

NOME

1. DETERMINARE LE SINUSOIDI RISULTANTI NELLA FORMA $A \cos(\omega t + \phi)$

$$a(t) = \cos 5t - 2 \sin 5t$$

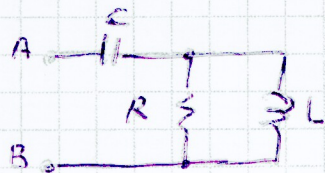
$$b(t) = -5 \sin 2t - 2 \cos(2t - \pi/4)$$

2. DETERMINARE LA REATTANZA DEL BIPOLO NEL QUALE

$$i(t) = 5 \cos(\pi t - \pi/6)$$

$$v(t) = 2 \cos(\pi t)$$

3. DETERMINARE LA SUSCETTANZA DEL BIPOLO EQUIVALENTE AI MORSETTI A B E IL VALORE DELL'INDUTTANZA O DELLA CAPACITÀ CORRISPONDENTE



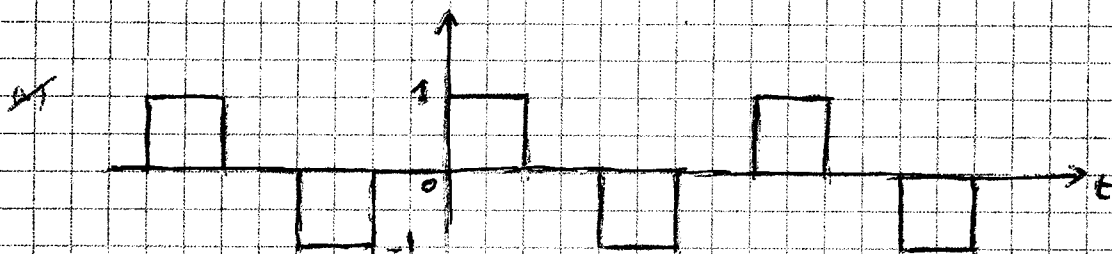
$$R = 1 \Omega$$

$$C = 1 \text{ F}$$

$$L = 1 \text{ H}$$

$$\omega = 1 \text{ rad/s}$$

- 4 OSSERVANDO LA FORMA D'ONDA, COSA SI PUÒ DIRE, A PRIORI, RELATIVAMENTE AI COEFFICIENTI DELLO SVILUPPO IN SERIE?



- 5 SCOMPORRE LA F.O. NELLA SOMMA DI UNA FUNZIONE PARI E UNA FUNZIONE DISPARI, DETERMINANDO LA FUNZIONE PARI

1.

$$a(t) = \cos 5t - 2 \sin 5t =$$

$$= \cos 5t - 2 \cos(5t - 90^\circ)$$

$$\bar{A} = 1 - 2 e^{-j90^\circ} = 1 - 2(\cos 90^\circ - j \sin 90^\circ) = 1 - 2(0 - j) = 1 + j2$$

$$|A| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 2,236$$

$$\phi_A = \arctan \frac{2}{1} = 63,43^\circ$$

$$a(t) = 2,236 \cos(5t + 63,43^\circ)$$

$$b(t) = -5 \sin 2t - 2 \cos(2t - \pi/4) =$$

$$= -5 \sin(2t - 90^\circ) - 2 \cos(2t - 45^\circ)$$

$$\bar{B} = -5 e^{-j90^\circ} - 2 e^{-j45^\circ} = -5(\cos 90^\circ - j \sin 90^\circ) - 2(\cos 45^\circ - j \sin 45^\circ) =$$

$$= -5(-j) - 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - j \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = j5 - \sqrt{2} + j\sqrt{2} = -\sqrt{2} + j(5 + \sqrt{2}) = -1,414 + j6,414$$

$$|B| = \sqrt{1,414^2 + 6,414^2} = 6,568$$

$$\phi_B = \arctan \left(\frac{6,414}{-1,414} \right) \pm 180^\circ = 102,43^\circ$$

$$b(t) = 6,568 \cos(2t + 102,43^\circ)$$

2.

$$i(t) = 5 \cos(\pi t - \pi/6) \rightarrow \bar{I} = 5 e^{-j30^\circ}$$

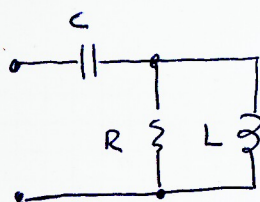
$$\left[\frac{\pi}{6} \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = 30^\circ \right]$$

$$v(t) = 2 \cos \pi t \rightarrow \bar{V} = 2$$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{2}{5 e^{-j30^\circ}} = 0,4 e^{j30^\circ} = 0,4(\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) = 0,4 \frac{\sqrt{3}}{2} + j0,4 \frac{1}{2} = 0,346 + j0,2 \Omega$$

$$\bar{Z} = R + jX \rightarrow X = 0,2 \Omega$$

3.



