In **figura 2** si mostra l'andamento dei segnali per due diversi indici di modulazione ($\alpha = 0,5$ e $\alpha = 1,5$).

Modulazione
DSB-SC

AULADIGITALE

Scheda integrativa 12A.1
Principio di funzionamento
dei modulatori AM

Indice di
modulazione

Come si può notare il segnale modulato ha la stessa frequenza della portante mentre i suoi picchi variano seguendo l'ampiezza del segnale modulante.

Se si considera la curva ideale che unisce i picchi positivi del segnale modulante (chiamata **inviluppo**) si nota che questa riproduce proprio l'informazione modulante, ma solo per $\alpha < 1$. Infatti nella **figura 2b** il segnale è sovramodulato, l'inviluppo attraversa l'asse dei tempi (in quegli istanti il segnale modulante ha un salto di fase di 180°), per cui la curva che unisce i picchi positivi è una distorsione del segnale modulante.

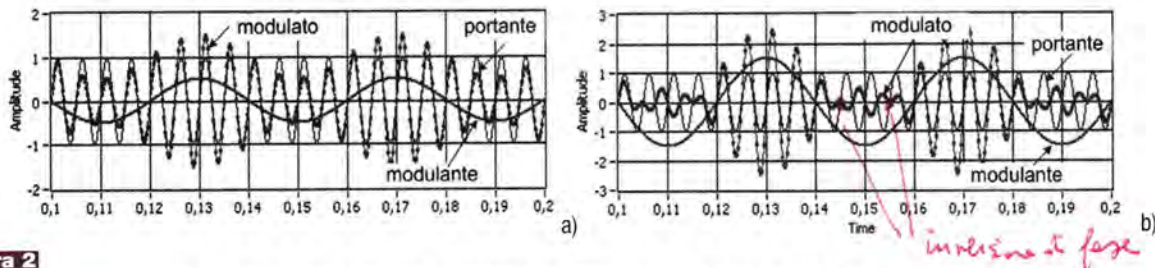


Figura 2

Andamento temporale di onda portante, segnale modulante e segnale modulato con $\alpha = 0,5$ (a) e $\alpha = 1,5$ (b).

Per questa ragione, quando in ricezione si usa un circuito in grado di estrarre l'inviluppo per ricostruire il segnale informativo, la modulazione non deve andare in sovrarmodulazione.

Modulazione DSB-TC

Questa tecnica di modulazione di ampiezza viene chiamata **modulazione a doppia banda laterale con portante trasmessa** (Dual Side Band - Transmitted Carrier **DSB-TC** o Dual Side Band - full Carrier **DSB-FC**).

Un modo pratico per calcolare l'entità dell'indice di modulazione, è quello di ricavarlo dalle misure dell'inviluppo del segnale modulato (**fig. 3**).

Infatti dalla **3** si ricava che il picco maggiore A dell'inviluppo è dato da:

$$A = A_{pt} + A_{md} \quad 11$$

Mentre il picco inferiore B è dato da:

$$B = A_{pt} - A_{md} \quad 12$$

Quindi si possono ricavare le ampiezze dei segnali portante e modulato:

$$A_{pt} = \frac{A + B}{2} \quad A_{md} = \frac{A - B}{2} \quad 13$$

e l'indice di modulazione α :

$$\alpha = \frac{A - B}{A + B} \quad 14$$

Indice di modulazione in funzione dei picchi dell'inviluppo

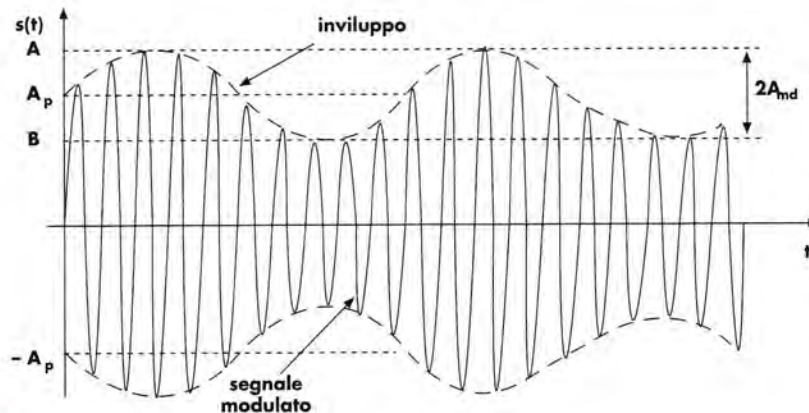


Figura 3

Inviluppo del segnale modulato.

Lezione multimediale 12A.3

3. Lo spettro del segnale modulato AM

Si consideri ancora il caso di segnale modulante sinusoidale, utilizzando la formula di Werner

$$\cos\gamma\cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\gamma + \beta) + \frac{1}{2}\cos(\gamma - \beta) \quad 15$$

e applicandola alla 10 si ricava

$$s(t) = A_{pt}\cos(2\pi f_{pt}t) + \frac{\alpha A_{pt}}{2}\cos[2\pi(f_{pt} + f_{md})t] + \frac{\alpha A_{pt}}{2}\cos[2\pi(f_{pt} - f_{md})t] \quad 16$$

Come si vede il segnale modulato è composto da tre termini: la portante e due componenti disposte simmetricamente rispetto ad essa, rispettivamente alle frequenze $f_{pt} + f_{md}$ e $f_{pt} - f_{md}$ e ridotte in ampiezza, rispetto ad A_{pt} , di un fattore $\alpha/2$ rispetto all'ampiezza della portante.

Anche nel caso generale di segnali modulanti qualsiasi, avviene la traslazione in frequenza attorno alla portante, in modo che un segnale limitato in banda superiormente alla pulsazione f_{max} genera un segnale modulato nella banda $[(f_{pt} + f_{max}) - (f_{pt} - f_{max})]$. Nella traslazione si riduce l'ampiezza (in tensione) del segnale modulante di $1/2$ infatti $\alpha A_{pt}/2 = A_{md}/2$.

In figura 4 si nota lo spettro di potenza (si tratta di potenze normalizzate; vedi il paragrafo 6) di due segnali modulati in AM con frequenza di portante $f_{pt} = 200$ Hz, nel caso a) con segnale modulante sinusoidale di frequenza $f_{md} = 25$ Hz, nel caso b) con un segnale qualsiasi avente $f_{max} = 50$ Hz.

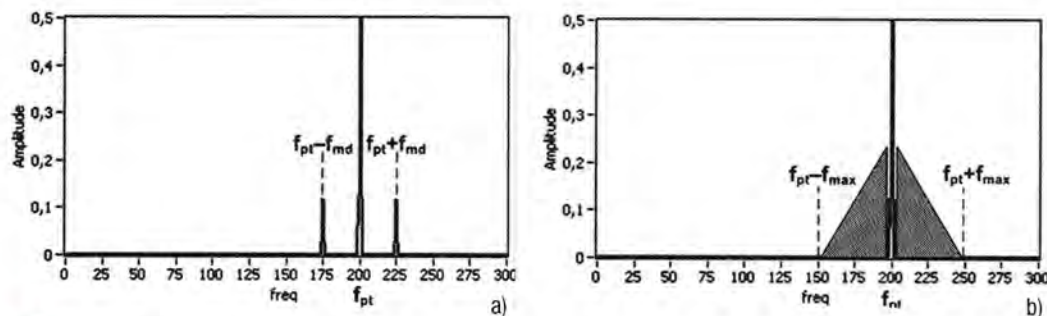


Figura 4

Spettro di un segnale modulato AM con segnale modulante sinusoidale di frequenza 25 Hz (a) e segnale modulante di frequenza massima 50 Hz (b).

Le due bande intorno alla portante sono chiamate **bande laterali** (SSB: *Single Side Band*), la superiore **Upper Side Band (USB)**, l'inferiore **Lower Side Band (LSB)**. Come si nota sono simmetriche e contengono le stesse informazioni spettrali.

Anche dall'analisi spettrale è possibile ricavare i parametri di segnale modulante. Infatti avendo a disposizione un **analizzatore di spettro** (strumento che misura ampiezze o potenze delle armoniche dei segnali in funzione della frequenza) è possibile ricavarne lo spettro.

Facendo riferimento alla figura 5, valida per modulante sinusoidale, e chiamando E_{LSB} e E_{USB} le ampiezze delle due righe laterali ed E_C l'ampiezza della riga della portante, si ricava che l'indice di modulazione α è dato da:

$$\alpha = \frac{E_{LSB} + E_{USB}}{E_C} = \frac{2 \cdot E_{LSB}}{E_C} \quad 17$$

Indice di modulazione in funzione dei valori dello spettro

e si ricavano le ampiezze dell'onda portante e del segnale modulante:

$$A_{pt} = E_C$$

$$A_{md} = 2E_{LSB}$$

18

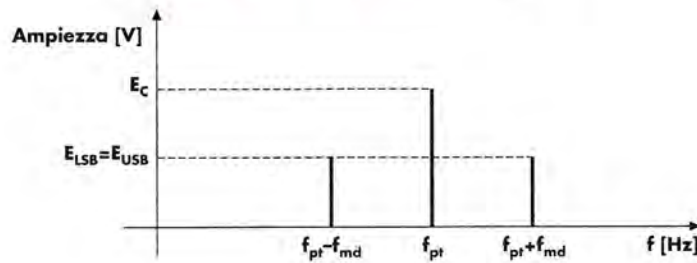


Figura 5

Analisi spettrale di un segnale modulato AM.

4. La demodulazione con demodulatore a inviluppo

Lezione multimediale **12A.4**

Si ha fedeltà in ricezione con modulante sinusoidale se $\alpha < 1$; con segnale modulante qualsiasi, l'ampiezza A_{pt} deve essere maggiore al modulo del massimo picco negativo di $m(t)$.

Nella trasmissione classica AM con trasmissione della portante e dei due spettri laterali del segnale modulato (DSB-TC) l'utilizzo sovrabbondante di banda e di potenza ha il vantaggio di richiedere un processo di demodulazione semplice, senza la necessità di conoscere o ricavare in ricezione la frequenza e la fase esatta della portante di ricezione.

Come si è visto in figura 2, l'andamento del segnale modulante, cioè dell'informazione, è dato dall'inviluppo positivo del segnale modulato. Con un semplice circuito in grado di rivelare l'inviluppo è quindi possibile in ricezione ricavare l'informazione.

Si è già ricordato che per non avere distorsioni l'inviluppo deve rimanere sempre positivo, non avere mai "attraversamenti di zero". Se ciò avviene il rivelatore di inviluppo estrarrebbe un segnale distorto rispetto all'informazione trasmessa.

La condizione per avere fedeltà in ricezione è che l'indice di modulazione sia minore di 1 se il segnale modulante è sinusoidale, per un segnale qualsiasi che il picco dell'onda portante trasmessa sia maggiore o uguale al modulo del picco negativo del segnale modulante.