$$R = 1 \Omega$$

$$C = 1 \text{ F}$$

$$L = 1 \text{ H}$$

$$\omega = 1 \text{ rad/s}$$

B

$$\bar{Y} = G + jB$$

$$\bar{Y}_P = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} = 1 + \frac{1}{j} = \frac{j+1}{j}$$

$$\bar{Z}_P = \frac{1}{\bar{Y}_P} = \frac{j}{1+j}$$

$$(\text{oppure} \rightarrow \bar{Z}_P = \frac{Z_R \cdot Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{1 \cdot j}{1+j})$$

$$\bar{Z}_P = \frac{j}{1+j} \cdot \frac{1-j}{1-j} = \frac{1+j}{2} = 0,5 + j0,5$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_C + \bar{Z}_P = \frac{1}{j\omega C} + \bar{Z}_P = \frac{1}{j} + 0,5 + j0,5$$

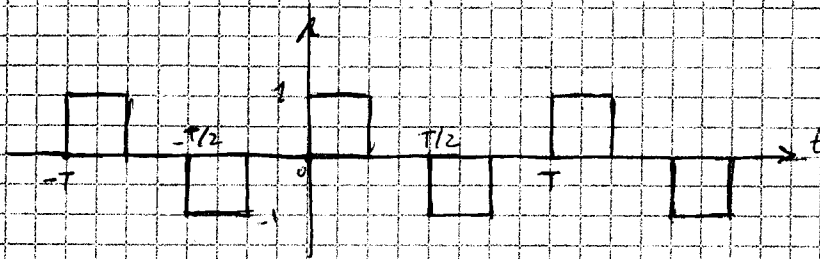
$$= -j + 0,5 + j0,5 = 0,5 - j0,5$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{0,5 - j0,5} = \frac{1}{0,5(1-j)} =$$

$$= \frac{2}{(1-j)} \cdot \frac{1+j}{1+j} = \frac{2(1+j)}{2} = 1+j \text{ S}$$

$$\bar{Y} = G + jB \rightarrow B = 1 \text{ S}$$

4.



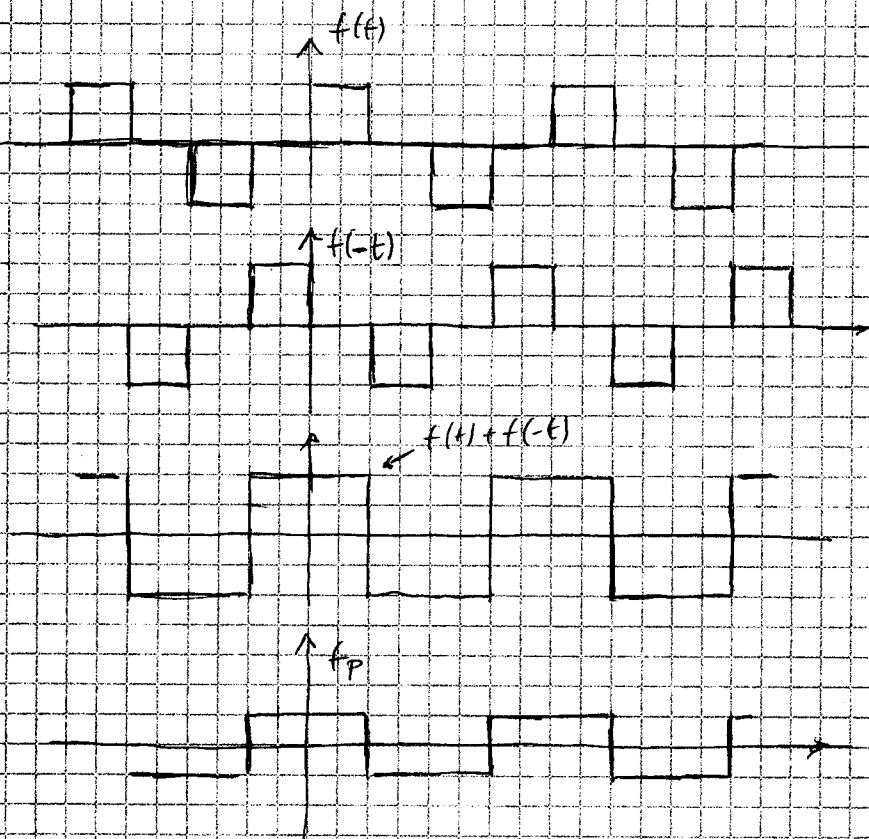
$$f_{\text{PARI}} \quad f(t) = f(-t) \quad \rightarrow \text{solo termini coseno}$$

$$f_{\text{DISPARI}} \quad f(t) = -f(-t) \quad \rightarrow \text{solo termini seno}$$

$$f_{\text{EMISIM}} \quad f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right) \quad \rightarrow \text{solo armoniche dispari}$$

- la f.d.d. non è né pari né dispari \rightarrow sono presenti sia termini seno che termini coseno
- la f.d.d. è emisimmetrica (presenta simmetria di semiondo) \rightarrow sono presenti solo armoniche dispari, cioè di frequenza multiple intere dispari della frequenza fondamentale $f_0 = \frac{1}{T}$

5.



$$f_P = \frac{f(t) + f(-t)}{2}$$