Un semplice esempio di **demodulatore ad inviluppo** è rappresentato in figura 6 ed è costituito da un circuito composto principalmente da un diodo D_1 seguito dal parallelo di un condensatore C_1 e di una resistenza R_1 , seguiti da un circuito C_2 - R_2 di tipo serie.

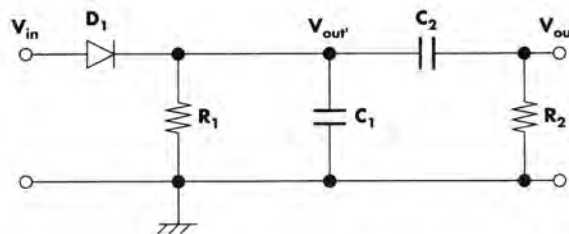


Figura 6

Demodulatore ad inviluppo.

Il diodo permette al condensatore C_1 di caricarsi durante i tempi in cui il segnale modulato cresce fino ai suoi picchi, successivamente la rapidità della variazione dell'onda rispetto ai tempi di scarica del condensatore interdice il diodo ed il condensatore si scarica con una costante di tempo pari a $R_1 C_1$ fino a che la sua tensione

è superiore a quella dell'onda modulata, per poi ricaricarsi seguendo il successivo picco modulato, come si vede in figura 7.

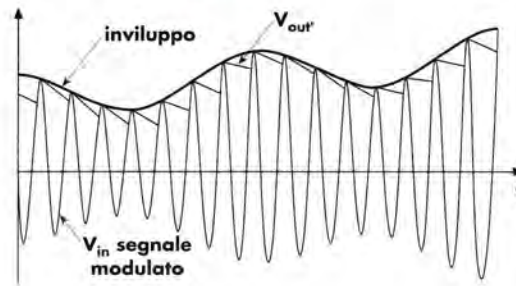


Figura 7

Segnale demodulato dal demodulatore ad inviluppo.

Il circuito C_2 - R_2 elimina la componente continua di traslazione dell'involuppo, spostando le variazioni del segnale di uscita intorno al valore "0".

Il segnale risultante è quindi una curva che riproduce l'involuppo a meno dei transitori di scarica e di carica del condensatore. Questi comunque sono segnali di frequenza pari alla portante, cioè molto superiore alla frequenza del segnale modulante. Si possono perciò eliminare ponendo in cascata al demodulatore un semplice filtro passa-basso (non presente nella figura 6).

Il valore della costante di tempo τ_1 (data dal prodotto $R_1 C_1$) deve essere tale da permettere la scarica del condensatore per inseguire l'involuppo, ma anche superiore ai tempi dell'onda portante per impedire che il condensatore segua le variazioni di quest'ultima. Una regola pratica indicata da numerosi testi e manuali di laboratorio consiglia di porre:

$$\frac{1}{f_{pt}} \ll \tau_1 = R_1 \cdot C_1 \leq \frac{1}{5 \cdot f_{max}}$$

19

ove f_{max} è il valore di frequenza massima (o di banda) del segnale modulante. I valori di R_2 e C_2 devono essere molto maggiori rispettivamente di R_1 e C_1 .

5. La demodulazione coerente

Lezione multimediale **12A.2**

La tecnica di demodulazione esaminata sopra richiede la necessità di ricevere la portante con ampiezza (e potenza) elevata. Vi è però la possibilità di trasmettere solo il segnale modulato senza portante per risparmiare potenza, ricorrendo alla modulazione **DSB-SC**.

Per poter ricostruire l'informazione in ricezione si effettua un'operazione di moltiplicazione tra segnale modulato ed una sinusoide avente la stessa frequenza e fase della portante di trasmissione.

Tale tecnica si chiama **demodulazione coerente** in quanto la sinusoide di ricezione deve possedere la stessa frequenza e fase (reale e non solo nominale) della portante di trasmissione.

Si consideri il segnale dato dalla **7**:

$$s(t) = [A_{md} \cos(2\pi f_s t)] \cdot \cos(2\pi f_{pt} t) \quad \text{20}$$

Se esso viene moltiplicato per una sinusoide di frequenza e fase identica alla portante (e per semplicità di ampiezza unitaria) si ottiene:

$$\begin{aligned} g(t) &= [A_{md} \cos(2\pi f_{md} t)] \cdot \cos(2\pi f_{pt} t) \cdot \cos(2\pi f_{pt} t) = \\ &= [A_{md} \cos(2\pi f_{md} t)] \cdot \cos^2(2\pi f_{pt} t) \end{aligned} \quad \text{21}$$

Segnale demodulato con tecnica coerente

Ricordando le formule di bisezione:

$$\cos^2(\gamma) = \frac{1 + \cos(2\gamma)}{2} \quad 22$$

si ottiene:

$$\begin{aligned} g(t) &= [A_{md} \cos(2\pi f_{md}t)] \cdot \left[\frac{1 + \cos(2\pi 2f_{pt}t)}{2} \right] = \\ &= \left[\frac{A_{md} \cos(2\pi f_{md}t)}{2} \right] + \underbrace{[A_{md} \cos(2\pi f_{md}t)] \cdot \cos(2\pi f_{pt}t)}_{\text{secondo termine}} \end{aligned} \quad 23$$

La DSB-TC è facilmente demodulabile perché contiene la portante. La DSB-SC, non trasmettendo la portante, permette di risparmiare potenza ma richiede un demodulatore più complesso.

Il primo termine coincide con il segnale modulante (a meno di un fattore 1/2 che può essere compensato con un'amplificazione), mentre il secondo è un nuovo segnale modulato ad una frequenza doppia di quella della portante. Se si elimina quest'ultimo contributo (situato ad altissima frequenza) con un filtro passa basso si ottiene esattamente l'informazione trasmessa.

Il limite di questa demodulazione è la necessità di utilizzare una portante di frequenza e fase identiche a quella usata nel processo di modulazione, anche in casi nei quali la modulazione e la demodulazione avvengono in apparati che si trovano a distanze notevoli tra loro.

Per risolvere questo problema spesso si reinserisce dopo l'operazione di modulazione una piccola porzione di portante (spesso sotto forma di burst: pochi periodi in un tempo limitato) che serva da riferimento per il demodulatore coerente.

6. La potenza nella modulazione d'ampiezza

Tecnica DSB-SC

Lezione multimediale **12A.3**

Per il calcolo della potenza del segnale modulato DSB-SC occorre valutare la potenza di ciascuno dei due spettri laterali (LSB e USB).

Si consideri il caso semplificato in cui il segnale modulante $m(t)$ sia una sinusoide:

$$m(t) = A_{md} \cos(2\pi f_{md}t) \quad 24$$

e sapendo che la portante è anche una sinusoide che supponiamo di ampiezza unitaria:

$$p(t) = \cos(2\pi f_{pt}t) \quad 25$$

Lo spettro del segnale modulato è formato da due armoniche di ampiezza $(A_{md})/2$ e posizionate rispettivamente in frequenza a $(f_{pt} + f_{md})$ e a $(f_{pt} - f_{md})$.

Sapendo che la **potenza di segnale** di una sinusoide $f(t)$ (o **potenza normalizzata**, cioè misurata su una resistenza unitaria) è data da:

Potenza normalizzata di sinusoide

media

$$\overline{f^2(t)} = \frac{(\text{ampiezza}_{picco})^2}{2} \quad 26$$

poiché le due armoniche hanno uguale ampiezza (ed inoltre il loro prodotto incrociato ha valor medio nullo), si ottiene che la potenza del segnale modulato $s(t)$ che diremo potenza trasmessa Π_{TR} è:

Potenza del segnale modulato DSB-SC

$$\Pi_{TR} = \overline{s(t)^2} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{A_{md}}{2}\right)^2}{2} = \frac{(A_{md})^2}{4} \quad 27$$

Mentre la potenza normalizzata del segnale modulante risulta:

$$\Pi_{md} = \frac{A_{md}^2}{2} \quad 28$$

Si definisce **rapporto di trasferimento** della modulazione DSB-SC il rapporto tra potenza trasmessa e potenza del segnale modulante:

**Rapporto di
trasferimento**

$$\mu_{DSB-SC} = \frac{\Pi_{TR}}{\Pi_{md}} = \frac{1}{2} \quad 29$$

Si può notare come la potenza del segnale modulato sia la metà di quello del segnale non modulato; si può quindi dire che *il rapporto di trasferimento teorico massimo è del 50%*. Tale considerazione può essere estesa anche a segnali modulanti qualsiasi.

■ Tecnica DSB-TC

Per il calcolo della potenza del segnale modulato DSB-TC, oltre alla potenza di ciascuno dei due spettri laterali (LSB e USB) occorre sommare anche la potenza dell'onda portante. Si consideri ancora il caso semplificato in cui il segnale modulante e la portante sono sinusoidali. In queste condizioni lo spettro del segnale modulato è formato da due armoniche di ampiezza $(\alpha A_{pt})/2$ e posizionate rispettivamente in frequenza a $(f_{pt} + f_{md})$ e a $(f_{pt} - f_{md})$ e dalla portante trasmessa di ampiezza A_{pt} . La potenza normalizzata della portante sinusoidale $p(t)$ è data da:

**Potenza della
portante
trasmessa**

$$\Pi_{pt} = \overline{p(t)^2} = \frac{A_{pt}^2}{2} \quad 30$$

La potenza dei due spettri laterali cioè dell'informazione trasmessa è data da

**Potenza
dell'informazione
trasmessa**

$$\Pi_{BL} = \Pi_{USB} + \Pi_{LSB} = \overline{g^2(t)} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{\alpha A_{pt}}{2}\right)^2}{2} = \frac{(\alpha A_{pt})^2}{4} \quad 31$$

Mentre la potenza totale trasmessa del segnale modulato $s(t)$ risulta:

**Potenza totale
trasmessa
DSB-TC**

$$\Pi_{TR} = \overline{s^2(t)} = \frac{(A_{pt})^2}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right) \quad 32$$

Ottenuta sommando le potenze dei singoli termini della **16** o sommando Π_{BL} e Π_{pt} . Se si definisce **rendimento di modulazione** (o **efficienza di trasmissione**) η_{TR} il rapporto tra la potenza del segnale informativo e la potenza totale trasmessa:

**Rendimento di
modulazione**

$$\eta_{TR} = \frac{\Pi_{BL}}{\Pi_{TR}} \quad 33$$

si ricava:

$$\eta_{TR} = \frac{\frac{(\alpha \cdot A_{pt})^2}{4}}{\frac{(A_{pt})^2}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right)} = \frac{\frac{\alpha^2}{2}}{\frac{2 + \alpha^2}{2}} = \frac{1}{\frac{2}{\alpha^2} + 1} \quad 34$$

Sapendo che la tecnica DSB-SC richiede che l'indice di modulazione non superi il valore 1 (o il 100%), si ricava che il rendimento massimo si ha proprio nel caso limite di $\alpha = 1$ e vale 33,3%. *Questa tecnica è quindi poco efficiente dal punto di vista energetico*, in quanto gran parte della potenza trasmessa è spesa per inviare l'onda portante, e non l'informazione. D'altra parte, tale dispersione di potenza permette in ricezione di demodulare con semplicità senza la necessità di avere un segnale coerente con l'onda portante di partenza.

Esempio 1

Riprendendo lo spettro di potenza di figura 4a si vede che la potenza normalizzata della portante è $\Pi_{pt} = 0,5$ e quindi applicando la 30 si trova che l'ampiezza (valore di picco) della portante sinusoidale risulta:

$$A_{pt} = \sqrt{2\Pi_{pt}} = 1 \text{ V}_p$$

Analogamente l'ampiezza di picco della modulante si può ricavare osservando che dal grafico si legge $\Pi_{USB} = \Pi_{LSB} \approx 0,113 \text{ V}^2$ e quindi per la 31:

$$\Pi_{USB} = \Pi_{LSB} = \frac{(\alpha A_{pt})^2}{8} \Rightarrow \alpha A_{pt} = A_{md} = \sqrt{0,113 \cdot 8} \approx 0,95 \text{ V}$$

7. La tecnica SSB

Dall'analisi degli spettri si è notato che i due spettri laterali USB e LSB contengono entrambi lo spettro del segnale modulante, quindi la presenza di una sola delle due bande permette la ricostruzione del segnale modulante. Si approfitta di questo fatto per limitare la banda del segnale modulato, riducendo in questo modo l'occupazione di banda di ogni messaggio trasmesso.

Una modulazione di questo tipo è detta a **banda laterale unica** (*Single-Side Band: SSB*) e si distingue in **USB** (*Upper-Side Band*) e **LSB** (*Lower-Side Band*) a seconda che venga trasmessa la banda laterale superiore o la banda laterale inferiore. La modulazione SSB può essere ottenuta dalla DSB-SC filtrando l'uscita del modulatore con un filtro passa-banda accordato sulla banda di frequenze che devono essere lasciate transitare.

La tecnica SSB è spesso utilizzata per inviare due segnali con la stessa portante separandoli attraverso opportuni filtri passa-banda in due spettri laterali modulati posizionati uno nella regione di frequenza inferiore alla frequenza della portante e l'altro nella regione di frequenza superiore.

In figura 8 è riportato lo schema a blocchi di un sistema di trasmissione in grado di trasmettere due segnali con la stessa portante in modulazione AM SSB-SC e gli spettri dei due segnali modulati, supposti di pari ampiezza di banda.

Per quel che riguarda la potenza, dalle formule utilizzate per lo studio della DSB-SC si può ricavare che essendovi un solo spettro laterale la potenza del segnale modulato $s(t)$ è la metà di quello espresso dalla 27:

Potenza del
segnale modulato
SSB-SC

$$\Pi_{TR} = \overline{s(t)^2} = \frac{\left(\frac{(A_{md})^2}{2}\right)}{2} = \frac{(A_{md})^2}{8}$$

35

In questo caso, si ricava che la potenza del segnale modulato è 1/4 di quello del segnale non modulato, si può quindi dire che *il rapporto di trasferimento teorico massimo è del 25%*.

Tale considerazione può essere esteso anche a segnali modulanti qualsiasi.

Quindi la tecnica SSB rispetto alle altre tecniche DSB *ha il vantaggio di utilizzare sia metà della potenza che metà della banda*: dove il problema del demodulatore coerente non è vincolante in termini di costi, nei sistemi di alta capacità informativa (reti telefoniche, trasmissione dati) si utilizza questa tecnica.

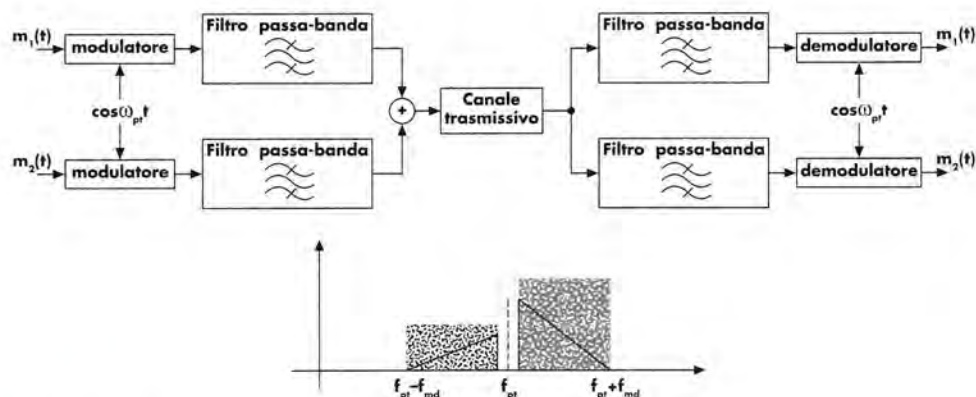


Figura 8

Schema a blocchi del sistema di trasmissione AM-SSB (a) e spettro del segnale modulato (b).

8. La tecnica con portanti in quadratura (QAM)

Nel paragrafo 5 relativo alla demodulazione DSB-SC coerente si è dimostrato che l'operazione di demodulazione può essere effettuata mediante un'operazione di moltiplicazione del segnale modulato per una portante di ricezione coerente in frequenza e fase con la portante di trasmissione.

Se la portante di ricezione ha un errore di fase ϕ rispetto alla portante di trasmissione, cioè ha espressione

$$p(t) = A_{pt} \cdot \cos(2\pi f_{pt}t + \phi) \quad 36$$

applicando il medesimo procedimento seguito nelle formule 21 e 23, applicando in luogo della formula di bisezione quella di Werner

$$\cos\gamma \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\gamma + \beta) + \cos(\gamma - \beta)] \quad 37$$

si ottiene che il segnale d'uscita $g(t)$ è composto dai seguenti termini:

$$g(t) = m(t) \cdot \cos(\phi) + m(t) \cdot \cos(2\omega_{pt}t + \phi) \quad 38$$

Filtrando, come nel paragrafo citato, il secondo termine, si ha in uscita l'informazione trasmessa moltiplicata per un termine costante determinato dall'errore di fase:

$$g(t) = m(t) \cdot \cos(\phi) \quad 39$$

Quindi è evidente che *un errore di fase comporta una riduzione dell'ampiezza (e della potenza) del segnale ricevuto* (ricordare che il coseno vale come massimo 1). Un'applicazione di questo risultato viene effettuata nella taratura di sistemi AM coerenti: inviando un segnale campione, si regola la fase della portante di ricezione fino ad ottenere il massimo della potenza del segnale ricevuto.

Un caso che merita attenzione è quello in cui la portante di ricezione anziché cosinusoidale sia sinusoidale coerente in frequenza e fase con la portante cosinusoidale di

Segnale
demodulato con
errore di fase
della portante

Segnale
demodulato
e filtrato con
errore di fase

trasmissione: l'errore di fase è di 90° , quindi *l'uscita è nulla*. Analogo risultato si ottiene nel caso di portante di trasmissione sia sinusoidale e la portante di ricezione cosinusoidale.

Tali risultati permettono di inviare contemporaneamente due segnali sulla stessa banda modulati con due portanti di medesima frequenza ma in quadratura tra di loro. La differenza di fase tra le portanti impedisce interferenze nella ricezione dei due segnali. In ricezione ogni segnale dovrà essere demodulato dalla portante coerente con quella di trasmissione e affinché questa condizione si verifichi entrambe le bande laterali devono essere ricevute, le modulazioni devono essere quindi DSB.

In **figura 9** è riportato lo schema a blocchi di un sistema di trasmissione in grado di trasmettere due segnali con due portanti in quadratura in modulazione AM DSB-SC.

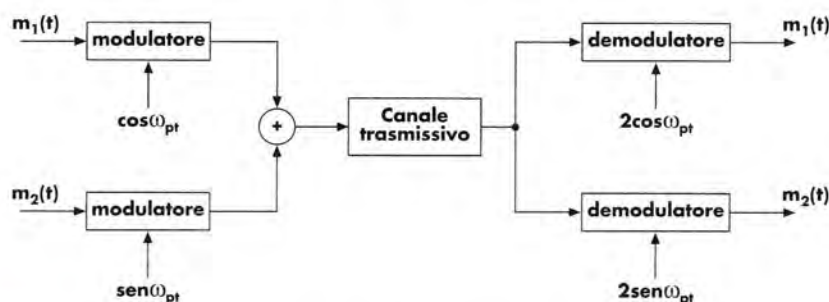


Figura 9

Schema a blocchi del sistema di trasmissione AM con portanti in quadratura.

La QAM è molto usata per la trasmissione di segnali digitali e sfrutta le portanti in quadratura per trasmettere due segnali in contemporanea nella stessa banda.

Tale tecnica viene chiamata **modulazione d'ampiezza con portanti in quadratura (QAM: quadrature amplitude modulation)**, per le sue caratteristiche è molto utilizzata nelle modulazione d'ampiezza digitali per inviare pacchetti di bit (nelle applicazioni di collegamenti dati sia su rete fissa che wireless).

Un problema può sorgere se il mezzo trasmissivo modifica lo spettro del segnale modulato che viene inviato. Tale alterazione oltre a distorcere i singoli segnali può aggiungere interferenze tra i due segnali modulati in quadratura. Per questo motivo in ricezione occorre avere dispositivi che compensano le distorsioni del canale.

Facciamo il punto

Modulazione d'ampiezza (AM)

Cos'è la modulazione AM
l'informazione fa variare l'ampiezza di un segnale portante

le tecniche

la demodulazione

- **coerente (DSB-SC)**: richiede la portante in ricezione
- con **demodulatore ad inviluppo (DSB-TC)**: richiede $\alpha < 1$

alcuni parametri caratteristici

- **DSB-TC** doppia banda laterale con portante trasmessa
- **DSB-SC** doppia banda laterale con portante soppressa
- **SSB** singola banda laterale
- **QAM** trasmissione con portanti in quadratura

lo spettro

Traslazione dello spettro base (bilatero) intorno alla frequenza della portante

Indice di modulazione

$$\alpha = \frac{A_{md}}{A_{pt}}$$

Rendimento di modulazione (DSB-TC)

$$\eta_{TR} = \frac{1}{\alpha^2 + 1}$$

Test

- Par. 2 **1** L'indice di modulazione di una modulazione AM è dato da:
 a ☐ rapporto tra ampiezza del segnale modulante e ampiezza del segnale portante;
 b ☐ rapporto tra ampiezza del segnale modulante e ampiezza del segnale modulato;
 c ☐ rapporto tra ampiezza del segnale modulato e ampiezza del segnale portante;
 d ☐ rapporto tra variazione picco-picco della frequenza del segnale modulato e frequenza del segnale modulante.
- Parr. 1, 2 e 3 **2** Si determini quale delle seguenti affermazioni è falsa, riguardo alla modulazione AM:
 a ☐ la fase della portante è indipendente dal segnale modulato;
 b ☐ la frequenza della portante dipende dall'ampiezza del segnale modulato;
 c ☐ la banda del segnale modulato è proporzionale alla banda del segnale modulante;
 d ☐ l'ampiezza massima del segnale modulato aumenta all'aumentare dell'indice di modulazione.
- Par. 5 **3** Un demodulatore coerente effettua un'operazione di:
 a ☐ divisione tra segnale modulato $m(t)$ e portante $p(t)$;
 b ☐ somma di segnale modulato $m(t)$ e portante $p(t)$;
 c ☐ estrazione dell'involuppo di $m(t)$;
 d ☐ moltiplicazione del segnale modulato $m(t)$ con la portante $p(t)$.
- Par. 6 **4** Un modulatore AM ha indice di modulazione del 40%, il rendimento di modulazione vale:
 a ☐ 7,4%;
 b ☐ 16%;
 c ☐ 16,7%;
 d ☐ 40%.
- Par. 9 **5** Una modulazione con portanti in quadratura permette di trasmettere al meglio:
 a ☐ non più di un segnale per ogni frequenza della portante;
 b ☐ non più di tre segnali per ogni frequenza della portante;
 c ☐ un segnale per portante seno e una per portante coseno;
 d ☐ due segnali per portante seno e due per portante coseno.

Problemi svolti



Problemi integrativi

Il numero dei pallini ● indica il grado di difficoltà.

- Par. 2 **1** In una misura di un segnale AM DSB-TC su oscilloscopio, si misurano i valori massimo e minimo dell'involuppo positivo $A = 25$ V, $B = 5$ V. Determinare l'indice di modulazione, l'ampiezza della portante, l'ampiezza della modulante e la frequenza della portante.

Soluzione

Applicando la **13** si trovano subito i valori delle ampiezze di portante e di modulante:

$$A_{pt} = \frac{25 + 5}{2} = 15 \text{ V} \quad A_{md} = \frac{25 - 5}{2} = 10 \text{ V}$$

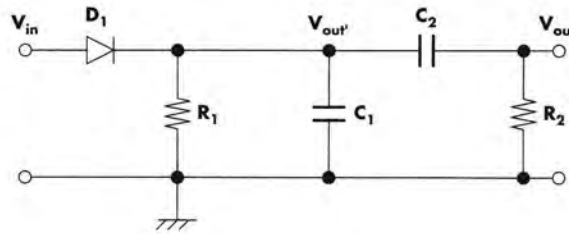
Applicando la **14** si trova l'indice di modulazione:

$$\alpha = \frac{25 - 5}{25 + 5} = \frac{2}{3} = 66,7\%$$

Non è possibile trovare la frequenza della portante in quanto i dati si riferiscono solo alle ampiezze, per ricavare la frequenza è necessario avere misure dei tempi di variazione del segnale.

- Parr. 3 e 4 **2** In un sistema di trasmissione AM con portante trasmessa, il segnale modulante è sinusoidale di potenza 10 dB_m su resistenza di 50Ω e di frequenza 100 kHz . Calcolare la potenza minima ricevuta dal demodulatore ad involuppo e si progetti quest'ultimo.

Figura P1

**Soluzione**

Ricordando la definizione di dBm (sezione 6B), la potenza del segnale modulante è:

$$P = 10^{\frac{10 \text{ dBm}}{10}} = 10 \text{ mW}$$

La potenza normalizzata è:

$$\overline{m^2(t)} = P \cdot R_{Load} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 50 = 0,5 \text{ V}^2$$

da cui si ricava l'ampiezza

$$A_{md} = \sqrt{2 \cdot \overline{m^2(t)}} = 1 \text{ V}$$

Per poter demodulare correttamente con il demodulatore a inviluppo si deve avere $\alpha \leq 1$, per avere la minima potenza α dovrà essere uguale a 1, quindi $A_{pt} = A_{md} = 1 \text{ V}$.

Applicando la 32 estesa ad un carico di 50Ω si ha:

$$P_{min} = \frac{(A_p)^2}{2 \cdot R_{Load}} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right) = 11,25 \text{ mW}$$

Per il progetto del demodulatore applicando la 19, sapendo che $f_{max} = 100 \text{ kHz}$ e $R_1 = 50 \Omega$, si ricava

$$C_1 = \frac{1}{5 \cdot R_1 \cdot f_{max}} = 40 \text{ nF} \quad (\text{il valore commerciale più vicino è di } 39 \text{ nF})$$

Deve essere $C_2 \gg C_1$ quindi $C_2 = 3,9 \mu\text{F}$, $R_2 \gg R_1$ quindi $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$.

Par. 6



3 Nel segnale del problema 1 calcolare la potenza totale e quelle della componente LSB e della componente USB, misurate su un carico $R_{Load} = 25 \Omega$.

Soluzione

Applicando la 32 si trova la potenza totale normalizzata (cioè su una resistenza unitaria)

$$\Pi_{TR} = \overline{s^2(t)} = \frac{(A_{pt})^2}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right) = \frac{15^2}{2} \left(1 + \frac{0,667^2}{2}\right) = 137,5 \text{ V}^2$$

Sapendo che la potenza reale si calcola dividendo la potenza normalizzata per la resistenza su cui è misurata, si ha:

$$P_{tot} = \frac{\Pi_{TR}}{R_{Load}} = \frac{137,5}{25} = 5,50 \text{ W}$$

Le potenze delle componenti USB e LSB sono uguali essendo lo spettro del segnale AM simmetrico intorno alla frequenza della portante, pertanto il calcolo della potenza normalizzata della singola componente è dato ricordando la 31:

$$\Pi_{USB} = \Pi_{LSB} = \Pi_{SSB} = \frac{\left[\frac{(\alpha A_{pt})^2}{4}\right]}{2} = \frac{(\alpha A_{pt})^2}{8} = 12,5 \text{ V}^2$$

Per la potenza reale si divide per la resistenza, quindi

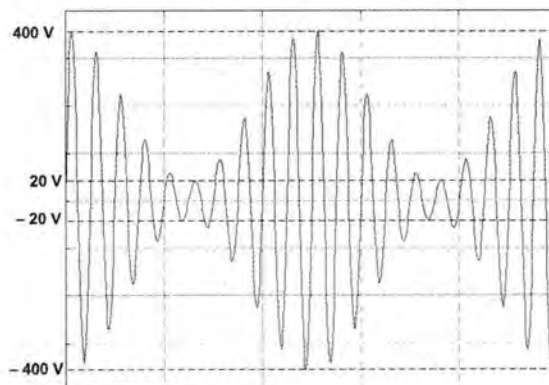
$$P_{SSB} = \frac{\Pi_{SSB}}{R_{Load}} = \frac{12,5}{25} = 0,5 \text{ W}$$

Parr. 2, 3 e 6

4

Analizzando il segnale in figura P2:

- determinare l'indice di modulazione;
- sapendo che $f_{pt} = 60$ kHz, il valore di f_{md} ;
- la potenza della portante misurata su una resistenza di 50Ω ;
- la potenza di una banda laterale e la potenza totale;
- il rendimento di potenza;
- la banda necessaria per trasmettere il segnale.

Figura P2**Soluzione**Applicando la **14** si trova

$$\alpha = \frac{400 - 20}{400 + 20} = \frac{380}{420} = 90,5\%$$

Per il calcolo della frequenza f_{md} , dal grafico di figura P1 si vede che il periodo della modulante contiene dieci cicli della portante e quindi:

$$f_{md} = \frac{f_{pt}}{10} = 6 \text{ kHz}$$

Per ricavare la potenza della portante occorre conoscere l'ampiezza della portante che è data dalla **13**:

$$A_{pt} = \frac{A + B}{2} = \frac{420}{2} = 210 \text{ V}$$

Quindi la potenza è data da:

$$P_{pt} = \frac{\frac{(A_{pt})^2}{2}}{R} = \frac{22050}{50} = 441 \text{ W}$$

Analogamente si ricava l'ampiezza della modulante mediante la seconda formula della **13**:

$$A_{md} = \frac{A - B}{2} = \frac{380}{2} = 190 \text{ V}$$

E procedendo come nel precedente problema si trova la potenza della banda laterale:

$$P_{SSB} = \frac{\frac{(A_{md})^2}{8}}{R_{Load}} = \frac{4512,5}{50} = 90,25 \text{ W}$$

La potenza totale è data dalla somma della potenza della portante e delle potenze delle bande laterali:

$$P_{tot} = P_{pt} + 2 \cdot P_{SSB} = 441 + 2 \cdot 90,25 = 621,5 \text{ W}$$

Il calcolo del rendimento può essere effettuato in due modi: mediante la **34** oppure dividendo la potenza delle due bande laterali per la potenza totale, in entrambi i casi si ricava:

$$\eta_{TR} = \frac{90,25 \cdot 2}{621,5} = 29\%$$

La banda necessaria per la trasmissione è data dal doppio della banda del segnale modulante

$$B = 2 \cdot 7,5 = 15 \text{ kHz}$$

Problemi da svolgere**AULADIGITALE**

Problemi integrativi

Parr. 2 e 3

5

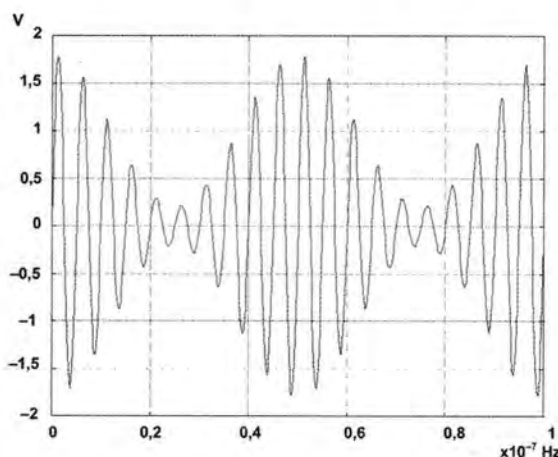
Un segnale AM DSB-TC ha una portante cosinusoidale di 500 kHz e 100 V_p. Si supponga che venga modulata da un tono cosinusoidale di 100 kHz con indice del 50%:

- disegnare con precisione il segnale su un periodo di 20 μsec;
- disegnare lo spettro di ampiezza indicando frequenza e valore delle righe;
- scrivere l'espressione matematica del segnale in una forma che mostri le tre componenti (portante, USB, LSB);
- determinare la banda richiesta per la trasmissione.

Parr. 2 e 6

6

In ingresso ad un demodulatore AM si misura il segnale illustrato in **figura P3**. Determinare la forma, l'ampiezza e la frequenza del segnale modulante; l'ampiezza e la frequenza dell'onda portante; la potenza normalizzata del segnale misurato.

Figura P3

Parr. 6 e 7

7

Riprendere il problema 5 e calcolare:

- $P_{Portante}$, P_{USB} , P_{Totale} su un carico di 150 Ω;
- quanta potenza si potrebbe risparmiare trasmettendo su una sola banda laterale?

Parole chiave

Individuare i termini e i raggruppamenti delle parole chiave di inizio sezione (vedere l'esempio risolto della sezione 2A).